TEORIJSKA I PRIMENJENA **MEHANIKA** 10, pp. 23—28, 1984, UDK 624.074.4

МАТРИЦЫ ПЕРЕХОДА ЧЕРЕЗ ДВОЙНЫЕ СЕЧЕНИЯ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ СОЕДИНЕНИЯХ ЖЕСТКИХ КОЛЕЦ С ОБОЛОЧКОЙ

Д. Бичиашвили

(Поступило 9. февраля 1983)

Рассмотрим осесимметричную оболочку, содержащую жестокое кольцо на участке $a - b$ (рис. 1). Матрицы факторов для поперечных сечдный $\underset{\sim}{a}$ и $\underset{\sim}{b}$ обозначим соответственно $\mathbf{N}_a$ и $\mathbf{N}_b$:

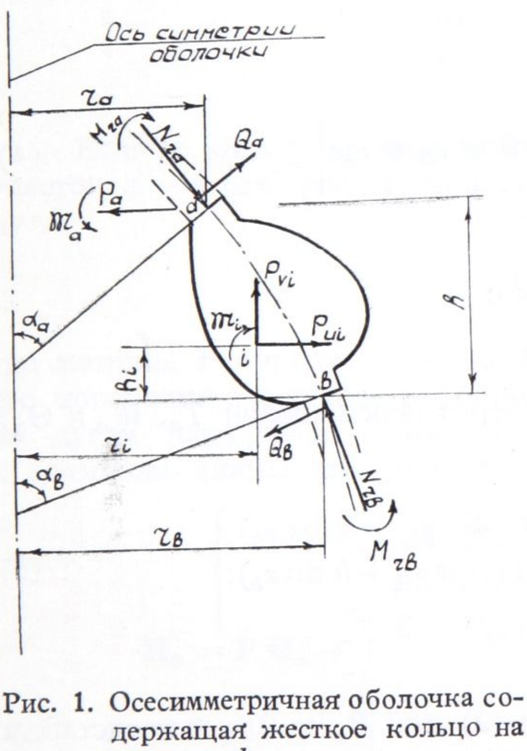

Рис. 1. Осесимметричная оболочка содержащая жесткое кольцо на участке ab

$$\mathbf{N}_a = \left\| \begin{matrix} N_{ra} \\ Q_a \\ M_{ra} \\ T_a \\ W_a \\ \Theta_a \end{matrix} \right\| ; \; \mathbf{N}_b = \left\| \begin{matrix} N_{rb} \\ Q_b \\ M_{rb} \\ T_b \\ W_b \\ \Theta_b \end{matrix} \right\| . \quad (1)$$

Здесь N_{ra}, Q_a и M_{ra} внутрение усилия, действующие на жесткое кольцо, в поперечном сечении $\underset{\sim}{a}$ оболочки, а N_{rb}, Q_b и M_{rb} — в сечении $\underset{\sim}{b}$.

Кроме того, в точке $\underset{\sim}{a}$ к кольцу прикладываем силу P_a (перпендикулярную оси симметрии оболочки) и момент $\mathfrak{M}_a$, характеризующие сопротивление кольца перемещением его в точке $\underset{\sim}{a}$, равным T_a, W_a и Θ_a. По формулам (7) работы [1] устанавливаем:

$$\left. \begin{aligned} P_a &= \frac{1}{\mathrm{r}_a} \left[(T_a \cos\alpha_a + W_a \sin\alpha_a) F_{ka} + \Theta_a S_{ka} \right]; \\ \mathfrak{M}_a &= \frac{1}{\mathrm{r}_a} \left[(T_a \cos\alpha_a + W_a \sin\alpha_a) S_{ka} + \Theta_a J_{ka} \right], \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где

$T_a \cos\alpha_a + W_a \sin\alpha_a$ — смещение точки $\underset{\sim}{a}$ по нормали к оси симметрии оболочки;

F_{ka}, S_{ka}, J_{ka} — жесткостные характеристики поперечных сечений кольца для точки $\underset{\sim}{a}$.

Параметры r_a и α_a показаны на рис. 1.

Выразим усилия N_{rb}, Q_b и M_{rb} через усилия N_{ra}, Q_a и M_{ra}, а также силу P_a и момент $\mathfrak{M}_a$:

$$\left.\begin{aligned} N_{rb} &= (N_{ra}\cos\bar{\alpha} - Q_a \sin\bar{\alpha} - P_a \cos\alpha_b)\eta; \\ Q_b &= (N_{ra}\sin\bar{\alpha} + Q_a\cos\bar{\alpha} - P_a \sin\alpha_b)\eta; \\ M_{rb} &= [M_{ra} - \mathfrak{M}_a + (N_{ra}\cos\alpha_a + Q_a \sin\alpha_a - P_a)\, h - \\ &\quad - (N_{ra}\sin\alpha_a - Q_a\cdot\cos\alpha_a)\bar{r}]\,\eta, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

где

$$\left. \eta = \frac{r_a}{r_b};\ \bar{\alpha} = \alpha_b - \alpha_a \quad \bar{r} = r_b - r_a; \right\} \tag{4}$$

Параметры r_b, α_b и h показаны на рис. 1.

Выразим перемещения T_b, W_b и Θ_b через перемещения T_a, W_a и Θ_a:

$$\left.\begin{aligned} T_b &= T_a\cos\bar{\alpha} - W_a\sin\bar{\alpha} + \Theta_a(\bar{r}\sin\alpha_b - h\cos\alpha_b); \\ W_b &= T_a\sin\bar{\alpha} + W_a\cos\bar{\alpha} - \Theta_a(\bar{r}\cos\alpha_b + h\sin\alpha_b); \\ \Theta_b &= \Theta_a \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Подставим в формулы (3) выражения (2) для P_a и $\mathfrak{M}_a$ и представим затем формулы (3) и (5) в матричной форме:

$$\mathbf{N}_b = \overline{\mathbf{F}}\cdot\mathbf{N}_a, \tag{6}$$

где матрица перехода через жесткое кольцо

$$\overline{\mathbf{F}} = \left\| \begin{array}{cccccc} \eta \cos\bar{\alpha} & -\eta \sin\bar{\alpha} & 0 & -\dfrac{\cos\alpha_a \cdot \cos\alpha_b \cdot F_{ka}}{r_b} & -\dfrac{\sin\alpha_a \cos\alpha_b F_{ka}}{r_b} & -\dfrac{\cos\alpha_b S_{ka}}{r_b} \\ \eta \sin\bar{\alpha} & \eta\cos\bar{\alpha} & 0 & -\dfrac{\cos\alpha_a \cdot \sin\alpha_b \cdot F_{ka}}{r_b} & -\dfrac{\sin\alpha_a \sin\alpha_b F_{ka}}{r_b} & -\dfrac{\sin\alpha_b S_{ka}}{r_b} \\ \eta(h\cos\alpha_a - \bar{r}\sin\alpha_a) & \eta(h\sin\alpha_a + \bar{r}\cos\alpha_a) & \eta & -\dfrac{\cos\alpha_b \cdot (h \cdot F_{ka} + S_{ka})}{r_b} & -\dfrac{\sin\alpha\,(h\,F_{ka} + S_{ka})}{r_b} & -\dfrac{h\,S_k + J_{ka}}{r_b} \\ 0 & 0 & 0 & \cos\bar{\alpha} & -\sin\bar{\alpha} & \bar{r}\sin\alpha_b - h\cos\alpha_b \\ 0 & 0 & 0 & \sin\bar{\alpha} & \cos\bar{\alpha} & -\bar{r}\cos\alpha_b - h\sin\alpha_b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right\| \qquad (7)$$

Если к кольцу не приложены внешние нагрузки, то переход через участок $a - b$ (см. рис. 1) при подсчете матрицы $\mathbf{H}$ производится по формуле

$$\mathbf{H}_b = \overline{\mathbf{F}}\,\mathbf{H}_a, \qquad (8)$$

где матрица $\overline{\mathbf{F}}$ определяется по формуле (7). Если же к кольцу в точке i его поперечного сечения приложены нагрузки P_{ui}, P_{vi}, $\mathfrak{M}_i$, распределенные по дугам параллелей проходящих через точки i (рис. 1), и отнесенные к единицам длины этих дуг, то

$$\mathbf{H}_b = \overline{\mathbf{F}}\,\mathbf{H}_a + \left\| \begin{array}{c} \cos\alpha_b \Sigma\,\eta_i\,P_{ui} - \sin\alpha_b \Sigma\,\eta_i\,P_{vi} \\ \sin\alpha_b \Sigma\,\eta_i\,P_{ui} - \cos\alpha_b \Sigma\,\eta_i\,P_{vi} \\ \Sigma\,\eta_i\,P_{ui}\,h_i + \Sigma\,\eta_i\,P_{vi}\,(r_b - r_i) + \Sigma\,\eta_i\,\mathfrak{M}_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\|, \qquad (9)$$

где

$$\eta_i = \frac{r_b}{r_i}. \qquad (10)$$

Нагрузку, распределенную по поверхности, следует предварительно заменять системой нагрузок, распределенных по дугам параллелей.

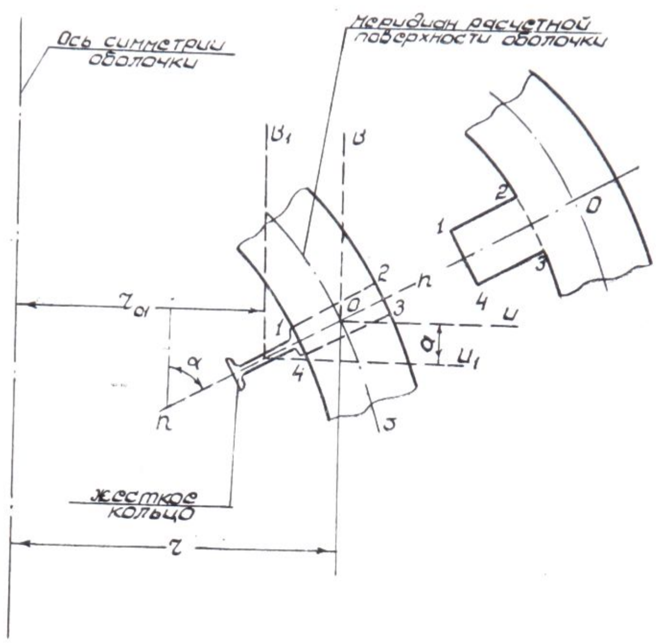

Рис. 2

Рис. 2. Поперечное сечение жесткого кольца

В случае двойного сечения показанного на рис. 2, матрица $\overline{\mathbf{F}}$ перехода примет вид:

$$\overline{\mathbf{F}} = \left\| \begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & -\dfrac{\cos^2\alpha\, F_k}{r} & -\dfrac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha\, F_k}{r} & -\dfrac{\cos\alpha\cdot S_k}{r} \\ 0 & 1 & 0 & -\dfrac{\sin\alpha\cos\alpha\, F_k}{r} & -\dfrac{\sin^2\alpha\cdot F_k}{r} & -\dfrac{\sin\alpha\cdot S_k}{r} \\ 0 & 0 & 1 & -\dfrac{\cos\alpha\cdot S_k}{r} & -\dfrac{\sin\alpha\cdot S_k}{r} & -\dfrac{J_k}{r} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right\| \qquad (11)$$

С учетом матриц перехода $\overline{\mathbf{F}}$ определяются при расчете методом начальных пераметров матрицы $\mathbf{F}$ и $\mathbf{H}$. После определения значений факторов (усилий и перемещений) в оболочке, по формулам работы [2] определяются напряжения σ_r и σ_t в оболочке, а по формуле (2) работы [1] — напряжения σ_t в поперечных сечениях колец.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Бичиашвили, Д. В., Сообщ. АН ГССР, т. 103, № 2, (1981).

[2] Бичиашвили, Д. В., Изв. вузов. Строительство и архитектура. № 7, (1981).

AXISYMMETRIC PROBLEM OF CALCULATING CONSTRUCTIVELY ORTHOTROPIC SHELLS BY THE METHOD OF PRIMARY PARAMETERS.

SUMMARY

An axisymmetric problem of calculating constructively orthotropic shells by the method of primary parameters is discussed in the article. Expressions of F matrices of transference over double-sections with different connections of hard shelled rings are obtained.

PROBLEM KONSTRUKTIVNOG PRORAČUNA OSNO SIMETRIČNIH ORTOTROPNIH LJUSKI METODOM PRIMARNIH PARAMETARA

IZVOD

U radu se razmatra problem konstruktivnog proračuna osno simetričnih ortotropnih ljuski metodom primarnih parametara. Dobijeni su izrazi za matrice prelaza F kroz dvostruki presek sa različitim spojevima čvrstih prstenova sa jus kom.

Д. В. Бичиашвили
Тбилиси — 60, Грузинский политехнический
институт им. В. И. Ленина, ул. Р. Люксембург, 10, СССР