

# SUR LA RÉPARTITION DES NOEUDS ET DES PÉRIHÉLIES DES PETITES PLANÈTES

Par

V. V. MICHKOVITCH

## INTRODUCTION

On connaissait à peine une quinzaine de petites planètes que, déjà, on avait remarqué (D'Arrest, 1854) que pas plus leurs noeuds que leurs périhélies n'étaient répartis d'une manière uniforme le long de l'écliptique. Quelques années plus tard, le nombre de petites planètes connues ayant atteint 56, la remarque faite fut confirmée et — théoriquement expliquée par S. Newcomb (1860) par l'effet des perturbations séculaires de Jupiter. De cette explication il ressortait que „there would always be a tendency among the perihelia of the small planets to coincide with the perihelion of Jupiter, and among their nodes to coincide with the node of Jupiter“. La répartition théorique conclue par S. Newcomb, pour chacun des quatre quadrants, en supposant la distance moyenne de l'anneau égale à 2,7, s'exprimait par les valeurs suivantes:

Quadrant	I	II	III	IV
Noeud ascendant	0,29	0,29	0,21	0,21
Périhélie	0,29	0,21	0,21	0,29

En 1871, après avoir constaté une fois de plus un accord satisfaisant entre les répartitions théorique et réelle des éléments précédents, cette fois-là des 105 petites planètes, connues à cette époque, Newcomb ajoute en terminant son travail: „It may not be

uninteresting, now and than, to compare the actual distribution of their nodes and perihelia with that calculated from the theory of probabilities, combined with the laws of secular variations of their orbits". Et, depuis lors, en effet, tandis que le nombre de petites planètes connues allait en s'accroissant constamment et approchait petit à petit la quinzième centaine, en moyenne, tous les cinq ans on procédait à une vérification des prévisions de Newcomb: les répartitions théoriques et réelles des noeuds et périhélies des petites planètes furent comparées et examinées.

Les résultats des comparaisons relatives aux noeuds ascendants, qui ont souvent exigé de leurs auteurs de vastes recherches, pourraient, en somme, être classés en deux catégories. D'après ceux de la première catégorie (déduits par W. Dorbeck, 1879; J. Bauschinger, 1901; S. G. Barton, 1916; G. Fayet, 1932; ainsi que par Glauser, 1888; A. v. Brunn, 1906 et B. Jekhowsky 1939) la répartition prévue pourrait être considérée comme confirmée par les résultats des dénombrements successifs au fur et à mesure que s'accroissaient les nombres de ces objets. Néanmoins, certains de ces auteurs, en particulier les trois derniers, ont été conduits à attribuer la répartition de cet élément à l'influence des perturbations séculaires combinée *des deux planètes* principales, de Jupiter et de Saturne.

A la seconde catégorie appartiendraient les travaux des auteurs (J. Kleiber, 1886; H. C. Plummer, 1916) ayant conclu de leurs recherches à une répartition des noeuds régie par la loi de hasard. Il convient de signaler que S. Newcomb lui-même, plus tard, a cru devoir modifier sa conclusion primitive relative aux noeuds, puisque (dans l'Enc. Brit.) il dit: „that in the long run a uniform distribution was to be expected.“

Par contre, quant au problème de la répartition des périhélies des petites planètes, tous les auteurs l'ayant étudié, aussi bien ceux cités précédemment que P. Stroobant (1918) et S. Oppenheim (1924), sont d'accord avec S. Newcomb pour conclure à une tendance des périhélies vers une accumulation plus accentuée dans la région du périhélie de Jupiter. Toutefois, Glauser, A. v. Brunn et, surtout, B. Jekhowsky trouvent que la distribution théorique, déduite en tenant compte de l'influence

des deux planètes principales, Jupiter et Saturne, représente mieux la réalité.

Dans ce travail je me propose de montrer qu'en partant des éléments orbitaux des 1500 petites planètes, on trouve que:

a) plus le nombre de petites planètes connues augmente, plus la répartition le long de l'écliptique de leurs noeuds semble être un simple effet de hasard;

b) plus le nombre de petites planètes connues augmente, plus la tendance vers une répartition à peu près symétrique de leurs périhélie devient apparente, l'axe de symétrie ne s'écartant pas beaucoup de la direction du périhélie de Jupiter ( $\bar{\omega} = 13^{\circ}5$ ); cependant les rapports des nombres de planètes relatifs aux quadrants plus peuplés aux nombres relatifs aux quadrants moins peuplés, tout en restant à peu près constants, sont sensiblement supérieurs à la valeur fixée par l'influence séculaire de Jupiter.

### I. RÉPARTITION DES NOEUDS ASCENDANTS

Les éléments des 1500 petites planètes ayant servi de base à cette étude ont été empruntés à la brochure „Kleine Planeten“ pour 1942. Cet ensemble de données fut examiné, d'une part, par sections séparées de 250 petites planètes, prises dans l'ordre chronologique de leur découverte et, d'autre part, par groupes de sections successives. En d'autres termes, on a considéré:

Les sections	P. planètes	Les groupes	de sections	P. planètes
$S_A$	1 — 250	$G_A = S_A$		1 — 250
$S_B$	251 — 500	$G_B = S_A + S_B$		1 — 500
$S_C$	501 — 750	$G_C = S_A + S_B + S_C$		1 — 750
$S_D$	751 — 1000	$G_D = S_A + S_B + S_C + S_D$		1 — 1000
$S_E$	1001 — 1250	$G_E = S_A + S_B + S_C + S_D + S_E$		1 — 1250
$S_F$	1251 — 1500	$G_F = S_A + S_B + S_C + S_D + S_E + S_F$		1 — 1500

Puis, après avoir divisé l'écliptique en intervalles de  $10^\circ$  et dénombré les noeuds des petites planètes dans chaque intervalle, on a calculé, pour chaque section et groupe:

- 1) la direction résultante,  $\Omega_R$ , définie par l'expression

$$\Omega_R = \text{arc tg} \left( \frac{\sum n_i \sin \Omega_i}{\sum n_i \cos \Omega_i} \right),$$

$\Sigma$  s'étendant sur tous les 36 intervalles;  $n_i$  désignant les nombres de noeuds dans chaque intervalle et  $\Omega_i$  désignant  $0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, \dots, 350^\circ$ ;

- 2) la fréquence résultante,  $F_R$ , définie par l'expression

$$F_R = \sqrt{(\sum n_i \sin \Omega_i)^2 + (\sum n_i \cos \Omega_i)^2};$$

- 3) la valeur du coefficient  $C_F$ , définie par l'expression

$$C_F = \frac{F_R}{\sum n_i},$$

pouvant servir de mesure d'accumulation des noeuds dans la direction résultante.

Voici maintenant les valeurs qu'on a obtenues pour ces grandeurs:

Sect.	$\Omega_R$	$F_R$	$C_F$	Groupe	$\Omega_R$	$F_R$	$C_F$
$S_A$	$81^\circ$	22	0,09	$G_A$	$81^\circ$	22	0,09
$S_B$	$100^\circ$	28	0,11	$G_B$	$92^\circ$	51	0,10
$S_C$	$88^\circ$	16	0,06	$G_C$	$91^\circ$	67	0,08
$S_D$	$74^\circ$	10	0,04	$G_D$	$90^\circ$	76	0,08
$S_E$	$42^\circ$	28	0,11	$G_E$	$77^\circ$	98	0,08
$S_F$	$-17^\circ$	10	0,04	$G_F$	$70^\circ$	97	0,06

A ces valeurs il convient d'ajouter que la longitude du noeud ascendant de Jupiter est  $\Omega = 100^\circ$ , et que la longitude de la direction résultante des noeuds de toutes les grosses planètes est  $\Omega = 87^\circ$ .

De l'examen de ces nombres on peut conclure que:

- 1° les directions résultantes des diverses sections sont variables et cela entre des limites assez étendues, ce qui prouve-

rait qu'il n'y a pas de tendance d'accumulation de noeuds dans une direction ou région déterminée ;

2° la fréquence résultante,  $F_R$ , ou si l'on veut le coefficient d'accumulation,  $C_F$ , indiquent la tendance vers une répartition uniforme.

Il est vrai que les trois premières sections, c'est-à-dire celles des petites planètes relativement plus massives, manifestent une tendance d'accumulation plus marquée du côté du noeud de Jupiter, semblant ainsi confirmer l'explication donnée par S. Newcomb, mais les sections suivantes comme nous le voyons s'en écartent sensiblement.

De même, si l'on se reporte aux nombres de petites planètes dont les noeuds sont situés dans les deux premiers (I+II) et les deux derniers (III+IV) quadrants, puis on forme les rapports,  $Q_S$  et  $Q_G$ , de ces nombres, on trouve :

Sect.	(I + II)	(III + IV)	$Q_S$	Groupe	(I + II)	(III + IV)	$Q_G$
$S_A$	141	109	1,29	$G_A$	141	109	1,29
$S_B$	144	106	1,38	$G_B$	285	213	1,34
$S_C$	132	118	1,12	$G_C$	417	331	1,26
$S_D$	121	129	0,94	$G_D$	538	460	1,17
$S_E$	138	112	1,24	$G_E$	677	572	1,18
$S_F$	118	132	0,89	$G_F$	795	704	1,13

Ainsi donc, tandis que dans la suite des nombres relatifs aux sections, au lieu du rapport constant  $58:42 = 1,38$ , prévu par la théorie, on trouve des rapports variables, s'écartant parfois notablement de leur valeur théorique, dans la suite des nombres relatifs aux groupes on trouve une suite de valeurs de  $Q_G$  tendant (pour le moment) vers  $Q = 1$ . Or, ceci veut dire que les noeuds tendraient à se répartir uniformément le long de l'écliptique.

Admettons donc l'hypothèse d'une répartition uniforme et comparons la répartition réelle, ou observée, à celle calculée en partant de l'hypothèse que toutes les directions le long de l'écliptique soient également probables. A cet effet, on a divisé l'écliptique en 120 intervalles de  $3^\circ$ , puis dénombré les noeuds

des sections successives dans chaque intervalle; les résultats de ces dénombrements sont consignés dans le tableau suivant:

N de pl. dans interv.	N de ces intervalles dans section						$N_m$	$N_k$	$O - C$
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>			
0	12	16	13	18	16	16	15	15	0
1	38	27	33	31	31	25	31	31	0
2	30	33	37	33	30	40	35	33	+2
3	18	29	17	15	23	22	21	23	-2
4	15	7	13	8	13	10	11	12	-1
5	4	6	3	14	4	5	6	5	+1
6	3	2	3	1	3	1	2	2	0
7	—	—	1	—	—	—	0	0	0

D'autre part, la théorie nous fournit la probabilité  $P_k$ , pour que sur  $n$  objets répartis au hasard le long d'une circonférence, divisée en  $i$  parties égales, il y en ait à  $k$  objets dans l'intervalle, à savoir:

$$P_k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \left(\frac{1}{i}\right)^k \left(1 - \frac{1}{i}\right)^{n-k}$$

ainsi que les nombres probables,  $N_k$ , de tels intervalles, à savoir:

$$N_k = i P_k.$$

Si l'on compare les deux suites de nombres, c'est-à-dire des  $N_m$  et des  $N_k$ , calculés d'après les formules ci-dessus, on trouve les nombres réunis dans la colonne  $O - C$  du tableau précédent.

L'accord entre les deux suites de nombres est tout à fait satisfaisant, ce qui prouverait que la répartition des noeuds des petites planètes peut en effet être considérée comme due au simple hasard.

## 2. RÉPARTITION DES PÉRIHÉLIES

En partant des mêmes données, on a appliqué les mêmes procédés à l'examen de la répartition des périhélies des petites planètes. Voici les valeurs numériques qu'on a obtenues pour les directions,  $\bar{\omega}_R$ , et fréquences,  $F_R$ , résultantes ainsi que pour les coefficients d'accumulations,  $C_F$ :

Sect.	$\tilde{\omega}_R$	$F_R$	$C_F$	Groupe	$\tilde{\omega}_R$	$F_R$	$C_F$
$S_A$	14°	62	0,25	$G_A$	14°	62	0,25
$S_B$	10°	78	0,31	$G_B$	12°	140	0,28
$S_C$	25°	69	0,28	$G_C$	16°	208	0,28
$S_D$	— 8°	76	0,30	$G_D$	10°	279	0,28
$S_E$	4°	87	0,35	$G_E$	8°	366	0,29
$S_F$	— 7°	72	0,29	$G_F$	6°	436	0,29

Si l'on ajoute que la longitude du périhélie de Jupiter est  $\tilde{\omega} = 13^{\circ},5$ . — on peut conclure de ce tableau que:

1° les directions résultantes,  $\tilde{\omega}_R$ , tout en variant d'une section à l'autre, ne s'écartent pas sensiblement de la direction du périhélie de Jupiter;

2° la fréquence résultante,  $F_R$ , tant par sa grandeur que par sa constance, ou, mieux encore, le coefficient d'accumulation,  $C_F$ , font clairement ressortir la tendance vers l'accumulation des périhélies des petites planètes du côté de la direction résultante, c'est-à-dire autour du périhélie de Jupiter.

Que cette tendance est un caractère permanent de tout l'anneau on le verra également à l'examen du tableau suivant qui résume les nombres de planètes par quadrants exprimés en pourcentages:

Sect.	I	II	III	IV	Groupe	I	II	III	IV
$S_A$	33	20	17	30	$G_A$	33	20	17	30
$S_B$	40	14	19	27	$G_B$	37	17	17	29
$S_C$	35	22	13	30	$G_C$	36	19	16	29
$S_D$	31	17	17	35	$G_D$	35	18	16	31
$S_E$	39	15	12	34	$G_E$	37	18	14	31
$S_F$	37	12	18	33	$G_F$	37	17	16	30

Ainsi donc, l'accumulation des périhélies des petites planètes dans les quadrants (I+IV) se trouve en effet confirmée. En prenant les moyennes des pourcentages par quadrants, et en les rapprochant des nombres calculés, d'une part, par S. Newcomb et, d'autre part, par B. Jekhowsky qui les a obtenus en

tenant compte des perturbations séculaires de Jupiter et de Saturne, on trouve:

Quadrant	I	II	III	IV
Newcomb	29	21	21	29
Observation	36	18	16	30
Jekhowsky	36	17	16	31

Si l'on se reporte aux nombres de petites planètes dont les périhélie sont situés dans les quadrants (I+IV) et (II+III), puis on forme les rapports de ces nombres,  $Q_s$  et  $Q_G$ , on trouve:

Sect.	I+IV	II+III	$Q_s$	Groupe	I+IV	II+III	$Q_G$
$S_A$	159	91	1,75	$G_A$	159	91	1,75
$S_B$	168	81	2,07	$G_B$	327	172	1,90
$S_C$	161	89	1,81	$G_C$	488	241	2,02
$S_D$	166	84	1,98	$G_D$	654	345	1,90
$S_E$	182	68	2,67	$G_E$	864	413	2,05
$S_F$	175	75	2,33	$G_F$	1011	488	2,07

Il semble donc hors de doute que la valeur du rapport  $Q$ , voisine de 2, dépasse sensiblement la valeur indiquée par S. Newcomb, à savoir 1,38 par contre elle est en bon accord avec celle résultant des nombres donnés par B. Jekhowsky.

La répartition des périhélie à peu près symétrique devient plus apparente si l'on prend les nombres par quadrants en partant de la direction  $\omega_R$ . Ces nombres, exprimés en pourcentages, donnent:

Sect.	I	II	III	IV	Groupe	I	II	III	IV
$S_A$	34	17	19	31	$G_A$	34	17	19	31
$S_B$	38	12	18	33	$G_B$	36	15	18	32
$S_C$	34	16	16	34	$G_C$	35	15	17	34
$S_D$	36	18	14	33	$G_D$	34	16	17	33
$S_E$	38	15	12	36	$G_E$	34	16	16	34
$S_F$	36	15	17	33	$G_F$	35	16	16	33



## BIBLIOGRAPHIE

S. Newcomb — On the secular variations and mutual relations of the orbits of the asteroids. — Mem. of the American Ac. New S. Vol. V, 1860.

S. Newcomb — Determination of the law of distribution of the nodes and perihelia of the small planets between Mars and Jupiter. — A. N. 58, p. 209; 1862.

S. Newcomb — Comparison of the actual and probable distribution in longitudes of the nodes and perihelia of the small planets between Mars and Jupiter. — A. N. 73, p. 287; 1869.

J. Kleiber — Ueber die Verteilung der Knoten der Planeten- und Kometen-Bahnen. — A. N. 115, p. 135; 1886.

Glauser — Die Lage der Asteroiden-Bahnen. — A. N. 117, p. 153; 1887.

O. Callandreaux — Statistique des p. planètes. Distribution des éléments en prenant la distance aphélie comme argument. — C. R. CXXXVI, p. 937; 1903.

A. v. Brunn — Ueber die Verteilung der Perihellängen und Exzentrizitäten der kl. Planeten. — A. N. 172, p. 273; 1906.

P. Stroobant — La constitution de l'anneau des p. planètes. — Ann. Obs. R. de Belgique. Nouv. S., IX, p. 3; 1907 et XIV 1917.

S. G. Barton — The interrelations of the asteroid elements. — A. J. 35, p. 159 and A. J. 30 p. 41.

J. Mascart — Contribution à l'étude des pl. télescopiques. — Ann. Obs. de Paris, t. XXIII A., 1897.

H. C. Plummer — Statistics of the minor planets; with a remark on the orbital planes of the maj. planets. — M. N. LXXVI, p. 378; 1916.

J. F. Cox — Recherches sur les p. planètes. — Bruxelles, 1932.

G. Fayet — Les petites planètes. — Annuaire du Bur. des Long. 1932.

G. Stracke — Die kleinen Planeten. — Erg. d. Exakt. Naturw., Berlin, 1925.

B. de Jekhowsky — Sur la répartition des périhélies et des noeuds des p. planètes et sur les causes des variations dans le nombre mensuel de leurs découvertes. — C. R. t. CCIX, N. 13; 1939.