Teorijska i primenjena MEHANIKA 1, 1975.

К СИНТЕЗУ ЗАЦЕПЛЕНИЙ ГИПОИДНЫХ И КОНИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ

К. М. Петров

Гипоидные и конические передачи „GLEASON - Formate" являются теоретически несопряженными, т. е. имеют точечный контакт и передают вращение с колебанием. Их можно сделать практически сопряженными [1], но они не будут работать хорошо в реальных условиях из-за своей чувствительности к нарушению идеальных условий изготовления и монтажа. Поэтому лучше управлять характером и величиной несопряженности, чем стараться ее избежать.

Эта работа относится к синтезу зубьев шестерни гипоидных и конических передач, нарезаемых обкаткой воображеным коническим колесом на станках с наклоняющимся шпинделем типа GLEASON-116 (USA) и 5А27С4 (СССР). Предполагается, что колесо нарезано круговой протяжкой без обкати. Составлена система из семи нелинейных уравнений, выражающая следующие требования контакта: а) производная передаточного отношения в расчетной точке была $\leqslant 0$ б) линия контакта на поверхности зуба колеса имела определенное направление. Выведены формулы для подсчета начального приближения решений системы. Этим существенно улучшается процесс сходимости решения на ЭВМ.

Синтез поверхностей зибьев

Требование, чтобы поверхности зубьев Σ_1 шестерни и Σ_2 колеса коснулись в расчетной точке P и мгновенное передаточное отношение $i_{12} = \frac{\omega^{(1)}}{\omega^{(2)}}$ было равно заданному $i_{12}^0 = \frac{z_2}{z_1}$ ($z_{1,2}$ — число зубьев), выражаются системой [2]

$$\left.\begin{aligned} \bar{r}^{(1)} &= \bar{r}^{(2)} = \bar{r}^{(P)}; \\ \bar{e}^{(1)} &= \bar{e}^{(2)} = \bar{e}^{(P)}; \\ \bar{v}^{(21)}\,\bar{e}^{(P)} &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

где $\bar{r}^{(i)}$ и $\bar{e}^{(i)}$ — радиус-векторы и орт-нормали точки поверхности Σ_i в неподвижной системе координат; $\bar{r}^{(P)}$ и $\bar{e}^{(P)}$ — тоже, в расчестной точке P; $v^{(21)}$ — скорость относительного движения.

Решая систему (1) получают т.н. базовые наладки станков, нарезающие Σ_2 и Σ_1^0 [Рис. 1], при условии, что шестерня 1 обкатывается воображаемом конусом, совпадающим с начальным конусом H_2 колеса [3]. Как правило контакт Σ_2 и Σ_1 неудовлетворителен. Поэтому, сохраняя Σ_2 и точку P ищем параметры воображаемого конического колеса F, т.е. наладки станка для нарезания ту поверхность $\Sigma_1^{(OPT)}$ шестерни, контакт которой с Σ_2 в т. P был бы с лучшими кинематическими параметрами.

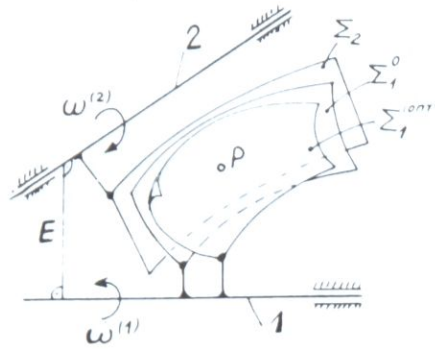

Рис. 1

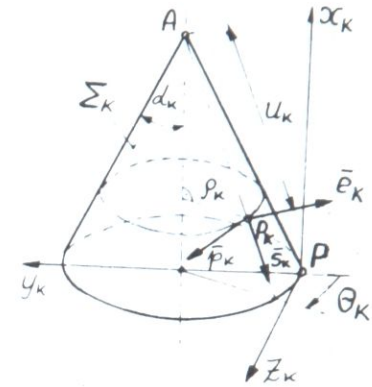

Рис. 2

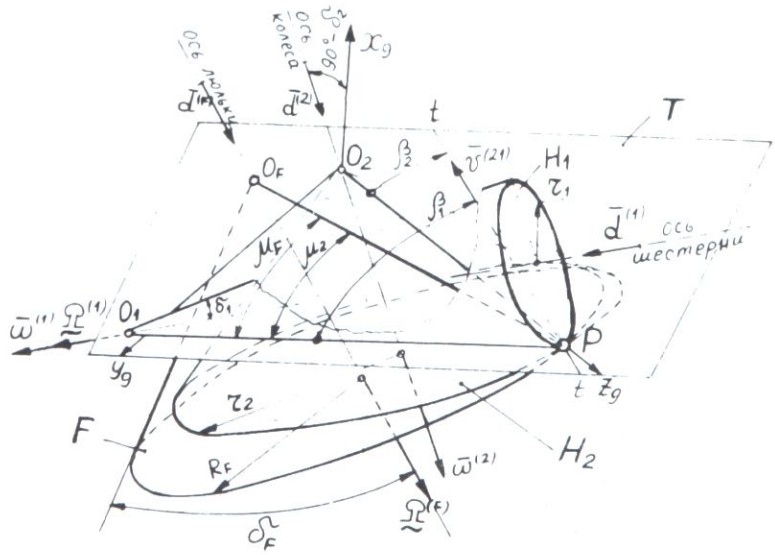

Рис. 3

Требования к условиям зацепления в окрестности расчетной точки контакта P могут быть выражени следующей системой уравнений:

$$\left.\begin{array}{ll}
\text{(a)} & \dfrac{d}{dt}(\bar{e}^{(1)}\,\bar{v}^{(21)}) = 0; \quad (\bar{\omega}^{1} = \text{const}; \quad \bar{\omega}^{(2)} \neq \text{const}) \\
\text{(b)} & \bar{v}_r^{(2)}\,v^{(21)} = |\bar{v}_r^{(2)}|.\,|\bar{v}^{(21)}|.\cos\nu_2, \\
\text{(c)} & \dfrac{d}{dt}(\bar{e}^{(F)}\,v^{(F1)}) = 0; \quad (i_{1F} = 0) \\
\text{(d)} & \bar{v}^{(1)} = \bar{v}^{(2)}; \\
\text{(e)} & \dot{\bar{e}}^{(1)} = \dot{\bar{e}}^{(2)}
\end{array}\right\} \qquad (2)$$

Здесь обозначено: $v^{(i)}$ $(i = 1, 2)$ — вектор абсолютной скорости точки контакта колеса i; $\bar{e}^{(i)}(i = 1, 2)$ — вектор абсолютной скорости конца ортанормали к поверхности Σ_i в точке контакта; $\bar{e}^{(k)}$ $(k = 1, 2, F, G)$ — ортнормали к зубьям шестерни Σ_1 и колеса Σ_2 или к инструментальным поверхностям Σ_F шестерни и Σ_G колеса; $v^{(21)}$ и $\Sigma^{(F1)}$ — скорости относительного движения соответственно в рабочем и станочном зацеплениях; $v_{r-}^{(2)}$ относительная скорость перемещения точки контакта по поверхности Σ_2 зуба колеса; ν_2 — угол, заключенный между векторами $v_r^{(2)}$ и $v^{(21)}$.

Смысл отдельных уравнений системы (2) следующий: Уравнение (2а) содержит $\dfrac{d}{dt}(i_{21}) = \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{w_2}{w_1}\right) = \varepsilon_2$, т. е. аналог углового ускорения ведомого колеса (при $\omega_1 = \text{const} = 1\ rs^{-1}$), а уравнение (2в) содержит угол ν_2, характеризирующий диагональность контакта. Этими двумя уравнениями управляют условиями зацепления в окрестности точки P. Дифференцированное уравнение станочного зацепления (2с) учитывает условия нарезания шестерни методом огибания на базе воображаемого конического колеса F, т.е. содержит косвенно наладки станка. Уравнения же (2d) и (2е) выражают условия непрерывности кантакта поверхностей Σ_1 и Σ_2.

При решении системы (2) оказывается целесообразным, не находя уравнения поверхностей Σ_1 и Σ_2 (это громоздкая задача), использовать связи между кинематическими параметрами точки контакта P_i, на огибающей поверхности зубьев Σ_i и точки контакта P_k на огибаемой ее поверхности Σ_k $(k = F; G)$ инструмента. Известно [2] что:

$$\bar{v}^{(21)} = \bar{v}_e^{(2)} - \bar{v}_e^{(1)} = \bar{v}_r^{(1)} - \bar{v}_r^{(2)}; \qquad (3)$$

$$\bar{v}^{(i)} = \bar{v}_e^{(i)} + \bar{v}_r^{(i)} = \bar{\omega}^{(i)} \times \bar{r}^{(i)} + \bar{v}_r^{(i)}; \qquad (4)$$

$$\dot{\bar{e}}^{(i)} = \dot{\bar{e}}_e^{(i)} + \dot{\bar{e}}_r^{(i)} = \bar{\omega}^{(i)} \times \bar{e}^{(i)} + \dot{\bar{e}}_r^{(i)}; \qquad (5)$$

$$\bar{v}_r^{(i)} = \underset{\sim}{\bar{v}}_r^{(k)} + \underset{\sim}{\bar{v}}^{(ki)}; \tag{6}$$

$$\dot{\bar{e}}_r^{(i)} = \dot{\bar{e}}_r^{(k)} + (\bar{\Omega}^{(k)} - \bar{\Omega}^{(i)}) \times \bar{e}^{(i)}, \tag{7}$$

где $\bar{\Omega}^{(k)}$ — вектор угловой скорости люльки станка при нерезании шестерни ($k = F$) и колеса ($k = G$); $\bar{v}^{(ki)}$ — скорость относительного движения точки поверхности Σ_k, относительно такой же точки поверхности Σ_i; $\bar{v}_e^{(i)}$ и $\bar{v}_e^{(i)}$ — скорости перемещания точки контакта соответственно в переносном и в относительном движении при рабочем зацеплении; $\dot{\bar{e}}_e^{(i)}$ и $\dot{\bar{e}}_r^{(i)}$ — скорости конца орта нормали в переносном и в относительном движении при рабочем зацеплении; $\bar{v}_r^{(k)}$ и $\dot{\bar{e}}_r^{(k)}$ — скорости перемещения точки контакта и конца орта нормали в ней по инструментальной поверхности Σ_k при станочном зацеплении.

Для передачи „Formate“ $\underset{\sim}{\Omega}^{(2)} = \underset{\sim}{\Omega}^{(6)} = \underset{\sim}{v}^{(62)} = 0$; $\underset{\sim}{v}_r^{(G)} = \bar{v}_r^{(2)}$; $\bar{e}_r^{(G)} = \bar{e}_r^{(2)}$.

Учитывая выражения (4) ÷ (7) система (2) получает вид:

$$\left.\begin{aligned}
&\text{(a)} \quad \dot{\bar{e}}\, v^{(21)} + \bar{e}^{(1)}\, v^{(21)} = 0;\\
&\text{(b)} \quad \bar{v}_r^{(2)}\, \bar{v}^{(21)} = |\bar{v}_r^{(2)}|.\, |\bar{v}^{(21)}|.\, \cos \nu_2;\\
&\text{(c)} \quad \dot{\bar{e}}^{(F)}\, \underset{\sim}{v}^{(F1)} + \bar{e}^{(F)}\, \dot{\underset{\sim}{v}}^{(F1)} = 0;\\
&\text{(d)} \quad \bar{v}^{(F1)} - \bar{v}^{(21)} + \underset{\sim}{v}_r^{(F)} - \underset{\sim}{v}_r^{(G)} = 0;\\
&\text{(e)} \quad \dot{\underset{\sim}{e}}_r^{(F)} + \Omega^{(F1)} \times \bar{e}^{(F)} - e_r^{(G)} - \bar{\omega}^{(21)} \times \bar{e}^{(F)} = 0.
\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Параметры движения точки контакта P_k по инструментальным поверхностям Σ_k определим, пользуясь правым триедром $(\bar{p}_k, \bar{s}_k, \bar{e}_k)$ (Рис 2). Орт образующей $\bar{s}_k$ всегда исходит из вершины А конуса и проходит через действительную точку контакта P_k. В инструментальной системе координат (x_k, y_k, z_k), связанной с расчетной точкой P векторы

$$\bar{s}_k^{(j)} = \mp \cos \alpha_k^{(j)}\, i_k - \sin \alpha_k^{(j)} \cos \theta_k^{(j)}\, j_k \pm \sin \alpha_k^{(j)} \sin \theta_k^{(j)}\, \bar{K}_k; \tag{9}$$

$$\bar{e}_k^{(j)} = \sin \alpha_k^{(j)}\, i_k \mp \cos \alpha_k^{(j)} \cos \theta_k^{(j)}\, j_k + \cos \alpha_k^{(j)} \sin \theta_k^{(j)}\, \bar{K}_k. \tag{10}$$

Здесь и ниже $\kappa = F$ или G; $j = 1$ и верхний знак относится к переднему ходу (с меньшим углом зацепления); $j = 2$ и нижний знак — к обратному ходу (с большим углом зацепления); $\alpha_k^{(j)}$ — профильные углы резцов ($\alpha_F^{(1)} \leqslant \alpha_F^{(2)}$; $\alpha_G^{(1)} = \alpha_G^{(2)} = \alpha_0$), где α_0 — номинальний угол зацепления (20°; $21^\circ 15'$; $22^\circ 30'$). Для простоты индекс j будем опускать.

В дальнейшем воспользуемся следующими свойствами триедра:

$$\bar{p}_k = \bar{s}_k \times \bar{e}_k;\ \bar{e}_k \bar{p}_k = \bar{e}_k \bar{s}_k = 0;\ \bar{e}_k (\bar{p}_k \times \bar{e}_k) = 1. \tag{11}$$

Криволинейные координаты u_k и θ_k точки кантакта P_k на поверхности инструмента Σ_k найдены из решения системы (1).

Представим движение точки контакта по поверхности Σ_K как сумму от двух независимых перемещений:

а) по образующей $\theta = \text{const}$ со скоростью $\bar{v}_{ru}^{(k)} = \dfrac{du_k}{dt}\,\bar{s}_k$,

б) по окружности $u = \text{const}$ со скоростью $\bar{v}_{r\theta}^{(k)} = \rho_k \dfrac{d\theta_k}{dt}\bar{p}_k$.

Следовательно, общая относительная скорость перемещения точки контакта по поверхности Σ_k будет

$$\underset{\sim}{v}_r^{(k)} = \frac{du_k}{dt}\,\bar{s}_k + \rho_k \frac{d\theta_k}{dt}\,\bar{p}_k, \quad (k = F;\, G) \tag{12}$$

где $\rho_k = u_k \sin \alpha_k$ — производящий радиус инструмента в точке $P_k^{(j)}$ контакта. Конец орта нормали получает единственную относительную скорость за счет только изменения координат θ, т.е.

$$\dot{\bar{e}}_r^{(k)} = \pm \cos \alpha_k \frac{d\theta_k}{dt}\,p_k^{(j)}. \quad (k = F;\, G) \tag{13}$$

В качестве параметра обкатки принимаем угол ψ_F вращения люльки станка, неподвижно связанная с воображаемым коническим колесом F Угловые скорости

$$\underset{\sim}{\Omega}^{(F)} = \frac{d\psi_F}{dt}\,d^{(F)}, \text{ и } \underset{\sim}{\Omega}^{(1)} = i_{1F}\frac{d\psi_F}{dt}\,d^{(1)}, \text{ где } d^{(1)} \text{ и } d^{(F)} -$$

орты осей заготовки шестерни и люльки станка, а $i_{1F} = \text{const}$ — передаточное отношение цепи обкатки станка. В расчетной точке P параметр $\psi_F = 0$, но $\dfrac{d\psi_F}{dt} \neq 0$. На основании сказанного и Рис. 3 запишем

$$\underset{\sim}{v}^{(F1)}\,\underset{\sim}{v}_e^{(F)}\,\underset{\sim}{v}_e^{(1)} = \underset{\sim}{\Omega}^{F} \times \overline{0_F P} - \underset{\sim}{\Omega}^{(1)} \times \overline{0_1 P} = \frac{d\psi_F}{dt}\,\bar{v}^{(F1)} \tag{14}$$

$$\underset{\sim}{\Omega}^{(F1)} = \underset{\sim}{\Omega}^{(F)} - \underset{\sim}{\Omega}^{(1)} = \frac{d\psi_F}{dt}\,\bar{\Omega}^{(F1)}, \tag{15}$$

где $\bar{v}^{(F1)} = \bar{d}^{(F)} \times \overline{0_F P} - i_{1F}\,\bar{d}^{(1)} \times \overline{0_1 P}$; $\bar{\Omega}^{(F1)} = \bar{d}^{(F)} - i_{1F}\,\bar{d}^{(1)}$.

Так как $\bar{v}_r^{(k)}\ \bar{e}^{(k)} = \bar{v}_r^{(i)}\ \bar{e}_r^{(i)} = 0$ и $\dot{\bar{e}}_r^{(i)}\ \bar{e}^{(i)} = \dot{\bar{e}}_r^{(k)}\ \bar{e}^{(k)} = 0$ векторные уравнения (8) и (8) дают по двум независимым скалярным уравнениям и, следовательно, система (8) представляет систему из семи скалярных уравнений, линейных относительно пяти неизвестных производных по времени от криволинейных координат u_K и θ_K и от параметра ψ_F. Для удобства напишем систему (8) в следующем виде:

$$\left.\begin{array}{l} A_{11}\dfrac{du_G}{dt} + A_{12}\dfrac{d\theta_G}{dt} + A_{13}\dfrac{du_F}{dt} + A_{14}\dfrac{d\theta_F}{dt} + A_{15}\dfrac{d\psi_F}{dt} + A_{16} = 0; \\ \text{----------} \\ A^{L1}\dfrac{du_G}{dt} + \text{----------}\ A_{76} = 0 \end{array}\right\} \qquad (16)$$

В некоторых из коэффициентов содержатся нелинейно и три неизвестных параметра воображаемого конического колеса: радиус R_F, угол конуса δ_F и угол установки бабки изделия Γ_m, определяющие наладки станка. Передаточное отношение

$$i_{1F} = \frac{\Omega^{(1)}}{\Omega^{(F)}} = \frac{R_F}{R_1}\ (\cos\mu_F + tg\,\beta_1 \sin\mu_F), \qquad (17)$$

где r_1 — расчетный радиус начального конуса H_1 шестерни, β_1 — угол винтовой линии зуба шестерни в точке P; μ_F — гипоидный угол, причем

$$\cos\mu_F = tg\,\delta_1\ tg\,\delta_F - \frac{\sin\Gamma_m}{\cos\delta_1 \cos\delta_F}, \qquad (18)$$

δ_1 — угол начального конуса H_1 шестерни

Коэффициенты уравнений системы (16) найдем, рассматривая поотдельно все векторные уравнения системы (8).

Уравнение (8а). Учитывая, что $\bar{e}^{(i)} = \bar{e}^{(k)} = \bar{e}_k$, но $\dot{\bar{e}}^{(i)} \neq \dot{\bar{e}}^{(k)}$ $(i = 1, 2;\ k = F, G)$ на основании (5), (7) и (13) получим

$$\dot{\bar{e}}^{(1)} = \bar{\omega}^{(2)} \times \bar{e}_k \pm \cos\alpha_2\, \bar{p}_G\ \frac{d\theta_G}{dt}. \qquad (19)$$

Дифференцируя по времени скорость относительного движения рабочего зацепления $\bar{v}^{(21)} = \bar{\omega}^{(21)} \times \overline{0_2 P} - \overline{0_2 0_1} \times \bar{\omega}^{(1)}$, учитывая при этом, что $\bar{\omega}^{(1)} = \text{const}$; $\bar{\omega}^{(2)} \neq \text{const}$ $(\dot{\omega}^{(2)} = \varepsilon)$, $\overline{0_2 0_1} = \text{const}$; $\overline{0_2 P} = \bar{v}_e^{(2)} + \bar{v}_r^{(2)}$ и на основании (12), получим

$$\dot{\bar{v}}^{(21)} = \frac{\varepsilon}{\dot{i}_{21}^{0}} \bar{v}_e^{(2)} + \bar{\omega}^{(21)} \times \left(v_e^{(2)} + \bar{s}_g \frac{d\theta_G}{dt} + \rho_G \bar{p}_G \frac{d\theta_G}{dt} \right), \qquad (20)$$

Подставляя (19) и (20) в (8а) и имея ввиду (11), получим

$$A_{11} + \bar{p}_G \bar{\omega}^{(12)}; \; A_{12} = -\rho_G \bar{s}_G \bar{\omega}^{(21)} \pm \cos\alpha_2 \bar{p}_a \bar{v}^{(21)},$$

$$A_{13} = A_{14} = A_{15} = 0; \; A_{16} = \frac{\varepsilon}{\dot{i}_{21}^{0}} \bar{e}_k v_e^{(2)} +$$
$$+ \bar{e}_k \left(\bar{\omega}^{(2)} \times \bar{v}_e^{(1)} - \bar{\omega}^{(1)} \times \bar{v}_r^{(2)} \right).$$

Уравнение (8в). Учитывая, что для передачи „Formate“

$$\Omega^{(2)} = \Omega^{(G)} = 0; \; v_r^{(2)} = v_r^{(G)} = \frac{d u_G}{dt} \bar{S}_G + \rho_G \bar{p}_G \frac{d\theta_G}{dt}; \qquad (21)$$

и подставляя (21) в (8в), получим

$$\left. \begin{aligned} &A_{21} = \bar{S}_G \bar{v}^{(21)}; \quad A_{22} = \rho_G \bar{p}_G \bar{v}^{(21)}. \\ &A_{23} = A_{24} = A_{25} = 0; \quad A_{26} = -\cos\nu_2 |\bar{v}^{(21)}| . |\bar{v}_r^{(2)}|, \end{aligned} \right\} \qquad (22)$$

$$|v_r^{(2)}| = \sqrt{\left(\frac{d u_G}{dt}\right)^2 + \left(\rho_G \frac{d\theta_G}{dt}\right)^2};$$

$$|\bar{v}^{(21)}| = r_2 i_{21} \sin\beta_2 - r_1 \sin\beta_1,$$

где r_2 и β_2 — расчетный радиус начального конуса H_2 колеса и угол винтовой линии зуба колеса в расчетной точке P.

Уравнение (8с). Дифференцируя по времени (14) и учитывая, что $i_{1F} = \text{const}$; $\overline{0_1 P} = \underset{\sim}{v}_e^{(1)} + \underset{\sim}{v}_r^{(1)}$; $\overline{0_F P} = \bar{v}_e^{(F)} + \underset{\sim}{v}_r^{(F)}$,
на основании (11) и (12) получим

$$\dot{\bar{v}}^{(F1)} = \frac{d\psi_F}{dt} \bar{\Omega}^{(F1)} \times \left(\frac{d\psi_F}{dt} \bar{v}_e^{(F)} + \bar{S}_F \frac{du_F}{dt} + \rho_F \bar{p}_F \frac{d\theta_F}{dt} \right). \qquad (23)$$

Учитывая также, что $\bar{e}^{(i)} = \bar{e}^{(k)} = \bar{e}_k$; $\dot{\bar{e}}^{(i)} \neq \dot{\bar{e}}^{(k)}$, на основании (5), (7), (13) и (15) получим

$$\dot{\bar{e}}^{(F)} = \frac{d\psi_F}{dt} d^{(F)} \times \bar{e}_k \pm \cos\alpha_F \frac{d\theta_F}{dt} \bar{p}_F. \qquad (24)$$

Подставляя (23) и (24) в (8с) и учитывая (11), получим

$$A^{31} = A_{23} = A_{36} = 0; \quad A_{33} = \bar{p}_F \bar{\Omega}^{(F1)};$$
$$A_{34} = -\rho_F \bar{S}_F \bar{\Omega}^{(F1)} \pm \cos\alpha_F \bar{p}_F \bar{v}^{(F1)}; \quad A_{35} = i_{1F} \bar{e}_k$$
$$\left(\alpha^{(F)} \times \bar{v}_e^{(1)} - \alpha^{(1)} \times \bar{v}_e^{(F)}\right).$$

Уравнения (8*d*) и (8e). На основании (12) — (15) получим исходные векторные уравнения

$$\frac{du_G}{dt} \bar{S}_G + \frac{d\theta_G}{dt} \rho_G \bar{p}_G - \frac{du_F}{dt} \bar{S}_F - \frac{d\theta_F}{dt} \rho_F \bar{p}_F -$$
$$- \frac{d\psi_F}{dt} \bar{v}^{(F1)} + \bar{v}^{(21)} = 0; \tag{25}$$

$$\pm \operatorname{soc} \alpha_2 \bar{p}_G \frac{d\theta_G}{dt} \pm \cos\alpha_F \frac{d\theta_F}{dt} - \bar{\Omega}^{(F1)} e_k \frac{d\psi_F}{dt} -$$
$$\bar{e}_k \times \omega^{(21)} = 0. \tag{26}$$

Эти два векторные уравнения спроектируем сначало на направление $\bar{p}_G$ а потом на направлении $\bar{S}_G$ и получим четыре скалярных уравнений с коэффициентами:

$$A_{41} = 0; \quad A_{42} = \rho_G; \quad A_{43} = -\bar{p}_G \bar{S}_F; \quad A_{44} = -\rho_F \bar{p}_F \bar{p}_G;$$
$$A_{45} = -\bar{p}_G v^{(F1)}; \quad A_{46} = \bar{p}_G \bar{v}^{(21)};$$
$$A_{51} = 1; \quad A_{52} = 0; \quad A_{53} = -\bar{S}_G \bar{S}_F; \quad A_{54} = -\rho_F \bar{S}_G \bar{p}_G;$$
$$A_{55} = -\bar{S}_G v^{(F1)}; \quad A_{56} = \bar{S}_G \bar{v}^{(21)};$$
$$A_{61} = 0; \quad A_{62} = \pm\cos\alpha_2; \quad A_{63} = 0; \quad A_{64} = \mp\cos\alpha_F \bar{p}_G \bar{p}_F;$$
$$A_{65} = -\bar{S}_G \bar{\Omega}^{(F1)}; \quad A_{66} = \bar{S}_G \bar{\omega}^{(21)};$$
$$A_{71} = A_{72} = A_{73} = 0; \quad A_{74} = \pm\cos\alpha_F S_G \bar{p}_G$$
$$A_{75} = -\bar{p}_G \bar{\Omega}^{(F1)}; \quad A_{76} = \bar{p}_G \bar{\omega}^{(21)}.$$

Все векторы коэффициентов системы (16) записываются в одной и той же неподвижной системе координат. Для гипоидных передач, например, удобна система $S_g(x_g, y_g, z_g)$ (Рис. 3) ось x_g которой перпендикулярна начальной плочкости (Т). Тогда:

$$\bar{\omega}^{(1)} = \bar{\alpha}^{(1)} = -\sin\delta_1 j_g + \cos\delta_1 \sin\mu \bar{j}_g - \cos\delta_1 \cos\mu \bar{K}_g;$$

$$\bar{\omega}^{(2)} = \frac{z_1}{z_2} \bar{\alpha}^{(1)} = \frac{z_1}{z_2} (-\sin\delta_2 i_g + \cos\delta_2 \bar{K}_g); \quad \bar{\omega}^{(21)} = \bar{\omega}^{(1)} = \bar{\omega}^{(2)}$$

$$\bar{v}_e^{(1)} = r_1 (\cos \mu \, j_g + \sin \mu) \, \bar{K}_g; \; \bar{v}_e^{(2)} = r_2 \frac{z_1}{z_2} \bar{j}_g;$$

$$\bar{x}^{(F)} = -\sin \delta_F \, \bar{i}_g + \cos \delta_F \sin (\mu_F - \mu) \, \bar{j}_g + \cos \delta_F \cos (\mu_F - \mu) \, \bar{K}_g;$$

$$\bar{v}_e^{(F)} = R_F \cos (\mu_F - \mu) \, \bar{j}_g - R_F \sin (\mu_F - \mu) \, \bar{K}_g; \; \mu = \beta_1 - \beta_2;$$

$$\bar{S}_k = M_{gk} \| S_k \|; \; \bar{e}_k = M_{gk} \| \bar{e}_k \|$$

где $\| \bar{S}_k \|$ и $\| \bar{e}_k \|$ — столбцевые матрицы векторов (9) и (10), а $M_{gk} = \| a_{gk} \|$ — квадратная матрица третьего порядка для перехода от системы (x_k, y_k, z_k) к системе (x_g, y_g, z_g). Здесь a_{gk} $(g = 1, 2, 3; \kappa = 1, 2, 3)$ — направляющие косинусы.

Решение системы уравнений (16)

Система (16) из семи уравнений содержит 8 неизвестных: производные $\frac{du_k}{dt}$; $\frac{d\theta_k}{dt}$ $(k = F; G)$; $\frac{d\psi_F}{dt}$ (в первой степени) и R_F; δ_F; $\Gamma_ш$ (нелинейно участвующие). Для единственности решения наиболее целесообразно задавать угол $\Gamma_ш$. Многочисленные расчеты показали, что оптимальные решения получаются при $\Gamma_ш \leqslant 0°$, например $\Gamma ш = 0° \div -5°$ (при ортогональных гипоидных и конических передач $i_{12} = 1 \div 10$).

Для решения системы трансцедентных уравнений (16) численными методами [4], существенным является указание начальные приближения решений. В созданной нами программе на языке АКИ-400 (с использованием библиотечных программ ЛИТМО-Ленинград) для синтеза гипоидных и конических передач, начальные корни не задаются предварительно, а подсчитываются сами по формулам:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d\theta_G}{dt} = \frac{A_{16} A_{21}}{A_{16} A_{21} - A_{22} A_{11}}; \; \frac{du_G}{dt} = -\frac{A_{22}}{A_{11}} \cdot \frac{d\theta_G}{du}; \; \frac{du_F}{dt} = \\ &= \frac{du_G}{dt}; \; \frac{d\theta_F}{dt} = -\frac{z_2}{z_1} \frac{d\theta_G}{dt}; \; \frac{d\psi_F}{dt} = \frac{z_1}{z_2}; \quad R_F = r_2; \; \delta_F = \\ &= \delta_2; \; \Gamma ш = 0°. \end{aligned}\right\} \quad (27)$$

Эти формулы, содержущие только известные величины, выведены на базе предположений, что $\frac{d}{dt}(i_{21}) = \varepsilon = 0$; $\cos \nu_2 = 0$ $(\nu_2 = 90°)$, также, что воображаемое колесо совпадает с начальным конусом колеса

$(F \equiv H_2)$ Система решается отдельно для переднего $(j = 1)$ и заднего $(j = 2)$ хода передачи. Полученные результаты применяются для расчета наладок станков и для главных кривизн зубьев Σ_1 и Σ_2 в точке контакта. Обычно расчитывают несколько передач с различными $\frac{d}{dt}(i_{21}) \leqslant 0\ (-0{,}0001 \div -0{,}01)$; $\nu_2 \approx \pi - \delta_2$ и $Г\text{ш} \leqslant 0\ (0° \div -5°)$, затем анализируют теоретическое пятно контакта решением „обратной дачади зацеплений" [2] и тогда выбирают найболее подходящую передачу.

Пример расчета: Вычислить $R_F, \delta_F, i_{1F}, \frac{du_K}{dt}$ и $\frac{d\,\theta_K}{dt}(k = F, G)$ для ортогональной гипоидной передачи „Formate" с заданными: $i_{12}^{\circ} = 41/10 = 4{,}1$; $E = 42$ mm; $r_1 = 31{,}341$ mm; $\delta_1 = 14°58'$; $\beta_1 = 49°$; $r_2 = 95{,}641$ mm; $\delta_2 = 73°38'$; $\beta_2 = 24°34'$; $\alpha_F^{(1)} = +14°$; $\alpha_F^{(2)} = -28°30'$; $\alpha_2 = 21°15'$; предельный угол давления [3] $\alpha_{kp} = 8°6'$; угол ножки зубьев $\Delta_1 = 1°10'$; $\Delta_2 = 6°11'$; $\rho_F^{(1)} = 110{,}11$ mm; $\rho_G^{(1)}\ 110{,}123$ mm; $\rho_F^{(2)} = 117{,}66$ mm; $\rho_G^{(2)} = 118{,}56$ шт.

Решение: а) для переднего хода $(j = 1)$ при $Г\text{ш} = -1°$; $\nu_2 = 90°$; $\varepsilon = -0{,}0025$ получаем: $R_F = 88{,}371$ mm; $\delta_F = 73°05'$; $i_{1F} = 3{,}6557$; $\frac{d\,\theta_G}{dt} = 0{,}0098$; $\frac{du_G}{dt} = 11{,}6520$; $\frac{du_F}{dt} = 11{,}679$; $\frac{d\,\theta_F}{dt} = -0{,}0161$.

б) для заднего хода $(j = 2)$ при $Г\text{ш} = -2°$; $\nu_2 = 96°$; $\varepsilon = -0{,}0050$ получаем:

$$R_F = 98{,}992 \text{ mm};\quad \delta_F = 72°40';\quad i_{1F} = 4{,}1812;$$

$$\frac{d\,\theta_G}{et} = -0{,}0115;\quad \frac{du_G}{dt} = 11{,}7397;\quad \frac{du_F}{dt} = 11{,}8258;\quad \frac{d\,\theta_F}{dt} = -0{,}0035.$$

ЛИТЕРАТУРА

[1] M. L. Baxter. Effect of Misalignment on Tooth Action of Bevel and Hypoid Gears, Rochester. N. Y. ASME, sept. 1968.

[2] П. Л. Литвин. Теория зубчатых зацеплений. Изд-во „Наука", 1968.

[3] F. L. Litvin, K. M. Petrov, V. A. Ganshin. The Effect of Geometrical Parameters of Hypoid and Spiroid gears on its Quality Characteristics, „Mechanism and Machine Theory, v. 8, '73.

[4] Б. П. Демидович, И. А. Марон. Основы вычислительной математики Пизматгиз, 1960.

Summary

Synthesis of tooth surfaces of spiral Hypoid and Bevel Gears „Gleason-Formate" is considered. The tooth surfaces of the pinio n are cut by generating with an imaginary conical generating gear. Contact conditions in the pitch point — the amount of mismatch and the toothcontact pattern—are satisfied by the solving of a non-linear system of equations. Formulas for calculation of the initial approximate solution of the system are obtained.

Addres: Sofia 13, ul. 36, bl. 8, P. O. Box 373

BULGARIAN ACADEMY OF SCIENCES
Institute of Mathematics and Mechanics
Dr. eng. Kolio Minkov Petrov

IBM slog i štampa: Institut za vodoprivredu „Jaroslav Černi", Bul. vojvode Mišića 43/III