

## EQUATIONS UNIVERSELLES DE LA COUCHE LIMITE SUR UNE AÎLE EN DERAPAGE

*Vukoslavčević Petar*

(Communiqué le 28 Décembre 1977)

**Résumé.** Dans ce travail on a fait l'universalisation des équations de la couche limite laminaire de deuxième ordre, à l'aide des résultats de Saljnikov, obtenus dans un cas analogue. Les équations universelles, ainsi trouvées, sont ensuite traitées numériquement dans un cas spécial d'une aîle cylindrique en dérapage. D'une telle façon, ce problème est résolu sous une forme satisfaisante. Quant à l'application, cette solution possède toutes les bonnes propriétés, caractéristique pour la couche limite de première ordre.

### 1. Introduction.

Dans ce travail on a fait une application des plus récents résultats obtenus par Saljnikov [1] dans le cas de la couche limite plane laminaire stationnaire du premier ordre<sup>1</sup>, aux problèmes où toutes les trois composantes de la vitesse dans la couche limite sont différentes de zéro. Aujourd'hui on peut dire que le problème de la couche limite plane du premier ordre est pratiquement résolu sous une forme satisfaisante i.e. la solution est suffisamment exacte et favorable pour des applications. Les résultats les plus connus dans ce domaine sont ceux de Görtler et surtout de Loïtsianski, qui a réussi à résoudre ce problème à l'aide de sa méthode des approximations paramétriques. Néanmoins, ces résultats de Loïtsianski, malgré d'une grande exactitude, n'étaient pas favorable pour l'application. Et c'est grâce aux plus récents travaux de Saljnikov ([1] et [2]) que ces difficultés sont surmontées. Kukić [3] a élargi la méthode de Saljnikov aux problèmes de la couche limite à symétrie de révolution du premier ordre, tandis que dans ce travail nous avons pris des corps rotatifs tournant ou bien se trouvant dans un écoulement extérieur qui n'est plus parallèle à l'axe du corps. C'est pourquoi dans la couche limite on

---

<sup>1</sup>) sous la définition de l'écoulement plane du premier ordre on comprend celui-ci où:  
 $v_x \neq 0, v_y \neq 0, v_z = 0, \frac{\partial}{\partial z}$ .

apparaît une nouvelle composante de la vitesse en direction normale au plan méridien. Par conséquent, nous ne traitons ici que des problèmes plane et à symétrie de révolution du deuxième ordre<sup>2</sup>.

## 2. Equations de base.

Les équations de la couche limite laminaire stationnaire autour d'un corps quelconque dans un système de coordonnées curvilignes tri-orthogonales s'écrivent [4] sous la forme suivante:

$$(1) \quad \left. \begin{aligned} & \frac{v_1}{h_1} \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{v_2}{h_2} \frac{\partial v_1}{\partial x_2} + v_3 \frac{\partial v_1}{\partial x_3} - \frac{v_2^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial x_1} + \frac{v_1 v_2}{y_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial x_2} = \\ & = \frac{U_1}{h_1} \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + \frac{U_2}{h_2} \frac{\partial U_1}{\partial x_2} - \frac{U_2^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial x_1} + \frac{U_1 U_2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial x_2} + \nu \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_2^2}, \\ & \frac{v_1}{h_1} \frac{\partial v_2}{\partial x_1} + \frac{v_2}{h_2} \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + v_3 \frac{\partial v_2}{\partial x_3} - \frac{v_1^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial x_2} + \frac{v_1 v_2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial x_1} = \\ & = \frac{U_1}{h_1} \frac{\partial U_2}{\partial x_1} + \frac{U_2}{h_2} \frac{\partial U_2}{\partial x_2} - \frac{U_1^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial x_2} + \frac{U_1 U_2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial x_1} + \nu \frac{\partial^2 v_2}{\partial x_3^2}, \\ & \frac{\partial (h_2 v_1)}{\partial x_1} + \frac{\partial (h_1 v_2)}{\partial x_2} + h_1 h_2 \frac{\partial v_3}{\partial x_3} = 0, \end{aligned} \right\}$$

avec les conditions aux limites comme suit:

$$(2) \quad v_1 = v_2 = v_3 = 0 \quad \text{pour} \quad x_3 = 0; \quad v_1 = U_1, \quad v_2 = U_2 \quad \text{pour} \quad x_3 = \infty.$$

On a ici que:  $v_1, v_2$  et  $v_3$  sont les composantes de la vitesse dans la couche limite;  $U_1$  et  $U_2$  — les vitesses à la frontière de la couche limite;  $h_1, h_2$  et  $h_3=1$  — les coefficients métriques du système de coordonnées.

A partir des équations (1), en les appliquant aux problèmes à symétrie de révolution du deuxième ordre où d'après la figure 1:  $v_1=u, v_2=w, v_3=v, x_1=x, x_2=z, x_3=y, h_1=1, h_2=r, h_3=1, \frac{\partial}{\partial z}=0, U_1=U_1(x), U_2=U_2(x)$ , on obtient

les équations de la couche limite à symétrie de révolution du deuxième ordre sous la forme:

$$(3) \quad \left. \begin{aligned} & u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{w^2}{r} \frac{\partial r}{\partial x} = U_1 \frac{\partial U_1}{\partial x} - \frac{U_2^2}{r} \frac{\partial r}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \\ & u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{uw}{r} \frac{\partial r}{\partial x} = U_1 \frac{\partial U_2}{\partial x} + \frac{U_1 U_2}{r} \frac{\partial r}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \\ & \frac{\partial (ru)}{\partial x} + \frac{\partial (rv)}{\partial y} = 0, \end{aligned} \right\}$$

<sup>2)</sup> On dit qu'un écoulement plane est du deuxième ordre si:  $v_x \neq 0, v_y \neq 0, v_z \neq 0, \frac{\partial}{\partial z} = 0$ .

avec les conditions aux limites:

$$(4) \quad u=v=w=0, \quad y=0; \quad u=U_1 \quad w=U_2, \quad y \rightarrow \infty.$$

Notons que les équations (3) restent valables aussi dans le cas où le corps tourne autour de l'axe de symétrie et la vitesse à l'infini est parallèle à cette axe. Cela peut être d'un intérêt pratique pour traiter le mouvement en spirale d'un projectile.

Puisque dans ce cas  $U_2=0$ , tous les membres des équations (3), contenant  $U_2$ , devient égales à zéro. D'autre part, dans ce cas on aura les conditions aux limites comme suit:

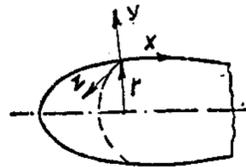


Fig. 1.

$$(5) \quad u=v=0, \quad w=W_0 \text{ pour } y=0; \quad u=U_1, \quad w=0 \text{ pour } y \rightarrow \infty,$$

où  $W_0$  est la vitesse de rotation du corps.

Vu ce problème représente un cas spécial de celui expliqué précédemment, on n'en parlera plus dans ce travail.

### 3. Introduction de nouvelles variables.

Vu les résultats, favorables, obtenus à l'aide de la méthode de Saljnikov, appliquée pour traiter le problème à symétrie de révolution de premier ordre [3], nous introduisons ici les mêmes variables, comme suit:

$$(6) \quad \xi = \frac{1}{l^2} \int_0^x r^2(x) dx, \quad \eta = \frac{U_1(x) \frac{r(x)}{l} y}{\sqrt{a_0 \nu \int_0^x U_1^{b-1}(x) \frac{r^2(x)}{l^2} dx}}.$$

De même, nous prenons aussi l'expression bien connue pour la fonction de courant:

$$(7) \quad \psi = \frac{l}{r} \sqrt{a_0 \nu \int_0^x U_1^{b-1}(x) \frac{r^2}{l^2} dx} U_1^{1-\frac{b}{2}}(x) \Phi_1(x, \eta).$$

Par l'intermédiaire de (6) et (7), on calcule aisément les deux composantes de la vitesse:

$$(8) \quad u = \frac{1}{r} \frac{\partial(r\psi)}{\partial y} = U_1(x) \frac{\partial \Phi_1}{\partial \eta}, \quad v = -\frac{1}{r} \frac{\partial(r\psi)}{\partial x}$$

tandis que la troisième composante  $w$  est définie à l'aide d'un fonction  $G(x, \eta)$  sous la forme:

$$(9) \quad w = U_2(x) \cdot G(x, \eta)$$

On a introduit cette expression (9) par une analogie avec (8), tandis que dans la théorie de la couche limite on suppose que la composante  $w$  est un produit de deux fonctions ([5], [6]) d'habitude.

#### 4. Détermination des équations universelles.

Pour faire l'universalisation des équations (3) il est nécessaire à introduire, à part de l'ensemble de paramètres de Loitsianski:

$$(10) \quad f_k^1 = U_1^{k-1}(x) \frac{d^k U_1(x)}{dx^k} (\overset{**}{z})^k, \quad \overset{**}{z} = \frac{\overset{**}{\delta}_z^2}{\nu}, \quad k = 1, 2, \dots, n;$$

encore deux ensembles infinis de paramètres [4]:

$$(11) \quad f_k^2 = U_1^{k-1}(x) \frac{d^k U_2(x)}{dx^k} (\overset{**}{z})^k, \quad f_k^3 = \frac{U_1^k(x)}{r(x)} \frac{d^k r(x)}{dx^k} (\overset{**}{z})^k,$$

Pareillement comme dans la théorie de la couche limite plane du premier ordre, on obtient l'équation intégrale de la couche limite:

$$(12) \quad \frac{df_1^1}{dx} = \frac{U_1''}{U_1'} f_1^1 + \frac{U_1'}{U_1} \overset{*}{F}_1,$$

où:

$$(13) \quad \overset{*}{F}_1 = F + 2f_1^3 [\sigma^2 (\overset{**}{H}_z + \overset{*}{H}_z)],$$

$$(13) \quad \overset{**}{H}_z = \frac{\overset{**}{\delta}_z^2}{\delta^2}, \quad \overset{*}{H}_z = \frac{\overset{*}{\delta}_z}{\delta}, \quad \overset{**}{\delta}_z = \int_0^\infty \frac{w}{U_2} \left(1 - \frac{w}{U_2}\right) dy,$$

$$(14) \quad \overset{*}{\delta}_z = \int_0^\infty \left(1 - \frac{w}{U_2}\right) dy, \quad \sigma = f_0^2 = \frac{U_2}{U_1}.$$

On peut démontrer, en utilisant l'équation (12), que les ensembles de form-paramètres (10) et (11) satisfont la relation récurrente:

$$(15) \quad U_1 \overset{**}{z} \frac{df_k^r}{dx} = (k f_1^1 - f_1^r + k \overset{*}{F}) f_k^r + f_{k+1}^r = \theta_k^r,$$

à l'aide de laquelle on obtient la formule de transformation:

$$(16) \quad \frac{\partial}{\partial x} = \sum_{r=1}^3 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\partial}{\partial f_k^r} \cdot \frac{df_k^r}{dx} = \frac{U_1'(x)}{U_1(x)} \cdot \sum_{r=1}^3 \sum_{k=0}^{\infty} \theta_k^r \frac{\partial}{\partial f_k^r}.$$

Finalement, en profitant les expressions (6), (7), (9) et (16), on peut transformer les équations (3) sous une forme universelle:

$$\begin{aligned}
 & \Phi_{1\eta\eta\eta} + \Phi_1 \cdot \Phi_{1\eta\eta} \cdot \frac{1}{2B^2} \cdot \{a_0 \cdot B^2 + f_1^1 \cdot (2-b)\} + \frac{f_1^1}{B^2} \cdot (1 - \Phi_{1\eta}^2) - \\
 & - \sigma^2 \cdot \frac{f_1^3}{B^2} \cdot (1 - G^2) = \frac{1}{B^2} \sum_{r=1}^3 \sum_{k=0}^{\infty} \theta_k^r (\Phi_{1\eta} \cdot \Phi_{1\eta, f_k^r} - \Phi_{1\eta\eta} \cdot \Phi_{1f_k^r}), \\
 (17) \quad & G_{\eta\eta} + G_{\eta} \cdot \frac{\Phi_1}{2B^2} \cdot \{a_0 B^2 + (2-b) \cdot f_1^1\} + \frac{f_1^2 + \sigma \cdot f_1^3}{\sigma \cdot B^2} \cdot (1 - \Phi_{1\eta} \cdot G) = \\
 & = \frac{1}{B^2} \sum_{r=1}^3 \sum_{k=0}^{\infty} \theta_k^r (\Phi_{1\eta} \cdot G_{f_k^r} - G_{\eta} \cdot \Phi_{1f_k^r}),
 \end{aligned}$$

avec les conditions aux limites:

$$(18) \quad \eta=0, \quad \Phi_{1\eta} = 0, \quad G=0; \quad \Phi_1 = 0; \quad \eta \rightarrow \infty, \quad \Phi_{1\eta} = 1, \quad G = 1.$$

Ces équations sont universelles pour tous les cas de l'écoulement à symétrie de révolution de la couche limite du deuxième ordre; en plus, à l'aide des transformations de Mangler-Stepanov elles peuvent être appliquer aussi pour un écoulement plan dans la couche limite du deuxième ordre. Avant une intégration numérique, il faut déterminer les constantes  $a_0$  et  $b$ , dont les valeurs différent de celles, obtenues dans le cas de la couche limite plane du premier ordre, d'après la forme bien connue de la fonction  $F$ , Vu la fonction  $F^*$  est différente de  $F$ , il faudrait examiner cette fonction  $F^*$  par la méthode de Loitsianski, par exemple, et ensuite déterminer les valeurs de  $a_0$  et  $b$ . Pour l'instant, on a examiné la fonction  $F^*$  dans quelques cas particuliers.

### 5. Une aile cylindrique en dérapage.

On considère une aile cylindrique d'une section quelconque plongée dans un écoulement extérieur dont la vitesse à l'infini amont fait un angle différent de  $90^\circ$  par rapport à l'axe longitudinale. La composante de la vitesse  $U_1$  dépend de la forme de section, tandis que l'autre composante reste constante:  $U_2 = \text{const} = W$  [5].

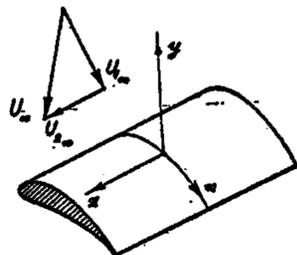


Fig. 2.

$-f_1^1$	0.0831	0.0800	0.0700	0.0600	0.0500	0.0400	0.0300	0.0200	0.0100
$\zeta^{(1)}$	0.0219	0.0384	0.0737	0.1007	0.1242	0.1456	0.1656	0.1846	0.2029
$H^{(1)}$	3.5947	3.4552	3.2135	3.0639	2.9508	2.8584	2.7795	2.7101	2.6480
$F^{(1)}$	0.9744	0.9261	0.8739	0.8079	0.7429	0.6796	0.6178	0.5575	0.4985
$A^{(1)}$	3.6345	3.4910	3.2405	3.0834	2.9643	2.8670	2.7844	2.7124	2.6485
$B^{(1)}$	1.0111	1.0104	1.0084	1.0064	1.0045	1.0030	1.0018	1.0008	1.0002
$\Phi_{1(0)}^{(1)''}$	0.0216	0.0380	0.0731	0.1000	0.1236	0.1452	0.1654	0.1845	0.2028
$B_1^{(1)}$		0.8200	0.8456	0.8635	0.8823	0.9022	0.9236	0.9468	0.9721
$G_{(0)}^{(1)'}$		0.1710	0.1853	0.1962	0.2037	0.2094	0.2137	0.2168	0.2190
$\frac{-f_1^1}{B^{(1)2}}$	0.0813	0.0784	0.0688	0.0592	0.0495	0.0397	0.0299	0.0199	0.0100
$f_1^1$	0.0000	0.0100	0.0200	0.0300	0.0400	0.0500	0.0600	0.0700	0.0800
$\zeta^{(1)}$	0.2205	0.2376	0.2543	0.2707	0.2869	0.3030	0.3189	0.3349	0.3510
$H^{(1)}$	2.5914	2.5392	2.4905	2.4447	2.4012	2.3596	2.3193	2.2798	2.2403
$F^{(1)}$	0.4408	0.3842	0.3288	0.2746	0.2215	0.1696	0.1189	0.0696	0.0219
$A^{(1)}$	2.5914	2.5398	2.4930	2.4510	2.4127	2.3791	2.3506	2.3288	2.3193
$B^{(1)}$	1.0000	1.0002	1.0010	1.0024	1.0048	1.0083	1.0135	1.0215	1.0352
$G_{(0)}^{(1)'}$	0.2205	0.2210	0.2207	0.2195	0.2137	0.2137	0.2084	0.2000	0.1848
$\Phi_{(0)}^{(1)''}$	0.2205	0.2375	0.2541	0.2700	0.2856	0.3005	0.3147	0.3279	0.3391
$B_1^{(1)}$	1.0000	1.0314	1.0673	1.1088	1.1581	1.2188	1.2976	1.4103	1.6168
$\frac{f_1^1}{B^{(1)2}}$	0.0000	0.0100	0.0199	0.0298	0.0396	0.0492	0.0584	0.0671	0.0746

Tab. 1

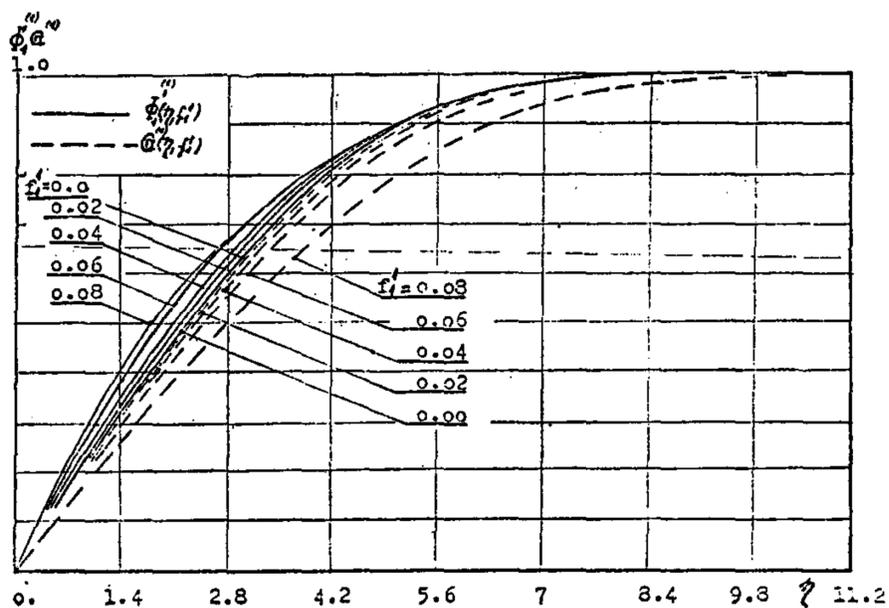


Fig. 3.

Les équations universelles (17), sous la forme des approximations à un paramètre, deviennent:

$$\begin{aligned} & \Phi_{1\eta\eta\eta}^{(1)} + \Phi_1^{(1)} \cdot \Phi_{1\eta\eta}^{(1)} \cdot \frac{1}{2B^2} \{a_0 \cdot B^2 + f_1^1 \cdot (2-b)\} + \frac{f_1^1}{B^2} \cdot (1 - \Phi_{1\eta}^2) = \\ & = \frac{F^{(1)} \cdot f_1^1}{B^2} \cdot \{\Phi_{1\eta}^{(1)} \cdot \Phi_{1\eta_1 f_1^1}^{(1)} - \Phi_{1 f_1^1}^{(1)} \cdot \Phi_{1\eta\eta}^{(1)}\}, \end{aligned} \tag{19}$$

$$G_{\eta\eta}^{(1)} + G_{\eta}^{(1)} \cdot \frac{\Phi_1^{(1)}}{2B^2} \cdot \{a_0 \cdot B^2 + (2-b) \cdot f_1^1\} = \frac{F^{(1)} \cdot f_1^1}{B^2} \cdot \{\Phi_1^{(1)} \cdot G_{f_1^1}^{(1)} - G_{\eta}^{(1)} \cdot \Phi_{1 f_1^1}^{(1)}\}.$$

où la fonction  $F$ , aussi bien que les constantes  $a_0$  et  $b$  ont les mêmes valeurs comme dans le cas plan du premier ordre.

Le système d'équations (19) est résolu numériquement à l'aide d'un ordinateur électronique IMB 1130 et quelques résultats sont présentés par le tableau 1 et les figures 3 et 4. On voit que la dépendance de la fonction  $G^{(1)}$  du paramètre  $f_1^1$  ne peut être négligée du tout, comme cela a été fait aux travaux [8] et [9], où on a fait l'hypothèse que  $w = U_2 \psi$ , la fonction  $\psi$  étant une fonction d'une seule variable.

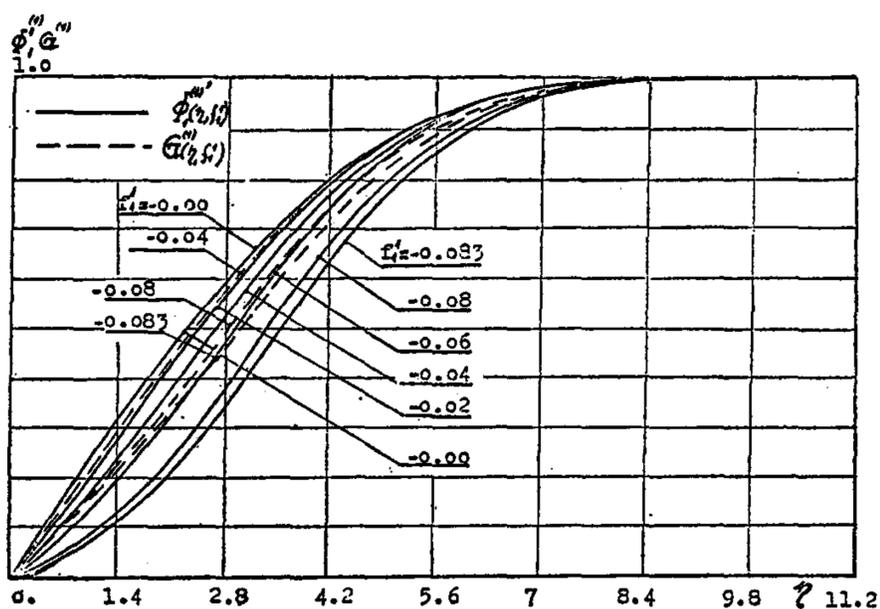


Fig 4.

— $f^2$  — Pour comparer ces résultats, avec ceux de Struminski [8] et Rott, [9], on a calculé des épaisseurs de la perte de quantité de mouvement, à l'aide des formules:

$$\delta^{**} = \int_0^{\infty} \frac{u}{U_1} \left(1 - \frac{u}{U_1}\right) \cdot dy, \quad \delta_{xz}^{**} = \int_0^{\infty} \frac{u}{U_1} \left(1 - \frac{w}{W}\right) \cdot dy, \tag{20}$$

qui nous offre, vu la forme des coordonnées (6):

$$(21) \quad \delta^{**} = \left\{ \frac{v \cdot a_0 \cdot \int_0^{\infty} U_1^{b-1} \cdot dx}{U_1^b} \right\}^{\frac{1}{2}} \cdot B, \quad B = \int_0^{\infty} \Phi_{1\eta} \cdot (1 - \Phi_{1\eta}) \cdot d\eta;$$

$$(22) \quad \delta_{xz}^{**} = \left\{ \frac{v \cdot a_0 \cdot \int_0^{\infty} U_1^{b-1} \cdot dx}{U_1^b} \right\}^{\frac{1}{2}} \cdot B_1, \quad B_1 = \int_0^{\infty} \Phi_{1\eta} \cdot (1 - G) \cdot d\eta.$$

Une application de la méthode s'est faite de la façon qu'on calcule d'abord la grandeur et ensuite, à l'aide de (23), le tableau 1 nous offre les fonctions  $B$  et  $B_1$ .

$$(23) \quad \frac{f_1^1}{B^2} = \frac{a_0 \cdot U_1'}{U_1^b} \cdot \int_0^{\infty} U_1^{b-1} \cdot dx,$$

En utilisant (21) et (22), on a calculé les fonctions  $Z^{**} = \frac{\sigma^{**2}}{v}$  et  $Z_{xz}^{**} = \frac{\delta_{xz}^{**2}}{v}$

sur une aile d'une section cylindrique, pour une distribution de la vitesse extérieur de Himenz [10], ce qui est présenté par la fig. 5. La même figure montre aussi les solutions de Rott et Struminski pour la fonction  $Z^{**}$ , d'où on peut conclure qu'il existe des différences considérable entre les solutions. Une controle de l'exactitude peut être faite par une examination de l'épaisseur de perte de quantité de mouvement (20) au point où  $U'0$  i.e.  $f_1^1=0$ . Au fond, dans ce point on a que:

$$(24) \quad u = d \cdot w + e$$

où  $d=U_1W$ ,  $e=0$ . Par conséquent, on peut constater pour ce point que:

$$(25) \quad \frac{u}{U_1} = \frac{w}{W}, \text{ ou bien } z^{**} = z_{xz}^{**}$$

La figure 5 montre que cette condition (25) ne peut être satisfaite que par la solution présentée dans ce travail, d'où on peut conclure que cette solution possède une exactitude plus grande que celles de Rott et Struminski.

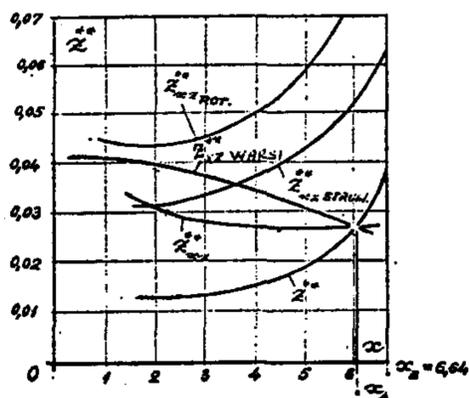


Fig. 5.

Néanmoins, à part des solutions de Rott et Struminski, il faut tenir compte aussi de la solution de Bogdanova [4], où elle a fait l'universalisation des équations de la couche limite tridimensionnelle à l'aide de la méthode de Loitsianski. Mais une analyse détaillée du problème d'une aile dérapée est donnée par Warsi [7], dont la solution est aussi présentée par la figure 5, et qui satisfait la condition d'intersection des courbes au point  $U'=0$ . En plus, la différence entre la solution de Warsi et celle donnée dans ce travail est relativement petite, d'où on constate que leur exactitude est satisfaisante. D'autre part, il semble que l'exactitude des solutions de Rott et Struminski est relativement faible à cause de fait qu'ils ont choisi la distribution de la vitesse en direction de  $z$  d'une façon intuitive.

### References

- [1] Saljnikov, V. N., *Prilog univerzalnim riješenjima teorija graničnog sloja*, rad saopšten na prvom Jugoslovenskom Aerokosmonautičkom kongresu 1973 god.
- [2] Салъников В. Н. *Обобщение универзального уравнения лам. пограничного слоя Л. Г. Лојцянского*, Математички институт у Београду 1972 год.
- [3] Kukić D., *Metoda za sračunavanje osnosimetričnog graničnog sloja obrtnim tijelima*, Magistarski rad, Beograd 1974. god.
- [4] Богданова, В., *Универсальные уравнения теории пространственного слоя*, Ленинград, 1968 год.
- [5] Лојцянский, Л., *Ламинарный пограничный слой*, Москва 1962 год.
- [6] Ђорђевић, V. D., *О Тајлоровом хидродинамичком моделу вихорног распршивача*, Matematički vesnik, 6 (21), Sv. 1. Beograd 1969 god.
- [7] Warsi, Z. U., *AJAA Journ.*, v.7, br. 4, April, 1969 god.
- [8] Струмински В., *Пространственный пограничный слой на скользящем крыле в несжимаемой жидкости*, ГАГИ, Госизобпром 1957 год.
- [9] Rott N., Grabtree L., *Simplified Laminar Boundary-Layer Calculations for Bodies of Revolution and for Yawed Wings*, Journ. Aeron. Sci. 19, 1952 god.
- [10] Himenz K., *Dingl. Politehn. Journal* 326, 321.