РЕФЕРАТ О ДОКТОРСКОЈ ТЕЗИ М. ТОМИЋА

Члан математичког института Миодраг Томић поднео је Српској Академији Наука своју докторску тезу *О тригонометриским збировима*. Комисија, одређена од стране Одељења природно-математичких Наука САН поднела је о тези овај реферат:

„Теорија тригонометриских — посебно Fourier-ових редова — једна је од најсуптилнијих грана математичке анализе. Она се може сматрати и као једна од њених најобимнијих грана, јер су из ње проистекли многи проблеми који су се доцније развили у посебне теорије, и сачињавају данас основне гране и појмове математичке анализе. — Тако су већ у прошлом столећу Fourier-ови редови довели Cauchy-a, Dirichlet-a и најзад Weierstrass-a до прецизирања појма функције, Riemann-a до прецизне формулације појма одређеног интеграла, док је Du Bois-Reymond, вођен основним проблемом конвергенције Fourier-ових редова, разрадио свој „Infinitärcalcul", којим је дао модерни аспект инфинитезималном рачуну.

Концем прошлог столећа покушај класификације прекидних места функције дефинисане тригонометриским редом довео је Cantor-a до нове дисциплине — теорије скупова. Ова теорија је најзад довела до ригурозног појма функције, а Lebesgue-у омогућила једно значајно откриће — нов појам интеграла, чије порекло такође лежи у теорији Fourier-ових редова.

Савремена теорија тригонометриских редова развија се данас у два правца. Први тежи да дубље проучи основне особине функција које се могу развити у Fourier-ов ред, као и њихову конвергенцију, односно збирљивост, користећи се при томе модерном математичком апаратуром која је потекла из радова Du Bois-Reymond-a, а коју су усавршили Borel и Hardy. Други правац има практични карактер. Он се развио у тзв. хармониску анализу и има за циљ да, при проучавању периодичких појава испита понашање тригонометриских збирова и укључи их у што прецизније границе. Међутим, овај правац се показао од велике користи и у многим гранама теориске математике, специално у теорији функција, како реалне тако и комплексне промењљиве, па чак и у аналитичкој теорији бројева код Диофантових апроксимација.

Докторска дисертација Миодрага Томића је у овом другом правцу.

У самој природи проблематике ове области лежи да се испитивања врше на специјалним тригонометриским збировима, тј. таквим збировима код којих коефициенти имају специалну структуру, или припадају специалним класама. Због тога се за ова испитивања прибегавало разноврсним поступцима, прилагођеним посебној структури, односно класи, ових коефициената. Кандидат у својој тези даје један веома општи поступак који му омогућава да обухвати целу групу проблема, за чије се испитивање до сада служило диспаратним сретствима.

У ту групу спадају сви они проблеми који се односе на тригонометриске збирове код којих су било коефициенти, било експоненти правилни и то у смислу да су ови једноструко или вишеструко монотони. Ова метода, поред тога што отступа од досадашњих аналитичких поступака, нова је и утолико што почива на чисто геометриским расуђивањима. Она омогућава не само да се истакне заједнички карактер наведене групе проблема, већ исти постају знатно прегледнији, тако да се поједини ставови могу непосредно проширити и изводити у њиховом најопштијем облику. Истовремено, она пружа могућност да се добију и најпрецизнији, резултати, показујући када су, под учињеним претпоставкама добивене границе ефективно постигнуте.

Оваква геометриска интерпретација је у суштини нова. Раније су дати неки изоловани покушаји (као што је то случај код Kuzmin-a и Popken-a) да се геометриским расуђивањем добију подаци о тригонометриским збировима. Но, ови су били специалне структуре и намењени решавању специјалних проблема, тј. прилагођени уоченим специалним збировима, а у поступку М. Томића истакнут је општи принцип. Ово се нарочито истиче кад се Томићев поступак упореди баш са поступцима Kuzmin-a и Popken-a. Док су, наиме, ови специални поступци довели поменуте ауторе само до делимичних резултата, дотле Томићев општи принцип даје ставове у најопштијем облику, показујући истовремено да се они не могу више проширити.

У глави првој кандидат износи опште принципе на којима почива његова геометриска метода. У првој тачки ове главе он даје неколико општих елементарних ставова о скуповима кругова и показује да се, узимајући као основни елемент круг место тачке могу основни појмови који вреде за скупове тачака пренети на скупове кругова.

Основну идеју помоћу које кандидату полази за руком да повеже ове елементарне ставове са целом групом ставова о тригонометриским збировима, он у главним потезима износи у другој тачки ове главе. Ово постиже тако што свакој страни произвољне полигоналне линије подесно асоцира круг, тако да је полигоналном линијом одређен систем кругова, од којих крајњи увек садржи крајњу тачку полигоналне линије. Како крајње тачке ових полигоналних линија претстављају делимичне збирове тригонометриских полинома, то примењујући на овај систем кругова основне појмове множине кругова дефинисане у претходној тачки (нарочито појам монотоније и монотоне конвергенције), он добива низ области дефинисаних овим круговима у којима се морају налазити збирови посматраних тригонометриских полинома.

У трећој, четвртој и петој тачки Томић примењује ова општа геометриска расуђивања на извесне специалне класе полигоналних линија, као и њима нарочито асоциране кругове. Случајеве третиране у трећој и четвртој тачки наводи само сумарно, целине ради, а детаљнију обраду, као и примене на извесне проблеме теорије бројева, Диофантове апроксимације и Dirichlet-ове редове, дао је у два рада која су поднета за штампу (од којих је први примљен за „Глас“ САН).

У тачки петој, кандидат детаљно обрађује најспециалнији случај полигоналних линија, оне које се своде на правилне спирале, уводећи при томе и појам вишеструко монотоног система кругова. Све примене на тригонометриске и Taylor-ове редове које кандидат даје у доцнијим главама ослањају се искључиво на ове специалне спиралне полигоналне линије. Многобројне примене само овог најспециалнијег случаја довољно већ показују плодност оваквог геометриског расуђивања, тако да кандидат није ни обрађивао, нити је имао потребе за то, опште случајеве наведене у овој глави.

У другој глави кандидат показује како се његовим поступком може непосредно добити низ ставова Fejér-a, Pólya, Szegö-a и других, а који се односе на тригонометриске полиноме и редове са монотоним коефицијентима. Поред веома прецизних граница између којих се налазе збирови таквих полинома, као и граница између којих се налазе њихове нуле, кандидат добива и ставове теориског карактера; на пример, став за униформну ограниченост и униформну конвергенцију тригонометриских редова.

У трећој глави Томић преноси иста ова расуђивања на полиноме и редове чији су коефициенти двоструко монотони и, као и у претходној глави, показује како се овом методом могу извести извесни познати ставови не само краће и прегледније, већ и до које мере се ови могу проширити и допунити.

У четвртој глави кандидат примењује ова расуђивања на неке ставове из теорије функција који се односе Taylor-ове редове са монотоним и вишеструко монотоним коефициентима. Један од најлепших резултата је доказ става A ове главе (Fejér-a и Szegö-a), који казује да отстатци Taylor-ова реда са двоструко монотоним коефициентима „монотоно конвергирају“ нули. Док су се поменути аутори за доказ овог става служили компликованим методама теорије функција (Abel-овим ставом о конвергенцији на рубу и другим), дотле Томић показује, посматрањем конвергенције непосредно на самом рубу, да је овај став непосредна последица једне од особина спирала које одговарају овим редовима. Поред тога, ставом B′, кандидат даје нов општи став, који садржи као специалан случај Szegö-ов став о биномном реду, а за који је Szegö изричито напоменуо да му није пошло за руком да нађе његов општи облик.

Најзад, у последњој тачки ове главе, кандидат показује како се ова расматрања могу применити на проучавање асимптотског понашања Legendre-ових полинома, као и на положај њихових нула. Ставом C′ он даје један општи став, који у извесном правцу допуњује један став Szegö-a. а који као специалан случај садржи Laplace-ов асимптотски образац за Legendre-ове полиноме.

Овим радом кандидат је показао да је добро упознат не само са ужом облашћу из које је радио дисертацију, већ и са широким областима математичке анализе, као што се то види из наведених примена и литературе. Он уочава проблематику у овим областима и може самостално научно да ради, што показују нови резултати добивени његовом оригиналном методом.“

J. Карамата с. р.
А. Билимовић с. р.
Р. Кашанин с. р.

I A

Пред комисијом, у којој су поред већ наведена три члана били још и академик и професор Универзитета Милутин Миланковић и професор Универзитета Тадија Пејовић, кандидат М. Томић је 24 марта 1950 своју тезу одлично бранио.