

PRIMENA METODE VARIJACIJE NA IZUČAVANJE OSNOSIMETRIČNOG MHD GRANIČNOG SLOJA NA OBRTNIM TELIMA PRI STRUJANJU FLUIDA PROMENLJIVE PROVODNOSTI

Z. Boričić i D. Nikodijević

Uvod

U radu se proučava, sa praktične tačke gledišta, interesantan fizički model stacionarnog osnosimetričnog graničnog sloja nestišljivog provodnog fluida na obrtnim telima pod dejstvom upravnog magnetnog polja. Pretpostavlja se da spoljašnje električno polje ne postoji. Proučavaju se fluidi kod kojih su relativna dielektrična konstanta i magnetna propustljivost bliske jedinici, što je inače i uobičajeno u magnetnoj hidrodinamici. Uzima se da je gustina naelektrisanja mala a da se elektroprovodnost fluida menja po pretpostavci Rosova [1]. Dalje se pretpostavlja da je obrtno telo dovoljno dugačko i da magnetno polje miruje u odnosu na telo. Pored toga, zbog izbegavanja relativističkih efekata, smatra se da su karakteristične brzine u graničnom sloju mnogo manje od brzine svetlosti.

Za rešavanje problema osnosimetričnog magnetnog hirodinamičkog (MHD) graničnog sloja na obrtnim telima koristi se varijaciona metoda sa iščezavajućim parametrom [2] koja je već primenjena na različite modele ravanskog graničnog sloja [3, 4, 5, 6, 7, 8, 9], na neke modele osnosimetričnog graničnog sloja na obrtnim telima [4, 10] i druge probleme [11].

1. Jednačine koje problem matematički opisuju

Za analitičko proučavanje problema neophodno je imati jednačine koje isti matematički opisuju. Uočeni problem opisuje se, u Dekartovom pravouglom koordinatnom sistemu, jednačinama

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\sigma B^2}{\rho} u,$$
$$\frac{\partial (ru)}{\partial x} + \frac{\partial (rv)}{\partial y} = 0, \quad (1.1)$$

i graničnim uslovima

$$\begin{aligned} u=0, \quad v=0, \quad \text{za } y=0, \\ U \rightarrow U(x) \quad \text{za } y=y_m; \quad (y_m = h(x), \infty), \end{aligned} \quad (1.2)$$

sa sledećim oznakama:

- x — podužna koordinata merena od zaustavne tačke duž konture profila u meridijanskoj ravni
 y — poprečna koordinata merena upravno na konturu profila u meridijanskoj ravni
 $u(x, y)$ — podužna brzina u graničnom sloju
 $v(x, y)$ — poprečna brzina u graničnom sloju
 $U(x)$ — podužna brzina spoljašnjeg strujanja na granici graničnog sloja
 ρ — gustina fluida
 $p(x)$ — pritisak
 ν — koeficijent kinematičke viskoznosti
 $B(x)$ — magnetna indukcija
 $\sigma(x, y)$ — elektroprovodnost fluida
 $r(x)$ — poluprečnik poprečnog preseka obrtnog tela
 $h(x)$ — debljina graničnog sloja.

Ako se usvoji da se elektroprovodnost fluida menja po zakonu [1]

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 - \frac{u}{U}\right), \quad (1.3)$$

jednačine (1.1) dobijaju oblik

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - Nu \left(1 - \frac{u}{U}\right), \\ \frac{\partial(ru)}{\partial x} + \frac{\partial(rv)}{\partial y} = 0, \end{aligned} \quad (1.4)$$

gde je $N = \frac{\sigma_0 B^2}{\rho}$ — magnetni broj. Uvodeći dalje u jednačine (1.4) brzinu na spoljašnjoj granici graničnog sloja posredstvom relacije

$$U \frac{dU}{dx} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx},$$

jednačine se svode na oblik

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = U \frac{dU}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - Nu \left(1 - \frac{u}{U}\right), \\ \frac{\partial(ru)}{\partial x} + \frac{\partial(rv)}{\partial y} = 0, \end{aligned} \quad (1.5)$$

a granični uslovi (1.2) ostaju neizmenjeni.

Za proučavanje uočenog problema neophodno je rešiti sistem jednačina (1.5) sa graničnim uslovima (1.2). Na današnjem stupnju razvoja matematike ovaj sistem

se ne može rešiti tačnim metodama niti se pak može pokazati egzistencija rešenja. Da bi se ipak došlo do rešenja koriste se približne metode koje su različitog reda tačnosti.

2. Varijaciona formulacija problema

U ovom radu se, od niza približnih metoda, koristi varijaciona Kantorovičeva metoda parcijalne integracije [12]. Zato je neophodno problem varijaciono formulisati. U tom cilju se pretpostavlja Lagranževa funkcija ili Lagranžijan u obliku

$$L = \left\{ m \left[\frac{1}{2} u \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + v \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} - U \frac{\partial U}{\partial x} \right] - N \left(\frac{1}{2} u^2 - \frac{1}{3} \frac{u^3}{U} - \frac{1}{6} U^2 \right) - \frac{v}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right\} e^{x/m} + \mu \left[\frac{\partial (ru)}{\partial x} + \frac{\partial (rv)}{\partial y} \right], \quad (2.1)$$

gde je: m — iščezavajući parametar a $\mu(x, y)$ — nepoznati množitelj. Odgovarajući akcioni integral ima oblik

$$I = \int_{x_0}^e \int_0^{y_m} L \, dx \, dy.$$

Uslov stacionarnosti akcionog integrala

$$\delta I = 0, \quad (2.3)$$

se korišćenjem komutativnosti diferenciranja i variranja i prirodnih graničnih uslova za proizvoljne vrednosti varijacija δu i δv

$$\left. \frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)} \delta u \right|_{x=l} = 0, \quad \left. \frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)} \right|_{y=y_m} = 0, \quad (2.4)$$

svodi na sistem Ojler-Lagranževih jednačina

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial u} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)} - \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)} &= 0, \\ \frac{\partial L}{\partial v} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)} - \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)} &= 0, \\ \frac{\partial L}{\partial \mu} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial \mu}{\partial x} \right)} - \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial \mu}{\partial y} \right)} &= 0. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Unošenjem Lagranževe funkcije (2.1) u sistem (2.5) i prelaskom na granični proces $m \rightarrow 0$ ovaj se sistem svodi na sistem jednačina (1.5) Dakle saglasno varijacionoj formulaciji sa iščezavajućim parametrom [2] problem je akcionim integralom (2.2) sa Lagranžijanom oblika (2.1) varijaciono formulisan. Dakle, rešavanje problema opisanog jednačinama (1.5) sa graničnim uslovima (1.2) svedeno je na rešavanje varijacionog zadatka datog akcionim integralom (2.2).

3. Dobijanje aproksimativnih rešenja

Da bi se došlo do aproksimativnih rešenja osnovnih veličina osnosimetričnog MHD graničnog sloja na obrtnim telima u radu se dalje, kako je rečeno, koristi Kantorovičeva metoda parcijalne integracije [12]. U tom cilju se pretpostavljaju podužna brzina $u(x, y)$, poprečna brzina $v(x, y)$ i množitelj $\mu(x, y)$ u oblicima

$$\begin{aligned} u(x, y) &= U(x) \varnothing(f), \quad v(x, y) = g(x) H(f) - j(x) R(f), \\ \mu(x, y) &= k(x) Q(f), \end{aligned} \quad (3.1)$$

gde je argument $f = \frac{y}{h(x)}$.

Uvedene funkcije $\varnothing(f)$, $H(f)$, $R(f)$, $Q(f)$, $g(x)$, $j(x)$ i $k(x)$ nisu u potpunost proizvoljne. One se biraju tako da, zbog druge jednačine sistema (1.5), zadovolje relacije

$$H(f) = \int f \dot{\varnothing}(f) df + C_1, \quad R(f) = \int \varnothing(f) df + C_2, \quad (3.2)$$

gde su C_1 i C_2 integracione konstante a $\dot{\varnothing}$ izvod funkcije \varnothing po parametru f . Zamenom izraza (3.1) u granične uslove (1.2) dobijaju se granični uslovi za funkcije \varnothing , R i H u obliku

$$\begin{aligned} \varnothing = 0, \quad H = 0, \quad R = 0 \quad &\text{za } f = 0, \\ \varnothing = 1 \quad &\text{za } f = f_m = 1. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Sa pretpostavljenim brzinama $u(x, y)$, $v(x, y)$ i množiteljem $\mu(x, y)$ u oblicima (3.1) iz Lagranžijana (2.1) se, imajući u vidu relacije (3.2), dobija redukovani Lagranžijan u obliku

$$\begin{aligned} L_1 = & \left\{ m \left[\frac{1}{2} U \left(\frac{dU}{dx} \right)^2 h A_1 - U^2 \frac{dU}{dx} \frac{dh}{dx} A_2 + \frac{1}{2} \frac{U^3}{h} \left(\frac{dh}{dx} \right)^2 A_3 + \right. \right. \\ & + g U \frac{dU}{dx} A_4 - \frac{g U^2}{h} \frac{dh}{dx} A_5 - j U \frac{dU}{dx} A_6 + \frac{j U^2}{h} \frac{dh}{dx} A_7 - \\ & \left. - U \left(\frac{dU}{dx} \right)^2 h A_8 + U^2 \frac{dU}{dx} \frac{dh}{dx} A_9 \right] - N U^2 h A_{10} - \frac{v}{2} \frac{U^2}{h} A_{11} \Big\} e^{x/m} + \\ & + k \left[\frac{d(ru)}{dx} h - rj \right] A_{12} + kr \left(g - U \frac{dh}{dx} \right) A_{13}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

gde su koeficijenti A_i dati izrazima

$$\begin{aligned} A_1 &= \int_0^{f_m} \varnothing^3 df, \quad A_2 = \int_0^{f_m} \varnothing^2 \dot{\varnothing} f df, \quad A_3 = \int_0^{f_m} \varnothing \dot{\varnothing}^2 f^2 df, \quad A_4 = \int_0^{f_m} H \varnothing \dot{\varnothing} df, \\ A_5 &= \int_0^{f_m} H \dot{\varnothing}^2 f df, \quad A_6 = \int_0^{f_m} R \varnothing \dot{\varnothing} df, \quad A_7 = \int_0^{f_m} R \dot{\varnothing}^2 f df, \quad A_8 = \int_0^{f_m} \varnothing df, \\ A_9 &= \int_0^{f_m} \dot{\varnothing} f df, \quad A_{10} = \frac{1}{2} \int_0^{f_m} \varnothing^2 df - \frac{1}{3} A_1 - \frac{1}{6}, \quad A_{11} = \int_0^{f_m} \dot{\varnothing}^2 df. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Odgovarajući redukovani akcioni integral ima tada oblik

$$I_1 = \int_{x_0}^l L_1 dx. \quad (3.6)$$

Uslovu stacionarnosti redukovanog akcionog integrala

$$\delta I_1 = 0, \quad (3.7)$$

uz poštovanje prirodnog graničnog uslova

$$\left. \frac{\partial L_1}{\partial \left(\frac{dh}{dx} \right)} \delta h \right|_{x=l} = 0, \quad (3.8)$$

odgovara sistem Ojler-Lagranževih jednačina

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_1}{\partial h} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial L_1}{\partial \left(\frac{dh}{dx} \right)} &= 0, \\ \frac{\partial L_1}{\partial g} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial L_1}{\partial \left(\frac{dg}{dx} \right)} &= 0, \\ \frac{\partial L_1}{\partial k} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial L_1}{\partial \left(\frac{dk}{dx} \right)} &= 0, \\ \frac{\partial L_1}{\partial j} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial L_1}{\partial \left(\frac{dj}{dx} \right)} &= 0. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Nalazeći odgovarajuće parcijalne izvode redukovanog Lagranžijana (3.4) i unoseći ih u sistem jednačina (3.9) on se, prelaskom na granični proces $m \rightarrow 0$, transformiše na sistem

$$\begin{aligned} -NU^2 A_{10} + \frac{\nu}{2} \frac{U^2}{h^2} A_{11} + U^2 \frac{dU}{dx} A_2 - \frac{U^3}{h} \frac{dh}{dx} A_3 + \frac{gU^2}{h} A_5 - \frac{jU^2}{h} A_7 - U^2 \frac{dU}{dx} A_9 &= 0, \\ \left[h \frac{d(rU)}{dx} - rj \right] A_{12} + r \left(g - U \frac{dh}{dx} \right) A_{13} &= 0. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Odabirajući proizvoljno uvedene funkcije g i j (3.1) u obliku

$$j = \frac{h}{r} \frac{d(rU)}{dx}, \quad g = U \frac{dh}{dx}, \quad (3.11)$$

druga jednačina sistema (3.10) je identički zadovoljena a prva se posle uvođenja smene $h^2 = v t$ transformiše na

$$\frac{dt}{dx} + \left[A \frac{\frac{dU}{dx}}{U(x)} + B \frac{N(x)}{U(x)} + C \frac{\frac{dr}{dx}}{r(x)} \right] t - \frac{D}{U(x)} = 0, \quad (3.12)$$

gde su

$$A = 2 \frac{A_2 - A_7 - A_9}{A_5 - A_3}, \quad B = \frac{2 A_{10}}{A_3 - A_5}, \quad C = \frac{2 A_7}{A_3 - A_5}, \quad D = \frac{A_{11}}{A_3 - A_5}. \quad (3.13)$$

Ovim je rešavanje uočenog problema svedeno na rešavanje obične linearne diferencijalne jednačine (3.12). Da bi se ona mogla koristiti za sračunavanje konkretnih primera graničnog sloja neophodno je odrediti konstante A, B, C i D tj. opredeliti se za oblik funkcije \varnothing .

Karakteristične veličine graničnog sloja [13] sračunavaju se korišćenjem izraza za debljinu istiskivanja

$$\delta^* = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{u}{U} \right) dy = h(x) \int_0^{f_m} (1 - \varnothing) df, \quad (3.14)$$

za debljinu gubitka impulsa

$$\delta^{**} = \int_0^{\infty} \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U} \right) dy = h(x) \int_0^{f_m} \varnothing (1 - \varnothing) df, \quad (3.15)$$

za tangencijalni napon na telu

$$\tau_w = \eta \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = \eta \dot{\varnothing}(0) \frac{U}{h}, \quad (3.16)$$

gde je: η — koeficijent dinamičke viskoznosti.

4. Aproksimativna rešenja za odnos brzina oblika polinoma trećeg stepena

Za dalje rešavanje postavljenog problema pretpostaviće se da je odnos podužne brzine u graničnom sloju $u(x, y)$ i brzine na granici graničnog sloja $U(x)$, oblika polinoma trećeg stepena

$$\varnothing(f) = 3f - 3f^2 + f^3. \quad (4.1)$$

Koeficijenti ovog polinoma (4.1) odabrani su tako da on zadovolji granične uslove (3.3) i dodatne uslove $\dot{\varnothing}(1) = 0$, $\ddot{\varnothing}(1) = 0$.

Za ovako odabran odnos brzina (4.1) korišćenjem izraza (3.2) i graničnih uslova (3.3) dobijaju se i funkcije $R(f)$ i $H(f)$ u obliku polinoma

$$\begin{aligned} R(f) &= \frac{3}{2} f^2 - f^3 + \frac{1}{4} f^4, \\ H(f) &= \frac{3}{2} f^2 - 2f^3 + \frac{3}{4} f^4. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Nakon ovoga, mogu se korišćenjem (4.1) i (4.2) i posredstvom izraza (3.5) odrediti koeficijenti A_i . Unošenjem na dalje tako određenih vrednosti koeficijenata A_i u izraze (3.13) dobijaju se sledeće vrednosti za A, B, C i D :

$$A=8, B=-2.222, C=2 \text{ i } D=50. \quad (4.3)$$

Sa ovako određenim vrednostima konstanti A, B, C i D jednačina (3.12) dobija oblik

$$\frac{dt}{dx} + \left[8 \frac{\frac{dU}{dx}}{U(x)} - 2.222 \frac{N(x)}{U(x)} + 2 \frac{\frac{dr}{dx}}{r(x)} \right] t - \frac{50}{U(x)} = 0. \quad (4.4)$$

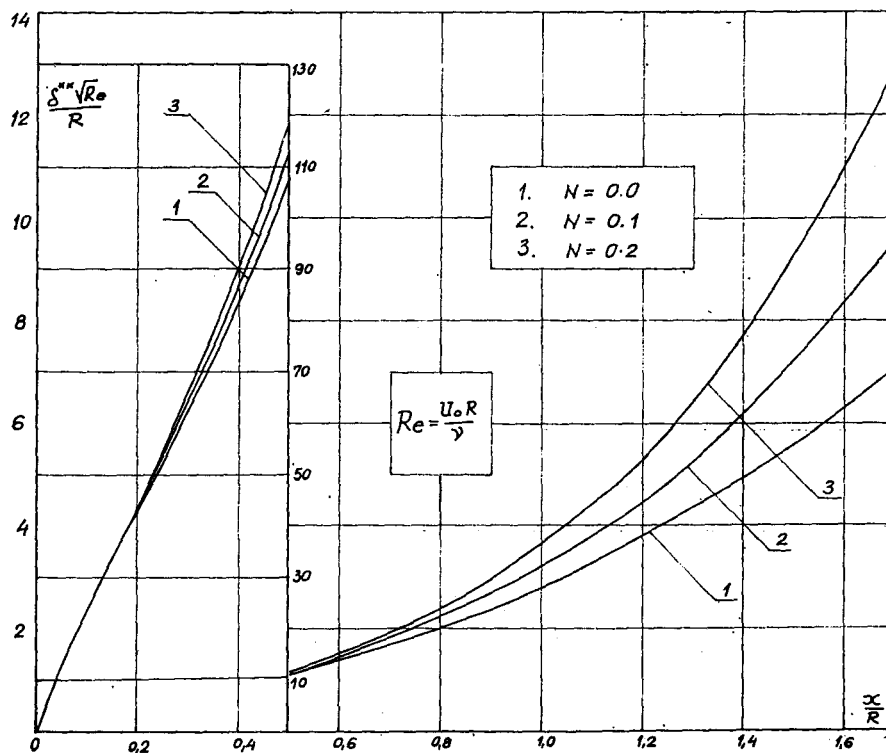
U tom smislu se rešavanje problema, uz pretpostavku da je odnos brzina oblika polinoma trećeg stepena, svodi na rešavanje jednačine (4.4). U svakom konkretnom slučaju tj. za zadato $U(x), N(x)$ i $r(x)$ treba jednačinu (4.4) rešavati.

Karakteristične veličine graničnog sloja [13] sračunavaju se korišćenjem izraza:
za debljinu ispitivanja

$$\delta^* = 0.25 h(x), \quad (4.5)$$

za debljinu gubitka impulsa

$$\delta^{**} = 0.107 h(x), \quad (4.6)$$



Sl. 1

za tangencijalni napon na telu

$$\tau_w = 3 \eta \frac{U(x)}{h(x)}, \quad (4.7)$$

koji su dobijeni iz izraza (3.14), (3.15) i (3.16) respektivno zamenom u njima funkcije \varnothing polinomom (4.1) i $f_m=1$.

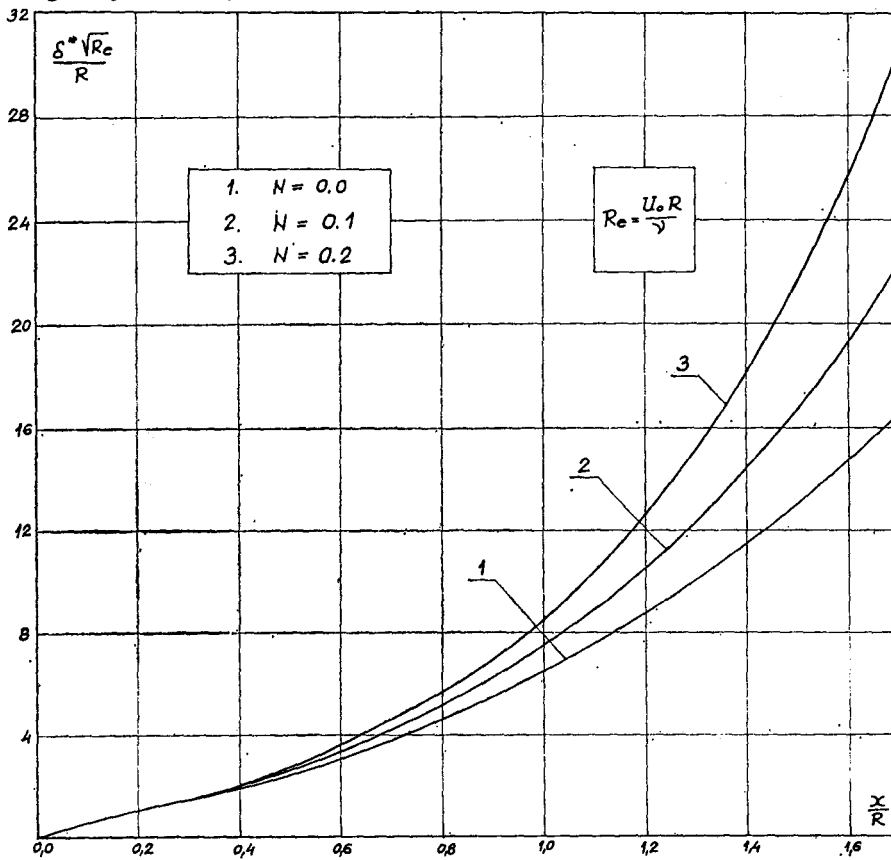
5. Proračun konkretnog primera

Kao konkretan primer proučava se problem graničnog sloja na prstenastom disku, unutrašnjeg poluprečnika R , u čijem se centru nalazi izvor a strujanje je ravansko. Ovaj problem graničnog sloja, koji je od interesa za praksu, određen je sledećim rasporedima brzine i poluprečnika [14]:

$$U(x) = \frac{U_0 R}{R+x}; \quad r(x) = R+x, \quad (5.1)$$

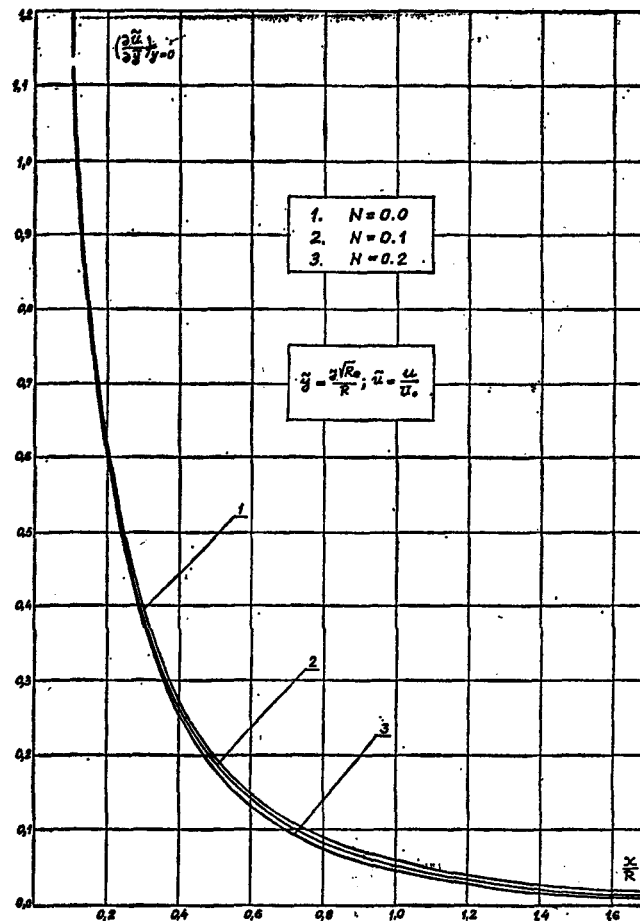
gde je: $U_0 = U(0)$ a koordinatni početak na unutrašnjem kraju diska.

Magnetno polje se smatra konstantnim i proračun izvodi za vrednosti magnetnog broja $N=0.0, 0.1$ i 0.2 .



Sl. 2

Za funkcije $U(x)$ i $r(x)$ date izrazima (5.1) a za date vrednosti magnetnog broja jednačina (4.4) je numerički rešena na elektronskoj računskoj mašini IMB 1130 i posredstvom izraza (4.5), (4.6) i (4.7) sračunate karakteristične veličine graničnog sloja. Rezultati ovog proračuna predstavljeni su grafički na slikama 1, 2, 3.



Sl. 3

Sa slike 1. i 2. se uočava da debljine istiskivanja i gubitka impulsa rastu sa porastom vrednosti magnetnog broja N . Taj rast je neznatan za male vrednosti bezdimenzijske koordinate x/R a sa njenim uvećanjem i on se uvećava. Sa slike 3. se pak uočava da sa porastom magnetnog polja (N) tangencijalni napon na telu opada. Dakle efekat magnetnog polja je suprotan željenom. To je i trebalo očekivati, jer karakter dejstva magnetnog polja suštinski zavisi od odnosa elektroprovodnosti unutar sloja σ i izvan σ_∞ i za $\sigma_\infty < \sigma$ (što je i naš slučaj) elektromagnetne sile koče fluid i odnose ga od tela, što kao krajnji efekat ima ranije odvajanje graničnog sloja.

Literatura

- [1] Rossow J., *On flow of electrically conducting fluids over a flat plate in presence of a transvers magnetic field*, HACA PR № 1358, (1958).
- [2] Vujanović B., *An Approach to linear and Nonlinear Heat Transfer Problem Using a Lagrangian*, J. AIAA 9 (1971).
- [3] Boričić Z. i Nikodijević D., *Prilog proučavanju MHD graničnog sloja primenom varijacionog računa*, XIV Jugoslovenski kongres racionalne i primenjene mehanike B 1—3, Portorož, Jugoslavija (1978).
- [4] Vujanović B. i Đukić Đ., *A variational principle for the theory of laminar boundary layer in incompressible fluids*, Publications de L'Institut mathématique tome 11, (25), Beograd, (1971).
- [5] Boričić Z. i Nikodijević D., *The research of the flow in the plane magnetohydrodynamic boundary layer around the body of the arbitrary shape*-Proceedings of the sixth conference on fluid machinery, Vol. 1, Akadémiai kiadó, Budapest (1979).
- [6] Vujanović B., Đukić Đ. i Pavlović M., *A Variational Principle for the Laminar Boundary Layer Theory*, Bollettino U.M.I. (4) 7 (1973).
- [7] Boričić Z. i Nikodijević D., *Neka istraživanja laminarnog strujanja provodnog fluida*, Simpozijum '80, Savremeni problemi nelinearne mehanike kontinuuma, Tara, (1980) II—4.
- [8] Đukić Đ. i Vujanović B., *A variational principle for the two-dimensional boundary-layer flow of non-newtonian power-law fluids*, Rheol. Acta 14 (1975).
- [9] Đukić Đ., *On Unsteady Magnetic Low-Speed slip Flow in the Boundary Layer*, Acta Mechanica 18 (1973).
- [10] Nikodijević D., *Određivanje karakteristika graničnog sloja na obrtnim telima primenom metode varijacije*, 15. Jugoslovenski kongres teorijske i primenjene mehanike, Kupari, (1981) B—6.
- [11] Stokić D., *Rešenje problema zračenja toplote tela sa termički promenljivim karakteristikama varijacionom metodom*, Naučno-stručni skup „Mašinstvo 1873—1973“, Zbornik radova knjiga II.
- [12] Мышкис А. Д., *Математика — специальные курсы*, „Наука“, Москва (1971).
- [13] Лойцянский Л. Г., *Ламинарный пограничный слой*, ПИФМЛ, Москва (1962).
- [14] Сальников В. Н., *Пограничный слой на диске в плоском потоке от источника или стока*, Publikacije Mašinskog fakulteta u Beogradu, № 3—4 (1962).

**ПРИМЕНЕНИЕ ВАРИАЦИОННОГО МЕТОДА НА ИЗУЧЕНИЕ
ОСЕСИМЕТРИЧНОГО МГД ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ТЕЛ
ВРАЩЕНИЯ ПРИ ТЕЧЕНИЮ ЖИДКОСТИ ПЕРЕМЕННОЙ
ПРОВОДИМОСТИ**

Резюме

Изучается проблема осесимметричного пограничного слоя проводимой несжимаемой жидкости на тел вращения под действием перпендикулярного магнитного поля. Электропроводимост жидкости переменная а маловата. В работе пользуется метод вариации с исчезающим пораметром. На конце работе для специального случая вычисляются характерные величини пограничного слоя: толщина вытеснения, толщина потери импульса и напряжение трения на стенке.

dr Zoran Boričić, red. prof.
mr Dragiša Nikodijević, asist.
Mašinski fakultet,
18000 Niš, Beogradska 14.