

## ÜBER DIE GRENZSCHICHT DES DISSOZIIERTEN GASES FÜR DEN FALL UNKATALYTISCHER WAND UMGESTRÖMTEN KÖRPERS

B. Obrović

(Eingegangen 6. 5. 1987.)

### 1. System der Grundgleichungen

In der Arbeit wird die Luftströmung in der Grenzschicht des umgeströmten Körpers untersucht, der sich mit Überschallgeschwindigkeit durch die Erdatmosphäre bewegt. Bei dem setzt man voraus, dass die Geschwindigkeiten der Thermochemische Reaktionen, die sich in diesem Fall entwickeln, relativ gering sind. Wegen das kann man annehmen, dass in diesem hypothetischem Fall Komponenten der Gasmischung chemisch unaktiv sind. Für diesen Strömungsfall der in Literatur [2] wie "gefrorene" Strömung des dissoziierten Gases bekannt ist, die Gleichungen der stationären ebenen Grenzschicht lauten:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0,$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \rho_e u_e \frac{du_e}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right),$$

$$\rho c_p \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = -u \rho_e u_e \frac{du_e}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \rho D (c_{pA} - c_{pM})$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial \alpha}{\partial y}, \quad \rho u \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \alpha}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho D \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right),$$

$$p = \rho T (1 + \alpha) \frac{k}{m_A} = (1 + \alpha) R_M. \quad (1)$$

Die entsprechenden Randbedingungen sind:

$$\begin{aligned} u = v = 0, \quad T = T_w, \quad \alpha = \alpha_w & \quad \text{bei } y = 0, \\ u = u_e(x), \quad T = T_e(x), \quad \alpha = \alpha_e(x) & \quad \text{bei } y \rightarrow \infty, \\ u = u_0(y), \quad T = T_0(y), \quad \alpha = \alpha_0(y) & \quad \text{bei } x = x_0. \end{aligned} \quad (2)$$

In den Ausdrücken (1) und (2) bedeuten:

- $x, y$  – die üblichen Grenzschichtkoordinaten,
- $u, v$  – die entsprechenden Geschwindigkeitskomponenten,
- $\rho(x, y)$  – die Dichte des ideal-dissoziierten Gases,
- $\mu(x, y)$  – die dynamische Zähigkeit,
- $\alpha(x, y)$  – der Beiwert der Atomkomponentenmasse,
- $D(x, y)$  – der Diffusionsbeiwert,
- $T(x, y)$  – die absolute Temperatur,
- $\lambda(x, y)$  – der Wärmeleitfähigkeitsbeiwert,
- $c_p(T)$  – die spezifische Wärme bei konstantem Druck,
- $p(x, y)$  – der Druck,
- $R$  – die Gaskonstante,
- $m_A$  – die Atommasse,
- $k$  – die Boltzmannskonstante.

Die folgenden Indizes bezeichnen:

- $w$  – die Bedingungen an der Wand des umströmten Körpers,
- $e$  – die Bedingungen an der äusseren Grenzschichtgrenze,
- $o$  – die Verteilung von physikalischen Grössen in einem durch  $x = x_0$  definierten vorgegebenen Grenzschichtquerschnitt,
- $A$  – die Atomkomponente und
- $M$  – die Molekülkomponente des ideal – dissoziierten Gases.

## 2. Transformation der Veränderlichen. Die universellen Gleichungen des betrachteten Problems

Die Ausgangsgleichungen (1) kann man unabhängig von der Geschwindigkeitsverteilung  $u_e(x)$  an der äusseren Grenzschichtgrenze machen, bzw. kann man auf eine universelle Form in dem Sinne Loitsianski's Definition [1] einführen. Wegen das zunächst statt der Physikalischekoordinaten  $x, y$  werden neue Transformationen in der Form der Veränderlichen eingeführt:

$$s(x) = \frac{1}{\rho_n \mu_n} \int_o^x \rho_w \mu_w dx, \quad z(x, y) = \frac{1}{\rho_n} \int_o^y \rho dy, \quad (3)$$

wobei  $\rho_n$  und  $\mu_n$  die vorgegebenen Werte der Dichte und dynamischer Zähigkeit bedeuten. Nach darauffolgender Einführung der Stromfunktion  $\psi(s, z)$  durch die Beziehungen

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad \tilde{v} = \frac{\rho_n \mu_n}{\rho_w \mu_w} \left( u \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\rho}{\rho_n} v \right) = - \frac{\partial \psi}{\partial s}, \quad (4)$$

womit die Kontinuitätsgleichung identisch befriedigt wird, erhält man das folgende Gleichungssystem:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial^2 \psi}{\partial s \partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial s} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} &= \frac{\rho_e}{\rho} u_e \frac{du_e}{ds} + \nu_n \frac{\partial}{\partial z} \left( N \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right), \\
 c_p \left( \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial s} - \frac{\partial \psi}{\partial s} \frac{\partial T}{\partial z} \right) &= - \frac{\rho_e}{\rho} u_e \frac{du_e}{ds} \frac{\partial \psi}{\partial s} + \nu_n \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{N}{Pr} c_p \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \\
 &+ \nu_n N \left( \frac{\partial^2 \psi^2}{\partial z^2} \right)^2 + \nu_n \frac{N}{Sm} (c_{pA} - c_{pM}) \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial \alpha}{\partial z}, \\
 \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \alpha}{\partial s} - \frac{\partial \alpha}{\partial \psi} \frac{\partial \alpha}{\partial z} &= \nu_n \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{N}{Sm} \frac{\partial \alpha}{\partial z} \right),
 \end{aligned} \tag{5}$$

mit entsprechenden Randbedingungen:

$$\begin{aligned}
 \psi = \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, \quad T = T_w, \quad \alpha = \alpha_w & \quad \text{bei } z = 0, \\
 \frac{\partial \psi}{\partial z} = u_e(s), \quad T = T_e(s), \quad \alpha = \alpha_e(s) & \quad \text{bei } z \rightarrow \infty, \\
 \frac{\partial \psi}{\partial z} = u_e(z), \quad T = T_0(z), \quad \alpha = \alpha_0(z) & \quad \text{bei } s = s_0.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Bei dem sind die Funktion  $N$ , Prandtl'sche Zahl  $Pr$  und Schmidt'sche Zahl  $Sm$  durch die Ausdrücken bestimmt werden:

$$N = \frac{\rho \mu}{\rho_w \mu_w}, \quad Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda}, \quad Sm = \frac{\mu}{\rho D}. \tag{7}$$

Um das Gleichungssystem zu universelle Form zuführen, wird noch eine Transformation der Veränderlichen [2] in Form verwendet:

$$\begin{aligned}
 s = s, \quad \eta(s, z) &= u_e^{b/2} z \left( a \nu_n \int_0^s u_e^{b-1} ds \right)^{-0,5}, \\
 \phi(s, \eta) &= u_e^{b/2-1} \left( a \int_0^s u_e^{b-1} ds \right)^{-0,5} \psi(s, z), \quad \bar{T} = T/T_1
 \end{aligned} \tag{8}$$

wobei sind:  $\eta(s, z)$  – neueingeführte dimensionslose Querkoordinate,  $\Phi(s, \eta)$  – dimensionslose Stromfunktion,  $T$  – dimensionslose Temperatur,  $T_1$  – Temperatur im vorderen Staupunkt des umgeströmten Körpers und  $a, b$  – willkürliche Konstanten.

Vermitteltst der neueingeführten Veränderlichen (8) entsprechende Impulsgleichung [2] kann man in einer von folgender Form schreiben:

$$\frac{dZ^{**}}{ds} = \frac{F}{u_e(s)}; \quad \frac{df}{ds} = \frac{u'_e}{u_e} F + \frac{u''_e}{u'_e} f; \quad \frac{\Delta^{***}}{\Delta^{**}} = \frac{u'_e F}{2u_e f}, \quad (9)$$

wobei sind in Berücksichtigung Formparameter  $f$  und üblichen [2] charakteristische Grössen und Grenzschichtfunktionen eingeführt:

$$f = \frac{u'_e \Delta^{**2}}{\nu_n}, \quad Z^{**} = \frac{\Delta^{**2}}{\nu_n}, \quad F = 2[\zeta - (2+H)f], \quad (10)$$

$$\zeta = \left[ \frac{\partial(\partial\phi/\partial\eta)}{\partial(\eta/B)} \right]_{\eta=0} = B \left( \frac{\partial^2\phi}{\partial\eta^2} \right)_{\eta=0}, \quad H = \frac{\Delta^*}{\Delta^{**}} = \frac{A}{B}.$$

Bei vorgegebenen Ausdrücken die Grössen  $A(s)$  und  $B(s)$ , mit den das Verhältnis de Dicke  $\Delta^*(s)$  und  $\Delta^{**}(s)$  bestimmt werden, sind statt Integral eingeführt:

$$A = \int_0^\infty \left( \frac{\rho_e}{\rho} - \frac{\partial\phi}{\partial\eta} \right) d\eta, \quad B = \int_0^\infty \frac{\partial\phi}{\partial\eta} \left( 1 - \frac{\partial\phi}{\partial\eta} \right) d\eta \quad (11)$$

und setzt man voraus dass  $A(s)$  und  $B(s)$  kontinuierliche Funktionen der Koordinate  $s$  sind.

Durch Einführung der Transformationen (8) und Beziehung (9) führt man das System (5) an die Form [2] zurück, die noch immer die Geschwindigkeit  $u_e(s)$  an der äusseren Grenzschichtgrenze enthält. Dieses System kann man unabhängig von der äusseren Geschwindigkeit  $u_e(s)$  mittels Formparametermenge machen:

$$f_0 = \frac{u_e^2}{2c_{p1}T_1}, \quad f_k = u_e^{k-1} \frac{d^k u_e}{ds^k} Z^{**k}, \quad (k=1, 2, \dots, \infty) \quad (12)$$

wobei  $f_0$  ist der sogenannte lokale Kompressibilitätsparameter, und erster Parameter der Menge  $f_k$  ist identisch mit dem Formparameter  $f$  definiert früher in (10).

Wie die Parametern  $f_k(s)$  befriedigen folgende Rekursionsformeln:

$$\frac{u_e}{u'_e} f_1 f'_0 = 2f_0 f_1 = \theta_0, \quad (13)$$

$$\frac{u_e}{u'_e} f_1 f'_k = [(k-1)f_1 + kF] f_k + f_{k+1} = \theta_k$$

so dass vermittelst des Operators

$$\frac{\partial}{\partial s} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\partial}{\partial f_k} \frac{\partial f_k}{\partial s} = \frac{u'_e}{u_e f_1} \sum_{k=0}^{\infty} \theta_k \frac{\partial}{\partial f_k}, \quad (14)$$

ersetzt man Differentiation über Längskoordinate s. Auf diese Weise [1] führt man das Eintrittssystem der Grundgleichungen (1) auf die folgende endgültige universelle Form zurück

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( N \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} \right) + \frac{aB^2 + (2-b)f_1}{2B^2} \phi \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} + \frac{f_1}{B^2} \left[ \frac{1+\alpha}{1+\alpha_1} \frac{\bar{T}}{1-f_0} - \left( \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right)^2 \right] = \\ = \frac{1}{B^2} \sum_{k=0}^{\infty} \theta_k \left( \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta \partial f_k} - \frac{\partial \phi}{\partial f_k} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} \right), \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{NC}{PrC_1} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \eta} \right) + \frac{aB^2 + (2-b)f_1}{2B^2} \phi \frac{C}{C_1} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \eta} - \frac{2f_0 \bar{T}}{1-f_0} \frac{f_1}{B^2} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{1+\alpha}{1+\alpha_1} + \end{aligned} \quad (15)$$

$$+ 2f_0 N \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} \right)^2 + \frac{ND^*}{SmC_1} \frac{\partial T}{\partial \eta} \frac{\partial \alpha}{\partial \eta} = \frac{1}{B^2} \frac{C}{C_1} \sum_{k=0}^{\infty} \theta_k \left( \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial \bar{T}}{\partial f_k} - \frac{\partial \phi}{\partial f_k} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \eta} \right).$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{N}{Sm} \frac{\partial \alpha}{\partial \eta} \right) + \frac{aB^2 + (2-b)f_1}{2B^2} \phi \frac{\partial \alpha}{\partial \eta} = \frac{1}{B^2} \sum_{k=0}^{\infty} \theta_k \left( \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial \alpha}{\partial f_k} - \frac{\partial \phi}{\partial f_k} \frac{\partial \alpha}{\partial \eta} \right),$$

mit Randbedingungen:

$$\begin{aligned} \phi = \frac{\partial \phi}{\partial \eta} = 0, \quad \bar{T} = \bar{T}_w, \quad \alpha = \alpha_w \quad \text{bei } \eta = 0, \\ \frac{\partial \phi}{\partial \eta} = 1, \quad \bar{T} = \bar{T}_e = 1 - f_0, \quad \alpha = \alpha_e = \alpha_1 \quad \text{bei } \eta \rightarrow \infty, \quad (16) \\ \phi = \phi_0(\eta), \quad \bar{T} = \bar{T}_0(\eta), \quad \alpha = \alpha_0(\eta) \quad \text{bei } f_0 = \text{const}; \\ f_1 = f_2 = \dots = 0. \end{aligned}$$

Die notwendige Funktion F für die numerische Integration lautet:

$$F = aB^2 - bf_1 + \frac{2}{B} \sum_{k=0}^{\infty} \theta_k \frac{\partial B}{\partial f_k}. \quad (17)$$

Die Funktionen  $C$ ,  $C_1$  und  $D^*$  bestimmen die spezifische Wärme  $c_{pA}$  der Atom- und  $c_{pM}$  Molekülkomponente des ideal – dissoziierten Gases und spezifische Wärme  $c_p$  der Mischung. Die Formen dieser Funktionen sind in Literature gegeben [2].

Besonders betont man, dass umgeströmte Oberfläche des betrachteten Körpers einige Masse an die Rekonmbination einflusst. Das heisst, die Oberfläche spielt die Rolle des Katalysators. Im Fall, dass diese Oberfläche in Beziehung an die Rekonmbination absolut katalytisch ist, kann man annehmen, dass die Atomkonzentration man an der Wand verliert. Dann ist  $\alpha_w = 0$ . Wenn die Wand absolut unkatalytisch ist, dann gilt Relation  $(\partial\alpha/\partial y)_w = (\partial\alpha/\partial\eta)_w = 0$ , bzw. die Relation  $\alpha_w = \alpha_w(s)$ . Der Fall der absolut katalytischen Wand wird ausführlich in [2] untersucht und werden entsprechenden parametrischen Lösungen des Systems der universellen Gleichungen (15), (16) gefunden. Da das Lösen des Problems der absolut unkatalytischen Wand wahrscheinlich die Einführung noch eine Parametermenge fordert, welche noch man die unkatalytischen Parameter nennen könnte, deshalb in dieser Arbeit man etwas einfachen Fall der Strömung untersucht. Nämlich, in der Arbeit man solche Strömung untersucht, für die die Atomkonzentration man längs der Wand des umgeströmten Körpers constant betrachtet,  $\alpha_w = \text{const} > 0$ , das heisst die Wand ist unkatalytisch. In diesem Fall dimensionslose Funktion  $N$ , die im System (15) gegeben ist, und die mit der Beziehung (7) eingeführt ist, kann man an die Form zuführen:

$$N = (1 + \alpha)^{-1,5} (1 + \alpha_w) \frac{\bar{T}_w}{\bar{T}} \Pi(\bar{T}), \quad (18)$$

wo die Funktion  $\Pi(\bar{T})$  durch den Ausdruck bestimmt ist, der nach seiner Form gleich wie bei dem Fall der absolut katalytischen Wand [4] ist.

### 3. Parametrische Lösungen des Systems der universellen Gleichungen. Analyse der erhaltenen Ergebnisse

Besonders kompliziertes Gleichungssystem (15) ist in sogenannter zweiparametrischer einmalkalibrierter Näherung, bzw. unter Berücksichtigung der Bedingungen

$$f_0 \neq 0, \quad f_1 \neq 0, \quad f_2 = f_3 = \dots = 0, \quad \partial/\partial f_0 = 0, \quad (19)$$

gelöst worden.

Dabei ist als Berechnungsmethode ein Differenzenverfahren verwendet worden.

Numerisches Lösen des Gleichungssystems ist für die einige Werte des Kompressibilitätsparameters  $f_0$ , Staupunkttemperatur  $T_1$  und für dimensionslose Temperatur  $\bar{T}_w$  an der Wand auch für die einige vorgegebene Werte der Atomkonzentration  $\alpha_w$  an der wand umgeströmten Körpers ausgemacht worden.

Auf dem Grund der Ergebnisse dieser Berechnung sind die Diagrammen dimensionsloser Geschwindigkeit  $u/u_e$ , dimensionsloser Temperatur  $\bar{T}$  und Atomkonzentration  $\alpha$  für die verschiedenen Werten des Formaparameters  $f_1$  gezeichnet worden. Es ist auch die Diagrammen der wichtigen Charakteristiken der Grenzschicht:  $A(f_1)$ ,  $B(f_1)$ ,  $\phi''(0)$  und  $F(f_1)$  dergestellt worden. In der Arbeit sind an den entsprechenden Abbildungen nur einige aus der Fülle erhaltener Ergebnisse gegeben worden.

Auf den Abb, von 1 bis 5 sind die wichtigsten Verteilungen der physikalischen und charakteristischen Grössen der Grenzschicht dissoziierten Gases und das: Verteilung dimensionsloser Geschwindigkeit  $u/u_e$  (Abb. 1), dimensionsloser Temperatur (Abb. 2

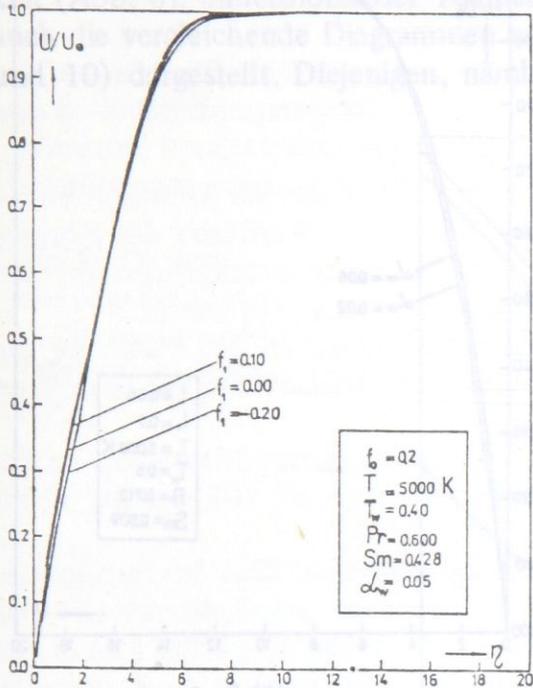


Abb. 1

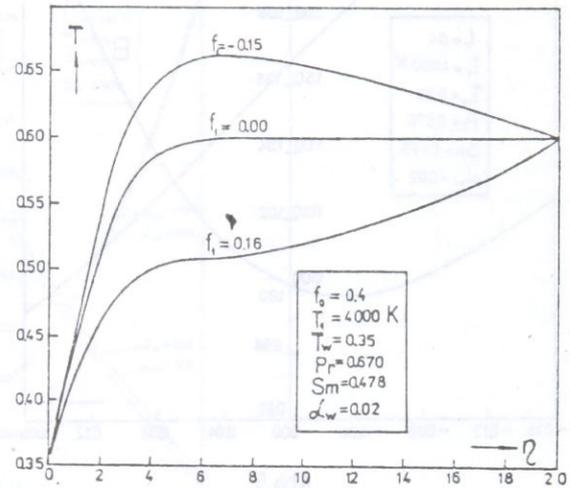


Abb 2

und 3), Profil der Atomkonzentration  $\alpha$  (Abb. 4) gezeigt worden. In diesem Fall sind die Grenzschichtskarakteristiken  $A(f_1)$  und  $B(f_1)$  auf der Abb. 5 graphisch dargestellt worden.

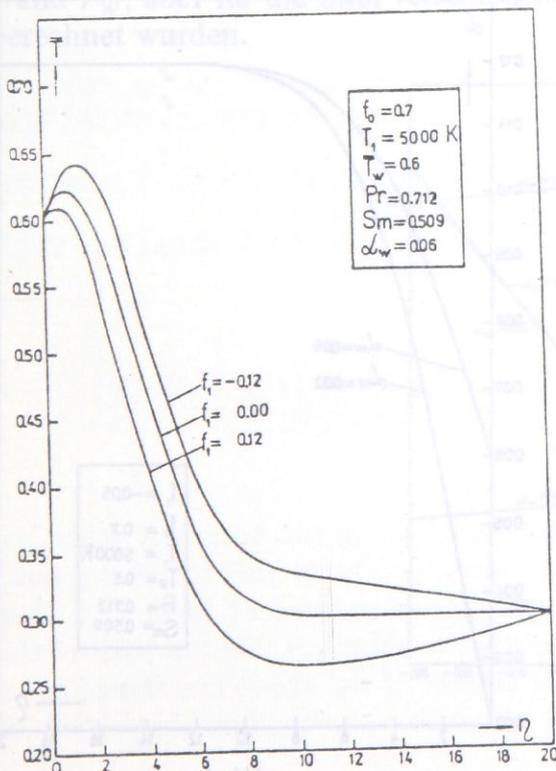


Abb 3

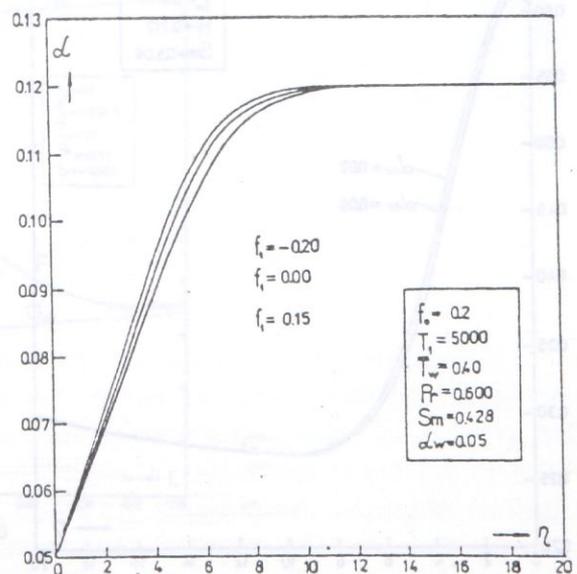


Abb. 4

Auf dem Grund dieser Diagrammen kann man die nächste Folgerung, dass die Verteilungen der physikalischen Grössen und Charakteristiken der Grenzschicht nach der Form für den Fall der unkatalytischen Wand ( $\alpha_w > 0$ ) gleich mit den Verteilungen für den

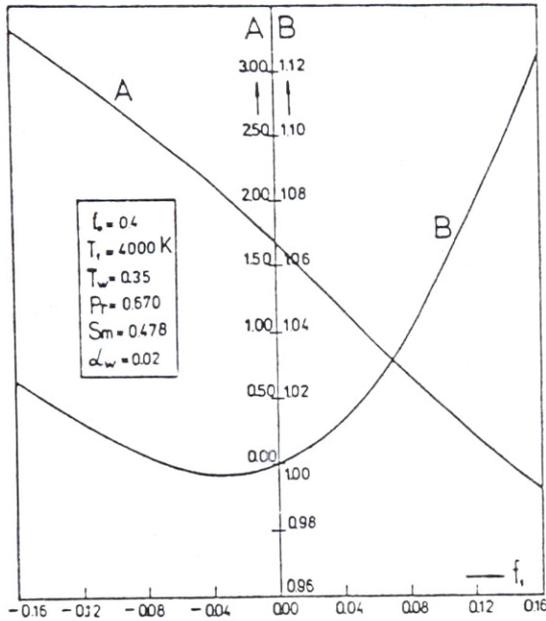


Abb. 5

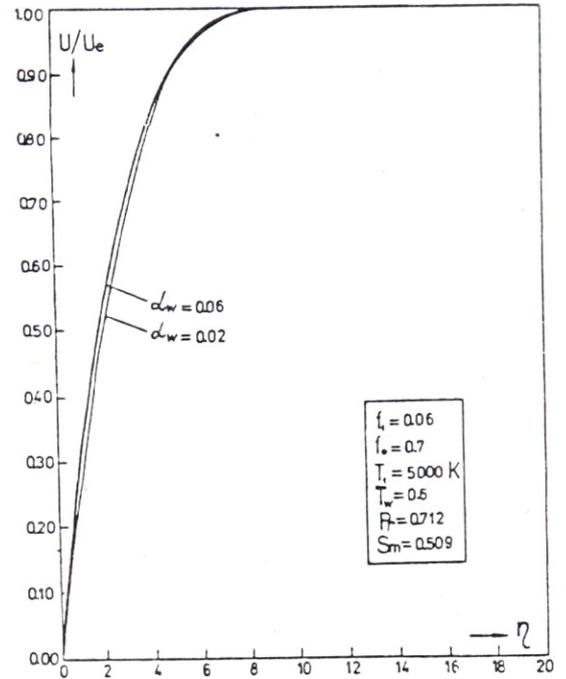


Abb. 6

Fall der absolut katalytischen Wand ( $\alpha_w = 0$ ) sind, ausführen. Auch der Diagrammenverlauf ist ähnlich mit dem entsprechenden Diagrammenverlauf für den Fall sogenannter gleichgewichtiger Dissoziation der Luft.

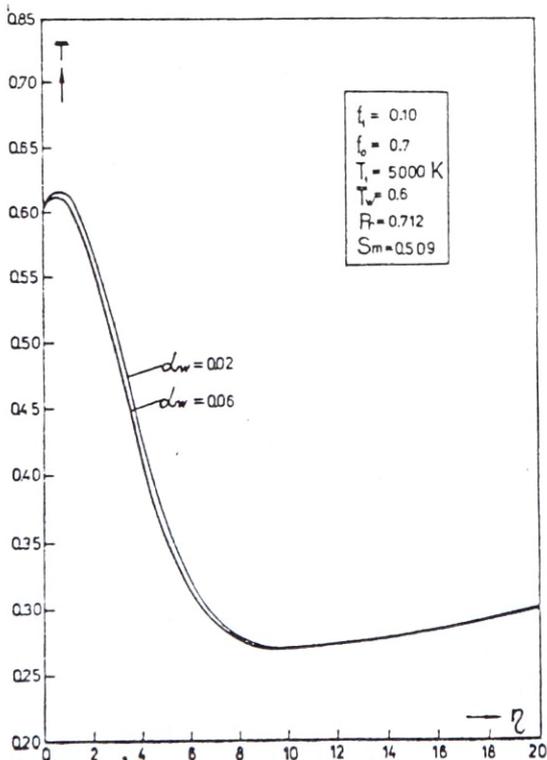


Abb. 7

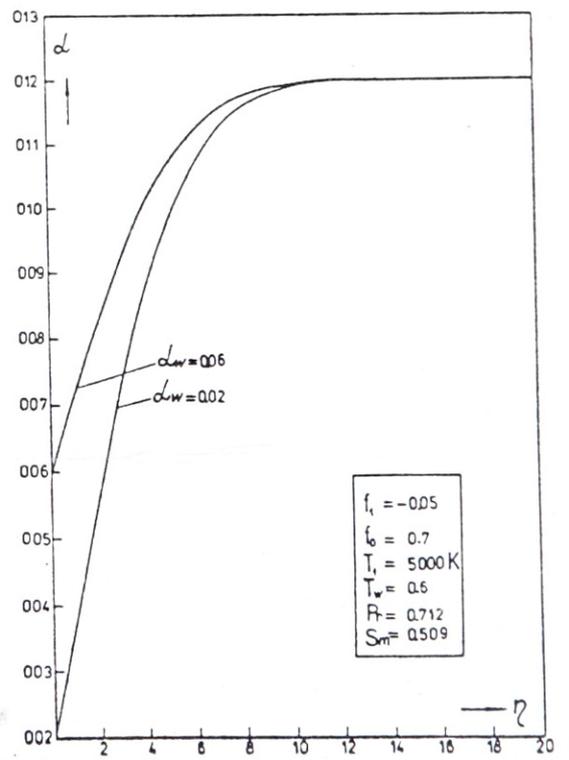


Abb. 8

Um den quantitativen Einfluss der Atomkonzentration  $\alpha_w$  an der Wand umgeströmten Körpers auf die physikalischen Werte und charakteristischen Grössen der Grenzschicht festzulegen, sind auch vergleichende Diagrammen: dimensionsloser Geschwindigkeit (Abb. 6), dimensionsloser Temperatur (Abb. 7), Konzentrationsverteilung (Abb. 8), auch die vergleichende Diagrammen wichtiger Charakteristiken der Grenzschicht (abb. 9 und 10) dargestellt. Diejenigen, nämlich, für den gleichen Wert des Kompressibilitäts-

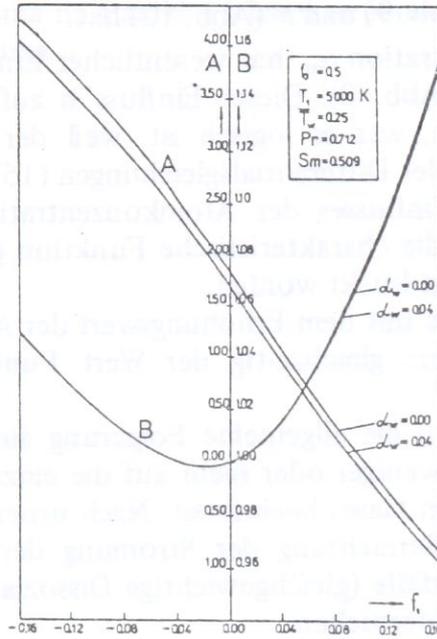


Abb. 9

parameters  $f_0$ , gleiche Staupunkttemperatur  $T_1$  und dimensionslose Temperatur an der Wand  $\bar{T}_w$ , aber für die zwei verschiedenen Werte der Atomkonzentration  $\alpha_w$  an der Wand berechnet wurden.

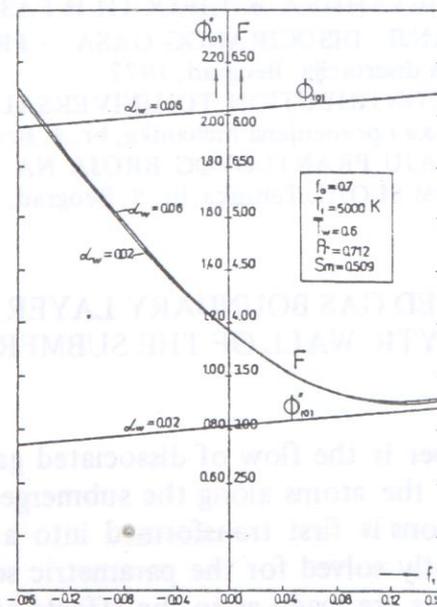


Abb. 10

Auf dem Grund dieser Diagrammen kann man die folgenden wesentlichen Schlüsse über den Einfluss der Atomkonzentration  $\alpha_w$  an der Wand ausgeführt werden:

a) Einfluss der Atomkonzentration  $\alpha_w$  an der Wand umgestömten Körpers lässt man nicht in der selbe Masse bei allen physikalischen und charakteristischen Werten der Grenzschicht erkennen.

b) Es sieht man, dass die Atomkonzentration relativ weniger Einfluss auf die Geschwindigkeitsverteilungen  $u/u_e$  (Abb. 6), dimensionlose Temperatur  $\bar{T}$  (Abb. 7) und Charakteristiken  $A$  und  $B$  (Abb. 9) und  $F$  (Abb. 10) hat.

c) Aber, Atomkonzentration  $\alpha_w$  hat wesentlicher Einfluss auf die Atomkonzentration in der Grenzschicht (Abb. 8). Dieser Einfluss ist auf der Oberfläche des Körpers stärker ausgedrückt worden, was es logisch ist, weil der Konzentrationswert  $\alpha_w$  die Randbedingung entsprechender Differentialgleichungen (15) vorgestellt wurde.

d) Was betrifft des Einflusses der Atomkonzentration  $\alpha_w$  an der Wand auf die  $\phi''(0)$  (Abb. 10), bzw. auf die charakteristische Funktion  $\zeta$ , definiert mit der Beziehung (7), ist er hier besonders ausgedrückt worden.

Anschaulich ist es, dass mit dem Erhöhungswert der Atomkonzentration  $\alpha_w$  an der Wand umgestömten Körpers gleichzeitig der Wert Funktion  $\phi''(0)$  erhöht. Diese Erhöhung ist erheblich.

Zum Schluss kann man die allgemeine Folgerung ausführen, dass die Atomkonzentration  $\alpha_w$  an der Wand weniger oder mehr auf die einzelnen physikalischen Größen der Grenzschicht dissoziierten Gases beeinflusst. Nach unserer Meinung sollte man dieser Einfluss ausführlich durch Betrachtung der Strömung der dissoziierten Luft und das besonders für die zwei Grenzfälle (gleichgewichtige Dissoziation und gefrorene Strömung) längs unkatalitischer Wand untersuchen.

#### LITERATUR

- [1] Лойцянский, Л. Г., МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА, „Наука“, Москва, 1978.
- [2] Obrović, B., STRUJANJE DISOCIRANOG GASA – PROBLEM TZV. ZAMRZNUTOG GRANIČNOG SLOJA, Doktorska disertacija, Beograd, 1977.
- [3] Saljnikov, V. N., A CONTRIBUTION TO UNIVERSAL SOLUTIONS OF THE BOUNDARY LAYER THEORY, Teorijska i primenjena mehanika, br. 4, Beograd, 1978.
- [4] Obrović, B., O UTICAJU PRANTLOVOG BROJA NA STRUJANJE IDEALNO-DISOCIRANOG GASA U GRANIČNOM SLOJU, Tehnika, br. 9, Beograd, 1985.

#### ON THE DISSOCIATED GAS BOUNDARY LAYER FOR THE CASE OF NONCATALYTIC WALL OF THE SUBMERGED BODY

Investigated in the paper is the flow of dissociated gas in the boundary layer, assuming the concentration of the atoms along the submerged body wall to be constant. The system of initial equations is first transformed into a convenient form, and thus obtained system is subsequently solved for the parametric solutions. On the basis of the solutions obtained, conclusions are made as to the effects of the above mentioned atom concentration on the physical, and characteristic quantities of the boundary layer of dissociated gas, i.e. air.

O GRANIČNOM SLOJU DISOCIRANOG GASA ZA SLUČAJ  
NEKATALITIČKOG ZIDA OPSTRUJAVANOG TELA

U radu se istražuje strujanje disociranog gasa u graničnom sloju, pri čemu se koncentracija atoma duž zida opstrujavanog tela može smatrati konstantnom. Pri tome je, najpre, sistem polaznih jednačina doveden na pogodan oblik, a zatim su nađena parametarska rešenja ovog sistema. Na bazi dobijenih rešenja izvedeni su zaključci o uticaju pomenute koncentracije atoma na fizičke i karakteristične veličine graničnog sloja disociranog gasa, odnosno vazduha.

Branko Obrović  
Mašinski fakultet  
Ul. Sestre Janjić br. 6  
34000 Kragujevac  
JUGOSLAVIJA

In Einstein spaces the Ricci tensor is proportional to the metric tensor (1). We propose a metric of the following form

$$ds^2 = a^2 \left\{ \nu(dx^1)^2 + \frac{1}{2} (dx^2)^2 + \nu(dx^3)^2 + \nu(dx^4)^2 \right\}$$

This metric tensor is represented by two functions  $\nu$ , depending on  $x^1$  only, and  $f$  depending on time,  $x^4$ , only. First we shall solve the Christoffel symbols of the second kind and write down only those which are different from zero. The prime denotes the derivative of  $\nu$  with respect to  $x^1$  and  $\dot{f}$  denotes the derivative of  $f$  with respect to  $x^4$ .

$$\left\{ \begin{matrix} 1 \\ 11 \end{matrix} \right\} = -\frac{1}{2} \frac{\nu'}{\nu}$$

$$\left\{ \begin{matrix} 2 \\ 22 \end{matrix} \right\} = -\frac{1}{2} \frac{\nu'}{\nu}$$

$$\left\{ \begin{matrix} 3 \\ 33 \end{matrix} \right\} = -\frac{1}{2} \frac{\nu'}{\nu}$$

$$\left\{ \begin{matrix} 2 \\ 24 \end{matrix} \right\} = -\frac{\dot{f}}{f}$$

$$\left\{ \begin{matrix} 4 \\ 44 \end{matrix} \right\} = -2 \frac{\dot{f}}{f}$$