*Зборник радова Српске академије наука и уметности LXIX*
*Математички институт књ. 8, 1960*
*Recueil des travaux de l'Académie Serbe des Sciences et des Arts LXIX*
*Institut Mathématique № 8, 1960*

БРАНИСЛАВ МАРТИЋ

# ПРИМЕДБА НА ЈЕДНУ СТЕРЕОМЕТРИСКУ НЕЈЕДНАЧИНУ М. ПЕТРОВИЋА

**1.** Нека је $h$ висина а $\rho$ полупречник средњег круга зарубљене купе. Запремина $V$ такве купе може имати разне вредности тј. није одређена. М. Петровић [1] је показао да за запремину $V$ важи двострука неједначина:

$$\frac{2\pi}{3}h\rho^2 \leqq V \leqq \frac{5\pi}{3}h\rho^2 \tag{1}$$

и извео из тога закључак да не постоје две зарубљене купе које имају исти средњи круг и исту висину, а од којих би једна била по запремини више од $2^1/_2$ пута већа од друге.

У овом раду показујем да уместо (1) важи следећа процена

$$\pi h\rho^2 \leqq V \leqq \frac{4\pi}{3}h\rho^2 \tag{2}$$

и да је процена (2) најбоља могућа.

**2.** Нека су $\overline{x}$ и $\underline{x}$ полупречници кружних основа зарубљене купе са датом висином $h$ и полупречником $\rho$ средњег круга. Тада је њена запремина $V$

$$V = \frac{\pi h}{3}(\overline{x}^2 + \overline{x}\,\underline{x} + \underline{x}^2)\,. \tag{3}$$

Из

$$\rho = {}^1/_2(\overline{x} + \underline{x}),\ \ 4\rho^2 = (\overline{x} + \underline{x})^2$$

и чињенице да је геометриска средина два ненегативна броја мања или једнака њиховој аритметичкој средини, тј.

$$\sqrt{\overline{x}\,\underline{x}} \leqq \frac{\overline{x} + \underline{x}}{2},\ \ \overline{x}\,\underline{x} \leqq \frac{(\overline{x} + \underline{x})^2}{4}\ ,$$

имамо

$$\overline{x}^2+\overline{x}\,\underline{x}+\underline{x}^2=(\overline{x}+\underline{x})^2-\overline{x}\,\underline{x}\geqq 4\rho^2-\rho^2=3\rho^2 \tag{3'}$$

а затим

$$\overline{x}^2+\overline{x}\,\underline{x}+\underline{x}^2=(\overline{x}+\underline{x})^2-\overline{x}\,\underline{x}\leqq 4\rho^2\,. \tag{3''}$$

Из (3), (3') и (3'') излази управо (2).

Да би показали да је нађена процена (2) и најбоља могућа потребно је и довољно да нађемо два примера за која је

$$\underline{V}=\pi h\rho^2$$

и

$$\overline{V}=\frac{4\pi}{3}h\rho^2$$

а то су баш екстремни случајеви и то: $\underline{V}$ је запремина ваљка са полупречником основе $\rho$ и висином $h$, а $\overline{V}$ је запремина купе са полупречником основе $2\rho$ и висином $h$.

*(Примљено 15-II-1960)*

## ЛИТЕРАТУРА

[1] М. Петровић — Стереометриске неједначине. *Зборник радова Математичког института С. А. Н.* **3** (1953), 1—4.

## REMARQUE SUR UNE INEGALITÉ STÉRÉOMETRIQUE DE M. PETROVITCH

BRANISLAV MARTIĆ (Sarajevo)

Par un procédé tout-à-fait élémentaire l'auteur a donné les limites les meilleures possibles entre lesquelles se trouve le volume $V$ d'un cône tronqué dont on connaît la hauteur $h$ et le rayon $\rho$ du cercle moyen.