

STATISTIČKI MOMENTI VIŠEG REDA I RASPODELE VEROVATNOĆA BRZINA U TURBULENTNOM VIHORNOM STRUJANJU

Svetislav M. Čantrak

1. Uvod

Turbulentna vihorna strujanja u prirodi i tehnici česta su strujna pojava, pa je njihovo izučavanje od velikog teorijskog i praktičnog značaja. Proučavanje ovih strujanja je, međutim, znatno otežano zbog njihove veoma komplikovane strukture. Ovde se radi naime o trodimenzijskim, nehomogenim i neizotropnim turbulentnim strujanjima sa smicanjem, u kojima raspodela obimske komponente brzine odgovara Rankine-ovom vrtlogu. Strujno polje deli se grubo u četiri oblasti, od kojih se svaka odlikuje karakterističnom strukturom i promenom strujnih parametara. U blizini zida strujanje poseduje svojstva strujanja u graničnom sloju, dok je u osnovnom strujanju aksijalna brzina približno konstantna a profil obimske brzine odgovara potencijalnom vrtlogu. Vrtložni smičući sloj karakteriše se posebnim statističkim svojstvima, intenzivnom razmenom impulsa i jakom anizotropnošću, a strujanje u jezgru ima karakterističan raspored aksijalne i obimske brzine, koja je u ovoj oblasti proporcionalna rastojanju od ose cevi. Izrazita promena svih statističkih veličina prisutna je ne samo u radijalnom već i u aksijalnom pravcu, pri čemu transformacija obimske brzine tj. Rankineovog vrtloga igra značajnu ulogu. Uticaj ovog vrtloga na strukturu turbulencije i mehanizam turbulentnih transportnih procesa naročito je potrebno da se istraži.

Ponašanje vihornog strujanja u cevima pri različitim Reynoldsovima brojevima, jačinama vrtloga i drugim uticajnim veličinama razmatrano je u radovima mnogih autora. Tako se u radovima [1, 2 i 3] daje matematički opis ovih strujanja, a eksperimentalni podaci o Reynolds-ovim naponima nalaze se, naprimera, u [4 i 5]. Uticaji različitih parametara na vihorno strujanje u cevima proučeni su u radovima [6, 7, 8 i 9]. Sva dosadašnja istraživanja ograničena su na određivanje srednjeg polja pritiska i brzina kao i Reynolds-ovih napona. Druga statistička svojstva nisu istražena. Glavni razlog za to je složenost ovih strujanja i velike teškoće koje nastaju pri merenju statističkih veličina u unutrašnjim strujanjima sa sve tri komponente brzine i oblastima velikog intenziteta turbulencije.

Cilj ovog rada je da se fizički objasne procesi turbulentnog prenosa i struktura turbulencije u karakterističnim oblastima unutrašnjih vihornih strujanja. Analiza

se zasniva na rezultatima dobijenim u radu [10], koji se odnose kako na teorijska tako i eksperimentalna istraživanja statističkih parametara ove klase strujanja. U tom radu bliže je opisana primena nove tripel-sonde i anemometrije kao i digitalna obrada i statistička analiza mernih podataka.

2. Diferencijalne jednačine centralnih momenata i uticaj Rankine-ovog vrtloga na turbulenciju

Turbulentno kretanje pripada nelinearnim mehaničkim sistemima sa velikim brojem aktivnih stepeni slobode i opisuje se statističkim ansamblom slučajnih polja. Kako je praktično određivanje višedimenzijskih raspodela gustina verovatnoća za m proizvoljnih prostorno-vremenskih tačaka teško ostvarljivo, to se pri rešavanju konkretnih zadataka turbulentno polje opisuje ukupnošću statističkih momenata različitog reda, koji predstavljaju tenzore odgovarajućeg reda. Na osnovu teoreme ergodičnosti [11] centralni prostorno-vremenski korelacioni moment n -tog reda i tipa m definisan je izrazom

$$Q_{i,j,\dots,r}^{k_i,k_j,\dots,k_r}(M_1, M_2, \dots, M_m) = E\{u_i^{k_i}(M_1)u_j^{k_j}(M_2)\dots u_r^{k_r}(M_m)\} = \overline{u_i^{k_i}(M_1)u_j^{k_j}(M_2)\dots u_r^{k_r}(M_m)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u_i^{k_i} u_j^{k_j} \dots u_r^{k_r} dt, \quad (1)$$

gde su: $k_i + k_j + \dots + k_r = n$; $i, j, \dots, r = 1, 2, 3$; $E\{\}$ - matematičko očekivanje, $\overline{(\dots)}$ - osrednjavanje po vremenu, $u_i(r, t)$ - statistički stacionarno slučajno polje

i -te komponente brzine, $E\{\tilde{u}_i\} = \bar{U}_i = \bar{\tilde{u}}_i = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{u}_i p(\tilde{u}_i) d\tilde{u}_i = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \tilde{u}_i dt$ — sta-

tistička srednja vrednost tj. vremenski osrednjena i -ta komponenta brzine, $u_i = \tilde{u}_i - E\{\tilde{u}_i\} = \tilde{u}_i - \bar{U}_i$ — fluktuacija brzine u i -tom pravcu, $p(\tilde{u}_i)$ — raspodela gustine verovatnoće i $M_i(r, t + \tau_i)$ — i -ta prostorno-vremenska tačka. Iz opšteg izraza (1) sleduju izrazi za centralne momente bilo kog reda, mešovite momente, autokorelacione i korelacione funkcije, za vremensko-korelacione momente višeg reda i sve korelacione koeficijente. Tako su centralni momenti n -tog reda za i -tu projekciju brzine definisani sa

$$Q_i^n = \overline{u_i^n(M)} = \lim_{t_0 \rightarrow T} \frac{1}{t_0} \int_{t_0}^{t_0+t_0} u_i^n dt = \int_{-\infty}^{\infty} p(u_i) u_i^n du_i, \quad (2)$$

gde su $i = 1, 2, 3$ i $n = 2, 3, 4, 5, 6, \dots$. Intenzitet turbulencije u i -tom pravcu dobija se iz (2) za $n = 2$ i glasi $\sigma_i = (\overline{u_i^2})^{1/2}$. Normirani centralni momenti Q_i^n / σ_i^n imaju za $n = 3, 4, 5$ i 6 redom sledeće oznake: S_i, F_i, SS_i i SF_i . Korelacioni momenti drugog i trećeg reda definišu se posredstvom (1) izrazima

$$Q_{ij} = \overline{u_i(M)u_j(M)} \quad \text{i} \quad Q_{ijr} = \overline{u_i(M)u_j(M)u_r(M)}, \quad (3)$$

čije normirane vrednosti određuju korelacione koeficijente $R_{ij} = Q_{ij}/\sigma_i \sigma_j = \overline{u_i u_j}/\sigma_i \sigma_j$ i $R_{ijr} = Q_{ijr}/\sigma_i \sigma_j \sigma_r$, gde su $i, j, r=1, 2, 3$. Primenom Reynolds-ove statistike pri osrednjavanju Navier-Stokes-ovih jednačina pojavljuje se korelacioni tenzor drugog reda Q_{ij} i sistem jednačina više nije zatvoren. Ovaj problem ostaje i kod statističkih jednačina višeg reda, u kojima Reynolds-ove jednačine predstavljaju prvu hijerarhijsku stepenicu. Tako su, na primer, u jednačinama za momente n -tog reda kao nepoznate funkcije prisutni momenti reda $n+1$. Da bi se istražio uticaj Rankine-ovog vrtloga na turbulenciju, potrebno je napisati diferencijalne jednačine za centralne momente drugog reda. Pretpostavlja se da je fluid njutnovski i homogen a strujanje nestišljivo, statistički stacionarno ($\partial(\dots)/\partial t=0$) i osnosimetrično ($\partial(\dots)/\partial \varphi=0$). Uvode se cilindrične koordinate (x, r, φ) sa pripadnim trenutnim vrednostima komponenta brzine \tilde{u} , \tilde{v} i \tilde{w} u aksijalnom, radijalnom i obimskom pravcu. Pri tome je $\tilde{u}_i = \bar{U} + u_i$, sa $i=1, 2, 3$. Jednačine za momente $\sigma_i^2 = \overline{u_i^2}$ glase

$$\bar{U}_j \frac{\partial \sigma_i^2}{\partial x_j} + K_i = D_i + P_i + V_i + \epsilon_i, \quad (4)$$

gde važi Einstein-ova konvencija o sabiranju. Izrazi za K_i i P_i dati su sa

$$K_1 = 0, \quad K_2 = -K_3 = -\frac{2\bar{W}}{r} Q_{vw}, \quad P_1 = -2 \left(\sigma_u^2 \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + Q_{uv} \frac{\partial \bar{U}}{\partial r} \right),$$

$$P_2 = -2 \left(Q_{uv} \frac{\partial \bar{V}}{\partial x} + \sigma_v^2 \frac{\partial \bar{V}}{\partial r} \right) + \frac{2\bar{W}}{r} Q_{vw}, \quad P_3 = -2 \left(Q_{uw} \frac{\partial \bar{W}}{\partial x} + Q_{vw} \frac{\partial \bar{W}}{\partial r} + \frac{\bar{V}}{r} \sigma_w^2 \right). \quad (5)$$

Jednačine za korelacioni moment Q_{ij} mogu da se napišu u sledećem obliku

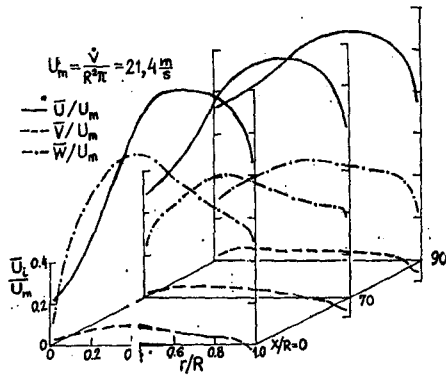
$$\bar{U}_r \frac{\partial Q_{ij}}{\partial x_r} + K_{ij} = D_{ij} + P_{ij} + V_{ij} + \epsilon_{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3; i \neq j, \quad (6)$$

pri čemu su izrazi za K_{ij} i P_{ij} dati u [10], a ovde se navodi samo

$$P_{12} = P_{uv} = -Q_{uv} \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{V}}{\partial r} \right) + Q_{uw} \frac{\bar{W}}{r} - \sigma_v^2 \frac{\partial \bar{U}}{\partial r} - \sigma_u^2 \frac{\partial \bar{V}}{\partial x}. \quad (7)$$

Fizičko značenje članova D (difuzija), P (produkcija), V (re-distribucija) i ϵ (disipacija) dato je, na primer, u [12]. Jednačine (4) i (6) opisuju transport, produkciju i disipaciju veličine Q_{ij} kao i uticaj vrtloga tj. obimske komponente \bar{W} na ove transportne procese. Prisustvo brzine \bar{W} prouzrokuje preraspodelu aksijalne brzine \bar{U} i nastajanje radijalne brzine \bar{V} , što direktno utiče na konvektivni transport veličine Q_{ij} . Uticaj Rankine-ovog vrtloga na produkciju P_i i P_{ij} momenta Q_{ij} prikazan je izrazima (5) i (7), koji opisuju međusobno dejstvo centralnih momenata Q_{ij} i gradijenata osrednjenog brzinskog polja. U zavisnosti od vrednosti eksponenta m u formuli $\bar{W}(x = \text{const.}, r) = kr^m$ nastaju različita dejstva Rankine-ovog vrtloga na turbulentno polje. Tako je, naprimer, za $m < 1$ odnosno $\partial(\bar{W}/r)/\partial r < 0$ korelacija Q_{vw} pozitivna i intenzitet turbulencije u radijalnom pravcu σ_v se povećava, kako to sleduje iz izraza za $P_2 = P_v$ u (5). Za potencijalni vrtlog i $\partial(\bar{W}/r)/\partial r > 0$ redukuju se σ_w^2 i Q_{vw}

a turbulencija postaje sve više neizotropna, jer σ_v^2 može da bude znatno veće od σ_u^2 i σ_w^2 . Član V_i u (4) opisuje preraspodelu intenziteta σ_i na druge pravce. Za $m \geq 1$



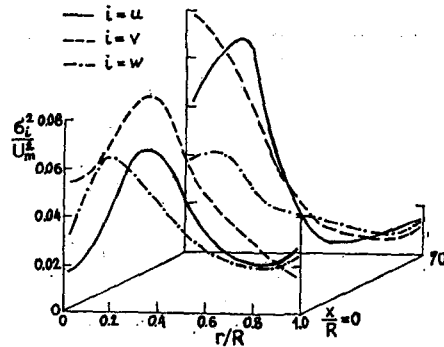
Sl. 1. Promena osrednjeg brzinskog polja u aksijalnom i radijalnom pravcu

nastaje jedno stabilizirajuće dejstvo centrifugalne sile, smanjuje se σ_v , redukuju se Q_{vw} i Q_{uv} i turbulencija postaje prigušena.

Zbog prisustva vrtloga nastaju gradijenti aksijalne brzine i u oblasti jezgra (slika 1), što utiče na raspodelu svih statističkih veličina. Produkcionni članovi — $Q_{uv} \partial \bar{U} / \partial r$ i $Q_{uv} \partial \bar{U} / \partial x$ u izrazima (5) i (7) doprinose u tom slučaju povećanju intenziteta turbulencije σ_u kao i korelacije Q_{uv} . Uticaj vrtloga na momente Q_{ijr} , koji se javljaju u difuzionim članovima D_i odnosno D_{ij} jednačina (4) i (6), biće analiziran u narednom odeljku.

3. Raspodele statističkih momenata i gustina verovatnoća

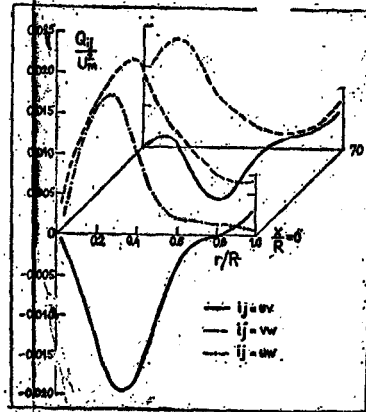
Teorijska razmatranja o uticaju Rankine-ovog vrtloga na korelacioni tenzor Q_{ij} eksperimentalno su potvrđena u radu [10]. Centralni momenti σ_i^2 dostižu svoje maksimalne vrednosti u vrtložnom smičućem sloju, koji razdvaja oblast osnovnog strujanja od strujanja u jezgru, a potom opadaju u pravcu ka osi i zidu cevi, u čijoj blizini ponovo rastu (sl. 2). Ovakva raspodela je u saglasnosti sa raspodelom i položajem maksimuma osrednjeg brzinskog polja (sl. 1), generisanjem turbulencije i turbulentnom difuzijom iz oblasti velikih gradijenata brzine. Uticaj jačine vrtloga razmatran je u radu [13] i zajedničko u svim slučajevima je da su vrednosti momenta σ_v^2 velike, tako da radijalne fluktuacije brzine prouzrokuju intenzivnu turbulentnu razmenu i preraspodelu turbulentne energije posredstvom korelacije između fluktuacija pritiska i gradijenata brzine. Neizotropnost je naročito prisutna u vrtložnom sloju i jezgru, dok je u osnovnom strujanju manje izražena.



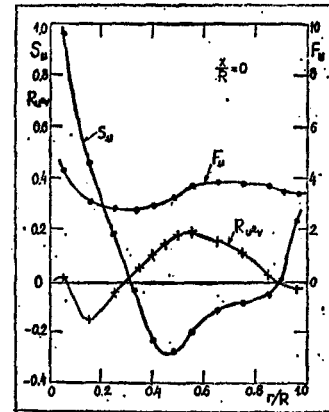
Sl. 2. Zavisnost momenata σ_i^2 od x i r -kordinate

Uticaj vrtloga na korelacione momente Q_{ij} , za $i \neq j$, prikazan je na sl. 3 i opisan jednačinom (6). Posebno je karakteristična promena korelacije Q_{uv} , koja menja svoj znak i najveću negativnu vrednost dostiže u vrtložnom sloju (sl. 3). Tako je prenos aksijalnog impulsa u radijalnom pravcu usmeren u jezgru pretežno ka osi, što potvrđuje i korelacioni koeficijent R_{u^2v} na slici 4. Na taj način ubrzava se strujanje u jezgru, i profil aksijalne brzine postaje sve ujednačeniji (sl. 1). U oblasti pozitivnih gradijenata brzine \bar{U} veličina Q_{uv} ima negativnu vrednost i obratno, tako da je produkcionni član $-Q_{uv} \partial \bar{U} / \partial r$ u jednačini (5) pozitivan, što uvećava centralni

moment σ_u^2 . Korelacioni moment Q_{vw} , koji zavisi od jačine i radijalne raspodele vrtloga, pokazuje da u ovom strujanju nastaje intenzivni dodatni prenos impulsa u radijalnom pravcu. Pokazuje se da promena brzinskog polja ne samo u radijalnom već i u aksijalnom pravcu dovodi do turbulentnog prenosa Q_{uw} , koji zavisi od promene Rankine-ovog vrtloga u nizstrujnim preseccima. Međusobno dejstvo osrednjenog i fluktuacionog polja brzine rađa anizotropnost i velike gradijante statističkih momenata kako u podužnom tako i radijalnom pravcu.



Sl. 3. Raspodele momenata Q_{ij} u aksijalnom (x) i radijalnom (r) pravcu

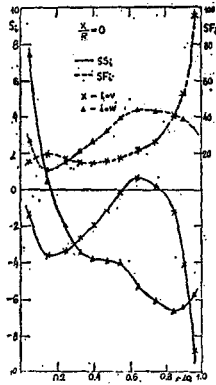


Sl. 4. Koeficijenti asimetrije i spljoštenosti (S_u i F_u) i korelacioni koeficijent $R_{u^2 v}$

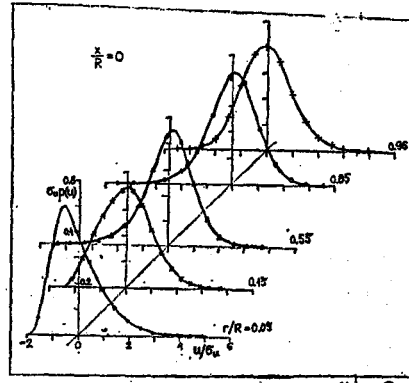
Članovi D_i i D_{ij} u jednačinama (4) i (6) sadrže momente Q_{ij} i njihove izvode po x i r , koji su u nehomogenom turbulentnom strujanju različiti od nule. Turbulentna difuzija energije σ_u^2 u r pravcu, predstavljena veličinom $R_{u^2 v} = u^2 v / \sigma_u^2 \sigma_v$ na sl. 4, odgovara vrednostima gradijenta od σ_u^2 (sl. 2). Tako je radijalna turbulentna difuzija momenta σ_u^2 usmerena pretežno iz smičućeg, vrtložnog sloja ka jezgru i osnovnom strujanju, odnosno od zida ka osnovnoj struji. Veličina $-\partial(rQ_{u^2 v})/r\partial r$ pojavljuje se u izrazu za D_u i direktno utiče na raspodelu centralnog momenta σ_u^2 . Koeficijent asimetrije $S_u = u^3 / \sigma_u^3$ ima u jezgru velike pozitivne vrednosti (sl. 4), koje u nizstrujnim preseccima ($x/R > 70$) prelaze u negativne [14]. Velike pozitivne vrednosti S_u u jezgru označavaju jaku asimetriju raspodele gustine verovatnoće $p(u)$ u stranu velikih aksijalnih brzina (sl. 6). U toj oblasti je turbulentni transport veličine σ_u^2 u x -pravcu prouzrokovan pretežno pozitivnim u -fluktuacijama. Za tok turbulentne difuzije i strukturu vrtložnog smičućeg sloja od posebnog značaja je činjenica da S_u menja znak tačno na mestu gde σ_u^2 dostiže maksimalnu vrednost (sl. 2). Na istom mestu faktor spljoštenosti $F_u = u^4 / \sigma_u^4$ ima minimum (sl. 4), što odgovara karakteristikama strujanja u neposrednoj blizini zida. Najveće vrednosti veličine F_u nalaze se u oblasti najvećih negativnih vrednosti koeficijenta S_u . To znači da u ovoj oblasti postoje vrlo velike negativne u -fluktuacije, pri čemu je, međutim, verovatnoća malih fluktuacija, koje nastaju kretanjem turbulentnih vrtloga u oblasti malih gradijenata brzine, veća.

Vrednosti normiranih momenata S_u i F_u i raspodela gustine verovatnoće (sl. 6) pokazuju da postoji znatno odstupanje od Gauss-ove raspodele i da su za statistički

opis turbulencije potrebni momenti još višeg reda. Slika 5 prikazuje momente petog i šestog reda. Vidi se da je $SS_v = \overline{v^5}/\sigma_v^5$ negativno u jezgru, gde su $S_{uv} > 0$ i $Q_{uv} < 0$, što ukazuje na transport turbulentne energije posredstvom fluktuacija iz oblasti produkcije ka osi cevi. Velike vrednosti SS_v i SF_v faktora u oblasti $r/R > 0,85$ ukazuju na prisustvo pretežno malih, ali i na manje verovatnu pojavu velikih negativnih radialnih



Sl. 5. Radijalna raspodela normiranih momenata petog i šestog reda SS_i i SF_i



Sl. 6. Raspodele gustina verovatnoća aksijalnih fluktuacija brzine na raznim rastojanjima od ose cevi

fluktuacija. Zapaža se da je, saglasno transportnim procesima, $SS_w > 0$ u jezgru i da veličina $SF_w = \overline{w^6}/\sigma_w^6$ ima svoj minimum na mestu gde SS_w menja znak. Treba napomenuti da rezultati merenja pokazuju, da normirani momenti petog i šestog reda u pojedinim strujnim oblastima imaju još veće vrednosti. I to je u skladu sa složenom strukturom turbulentnog vihornog strujanja u kome se može govoriti o intermitentnim pojavama i postojanju organizovanih koherentnih struktura [10].

Na sl. 6 date su raspodele gustina verovatnoća aksijalne brzine. Raspodele su izrazito negausovske, naročito u blizini zida i ose cevi. U jezgru, na mestu $r/R = 0,05$, male negativne fluktuacije imaju najveću verovatnoću tj. brzine, koje nisu mnogo manje od osrednjene lokalne brzine, pojavljuju se najčešće. Najveće aksijalne fluktuacije su, međutim, pretežno pozitivne, što može da se objasni dominantnom ulogom prisutne injektivne faze, kojom se krupni turbulentni vrtlozi intermitentno ubacuju u jezgro iz prostora generisanja turbulencije. Za $0,33 \leq r/R \leq 0,90$ javlja se asimetrija u stranu manjih, a za $0,9 < r/R < 1$ u stranu većih aksijalnih brzina. U oblastima sa malim odstupanjima normiranih momenata S i F od Gauss-ovih vrednosti često je moguće eksperimentalno određene raspodele verovatnoća opisati nekim teorijskim raspodelama posredstvom korelacionih momenata zaključno sa četvrtim redom. U tu svrhu se, između ostalih, primenjuju Pearson-ova i Gram-Charlier-ova raspodela [15], čiji je jednodimenzijski oblik dat izrazom

$$P(u_i) = G(u_i) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sigma_i^{2k}}{k!} \overline{H_{(k)}(u_i)} H_{(k)}(u_i),$$

pri čemu su $H_{(k)}(u_i)$ — Hermit-ovi polinomi k -tog reda i $G(u_i)$ — Gauss-ova raspodela. U radu [10] pokazano je da ove aproksimacije nisu zadovoljavajuće u slučajevima, kada je za analizu bitna verovatnoća najvećih fluktuacija. Tada se pribegava drugim raspodelama.

Na osnovu prikazanih istraživanja može da se zaključi, da su struktura i mehanizam turbulentnih transportnih procesa u vihornom strujanju veoma mnogo zavisni od intenziteta i raspodele obimske komponente brzine tj. od Rankine-ovog vrtloga. Istraživanje je omogućilo otkrivanje izvesnih zakonitosti ovog složenog strujanja, pri čemu su posebno karakteristična dobijena statistička svojstva vrtložnog smičućeg sloja, koji razdvaja strujanje u jezgru od osnovnog strujanja.

Literatura

- [1] Gollatz, L., Görtler, H., *Rohrströmung mit schwachem Drall*, ZAMP, Vol. 5, (1954).
- [2] Kreith, F., Sonju, O. K., *The decay of a turbulent swirl in a pipe*, J. Fluid Mech., vol 22, part 2, pp. 257—271, (1965).
- [3] Rochino, A., Lavan, Z., *Analytical Investigations of Incompressible Turbulent Swirling Flow in Stationary Ducts*, J. Appl. Mech., Vol. 36, Trans. ASME. Vol. 91, Series E, pp. 151—158, (1969).
- [4] Weske, J. R., Sturov, G. E., *Experimental investigation of turbulent swirling flow in a cylindrical tube*, Prof. Siberian Div. Acad. Sci., USSR, Vol. 13, № 3, pp. 3—7 (1972).
- [5] Saito, S., Saito, K., Aoki S., *Decay of Swirl in a Straight Pipe Flow*, Rep. Inst. High Speed Mech., Vol. 28, 260, pp. 43—76, (1973).
- [6] Sawatzki, O., *Drallströmung in langen kreisrunden Rohren*, Mitteilungen des Instituts für Strömungslehre und Strömungsmaschinen der Universität Karlsruhe, Heft 12, (1972).
- [7] Ito S., Ogawa, K., Kuroda C., *Decay process of swirling flow in a circular pipe*, Int. Chem. Eng., Vol. 19, № 4, pp. 600—605, (1979).
- [8] Benišek, M., Čantrak, S., *Istraživanje karakteristika vihornih strujanja*, Zbornik radova 15. Jug. kon. teorij. prim. meh., B-25, pp. 261—268, Kupari, (1981).
- [9] Čantrak, S., Benišek, M., *Die charakteristischen aus den mittleren Geschwindigkeitsverteilungen ermittelten Größen der turbulenten Drallströmung in Rohren*, ZAMM, Band 62, T 201—T 203, (1982).
- [10] Čantrak, S., *Experimentelle Untersuchungen statistischer Eigenschaften turbulenter drallbehafteter Rohr- und Diffusorströmungen*, Strömungsmechanik und Strömungsmaschinen 31, S. 23—66, (82) Dissertation, Universität Karlsruhe, (1981).
- [11] Monin, A. S., Yaglom, A. M., *Statistical Fluid Mechanics: Mechanics of Turbulence*, Vol. 1, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, (1979).
- [12] Townsend, A. A., *The Structure of Turbulent Shear Flow*, Second Edition, Cambridge University Press, Cambridge, (1976).
- [13] Acrivlellis, M., Čantrak, S., Jungbluth, H., *Untersuchungen der Korrelationen höherer Ordnung in drallbehafteter Rohrströmung*, Z. Flugwiss. Weltraumforsch., Band 6, Heft 2, S. 117—120, (1982).
- [14] Acrivlellis, M., Čantrak, S., Jungbluth, H., *Statistische Eigenschaften drallbehafteter Rohrströmungen*, ZAMM, Band 62, (1982).
- [15] Lumley, J. L., *Stochastic Tools in Turbulence*, Academic Press, New York, London, (1970).

**STATISTISCHE MOMENTE HÖHERER ORDNUNG UND WAHRSCHEIN-
LICHKEITSVERTEILUNG DER GESCHWINDIGKEITSSCHWANKUNGEN IN
TURBULENTER DRALLBEHAFTETER STRÖMUNG****Zusammenfassung**

Es wurden die statistischen Grössen in der turbulenten drallbehafteten Rohrströmung untersucht. Der starke Dralleinfluss auf statistische Eigenschaften und einige Besonderheiten drallbehafteter Strömungen konnten festgestellt und geklärt werden. Es zeigt sich, dass die starke Kopplung des zeitlich gemittelten Stromfeldes mit den Momenten und das Vorhandensein der wirbelbehafteten Trenchicht ein sehr inhomogenes anisotropes Turbulenzfeld bewirken. Durchgeführte Untersuchungen ermöglichen es, turbulente Transportprozesse und die Turbulenzstruktur drallbehafteter Strömung näher zu erklären.

Dr. Svetislav Čantrak
Mašinski fakultet
27 marta 80, Beograd