TEORIJSKA I PRIMENJENA MEHANIKA 3, pp. 11—13, 1977.

ЗАМЕТКА О ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИ ПРОБЛЕМА КОШИ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНИХ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Драголюб Грбич

Дифференциальное уравнение движения точки с одной степенью свободы имеет вид

$$\frac{d\dot{q}}{dt} = \bar{Q}(q, \dot{q}, t), \tag{1}$$

$$\frac{dq}{dt} = \dot{q}, \tag{2}$$

где q — обобщенный координат,

$\dot{q}$ — обобщенная скорость,

$\bar{Q}(q, \dot{q}, t)$ — правая часть урвнения Лагранжа второго рода

t — время.

Начальные условия

$$t = 0, \quad (q)_{t=0} = q_0, \quad (\dot{q})_{t=0} = \dot{q}_0 \tag{3}$$

где q_0 и $\dot{q}_0$ данные величины.

Надо определить приближенные значения q_j и $\dot{q}_j$ в точках t_j, которые удовлетворяют уравнения (1) (2) и условия (3).

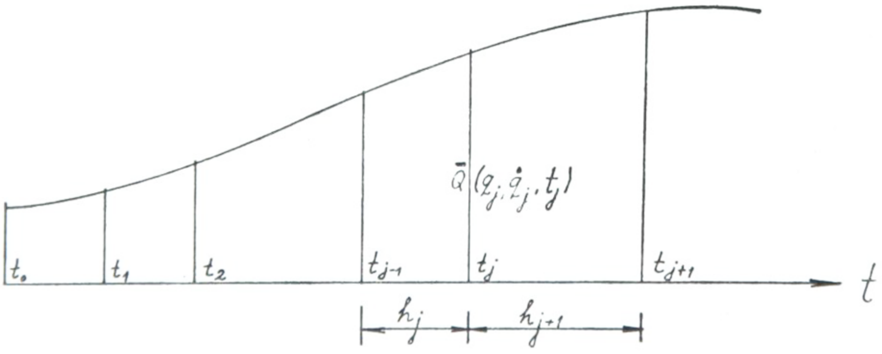

Рис. 1

Обобщенную скорость представляем: $\dot{q} = S_\Delta(t)$, где $S_\Delta(t)$ кубический сплайн относительно сетки Δ,

$$\Delta: \ t_0 < t_1 < t_2 < \cdots < t_{j-1} < t_j < t_{j+1}, \ldots < t_N,$$

$$S_\Delta(t_j) = \dot{q}_j \ (j = 0, 1, \ldots, N), \ ([1], \ 13).$$

Придерживаясь ([1], 16):

(4) $$\lambda_j \ddot{q}_{j-1} + 2\ddot{q}_j + \mu_j \ddot{q}_{j+1} = 3\lambda_j \frac{\dot{q}_j - \dot{q}_{j-1}}{h_j} + 3\mu_j \frac{\dot{q}_{j+1} - \dot{q}_j}{h_{j+1}}$$

где

(5) $$\lambda_j = \frac{h_{j+1}}{h_j + h_{j+1}},$$

(6) $$\mu_j = 1 - \lambda_j (j = 1, 2, \ldots, N-1).$$

Согласно (1) и (4) можно составить следующее уравнение

(7) $$\lambda_j \bar{Q}(q_{j-1}, \dot{q}_{j-1}, t_{j-1}) + 2\bar{Q}(q_j, \dot{q}_j, t_j) + \mu_j \bar{Q}(q_{j+1}, \dot{q}_{+1}, t)$$
$$= 3\lambda_j \frac{\dot{q}_j - \dot{q}_{j-1}}{h_j} + 3\mu_j \frac{\dot{q}_{j+1} - \dot{q}_j}{h_{j+1}}.$$

Теперь предположим, что

(8) $$q = S_\Delta(t)$$

относительно сетки Δ, тогда

(9) $$\lambda_j \dot{q}_{j-1} + 2\dot{q}_j + \mu_j \dot{q}_{j+1} = 3\lambda_j \frac{q_j - q_{j-1}}{h_j} + 3\mu_j \frac{q_{j+1} - q_j}{h_{j+1}}.$$

Если $q_{j-1}, \dot{q}_{j-1}, q_j, \dot{q}_j$ данные величины, тогда q_{j+1} и $\dot{q}_{j+1}$ можно получить итеративным способом из (7) и (9).

Пример. Дифференциальное уравнение колебаный математического маятника

$$\ddot{q} = -\frac{g}{l} \sin q$$

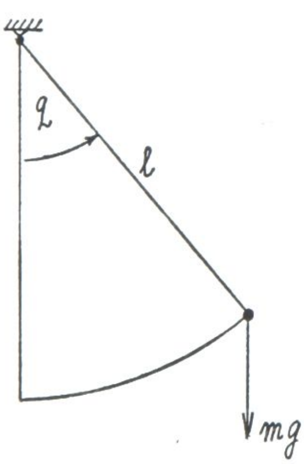

Рис. 2

где q — угол отклонения радиуса от вертикали.

Начальные условия

$$t = 0, \quad q_0 = 0, \quad \dot{q}_0 = 1{,}4142$$

Претположим, что $\frac{q}{l} = 1$, $h = 0{,}6180$.

Предлагаемы способом получены приближенные значения $q = 1.567$ и $\dot{q} = 0.007$ для точных $q(1.8543) = 1.571$ и $\dot{q}(1.8543) = 0$.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Дж. Алберг, Э. Нильсон, Дж. Уолш., Теория сплайнов и ее приложения, „Мир", Москва, 1972.

ON THE NUMERICAL SOLUTION OF THE CAUCHY'S PROBLEM OF THE DIFFERENTIAL EQUATION OF MOTION OF A PARTICLE

D. Grbić

Summary

This paper presents the application of a cubic spline to the numerical solution of the differential equation of a particle. The numerical example is also given

ПРИМЕДБА О НУМЕРИЧКОМ РЕШЕЊУ КОШИЈЕВОГ ПРОБЛЕМА ЗА СИСТЕМ ДИФЕРЕНЦИЈАЛНИХ ЈЕДНАЧИНА КРЕТАЊА МАТЕРИЈАЛНЕ ТАЧКЕ

Драїољуб Грбић

Резиме

У овом раду разматра се примена кубног сплајна на нумеричко решавање диференцијалних једначина кретања материјалне тачке. Овај поступак је аналоган диференцном поступку. Урађен је један нумерички пример.

Ул. Јове Илића 95
11000 Београд

Овај рад је подпомогнут од Републичке заједнице науке Србије