CONTRIBUTION À L'ÉTUDE DU RÉCHAUFFAGE DE L'EAU D'ALIMENTATION DES CHAUDIÈRES AU MOYEN DE VAPEUR EXTRAITE DE LA TURBINE

Par

D. MILOSAVLIÉVITCH

On sait que le réchauffage de l'eau d'alimentation des chaudières par la vapeur extraite de la turbine augmente le rendement de l'installation, ce qui est dû à la diminution d'ir-

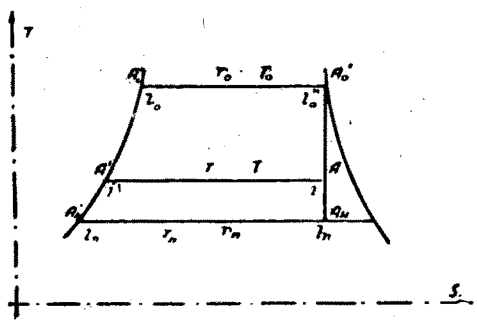

Fig. 1

réversibilité de la transformation: l'augmentation de l'entropie du système est moindre si l'eau d'alimentation est réchauffée par la vapeur avant d'être introduite dans la chaudière.

On a essayé [1] de trouver le rendement du cycle réversible correspondant aux transformations idéales d'une installation de

---

[1]) Robert Dowson — The mathematical theory of a method of boiler feed-water heating in steam turbine-driven power stations; Engineering, 1920, 5 and 12 november.

turbine à vapeur. Pour surmonter des difficultés mathématiques on a supposé que la grandeur $i-i'$ est constante (i et i' représentent des chaleurs totales correspondant aux points figuratifs A et A' sur la figure 1). Or, cette hypothèse n'est pas en accord avec la réalité; les trois exemples cités dans le mémoire [1] montrent que: a) dans une transformation adiabatique de la vapeur saturée de 36 at à 0,035 at, la grandeur $i-i'$ croît d'abord de 428 à 446 kcal et décroît ensuite à 415 kcal, tandis que c'est la valeur moyenne de 431 kcal qui entre dans le calcul; b) dans une transformation adiabatique de la vapeur saturée de 431 kcal

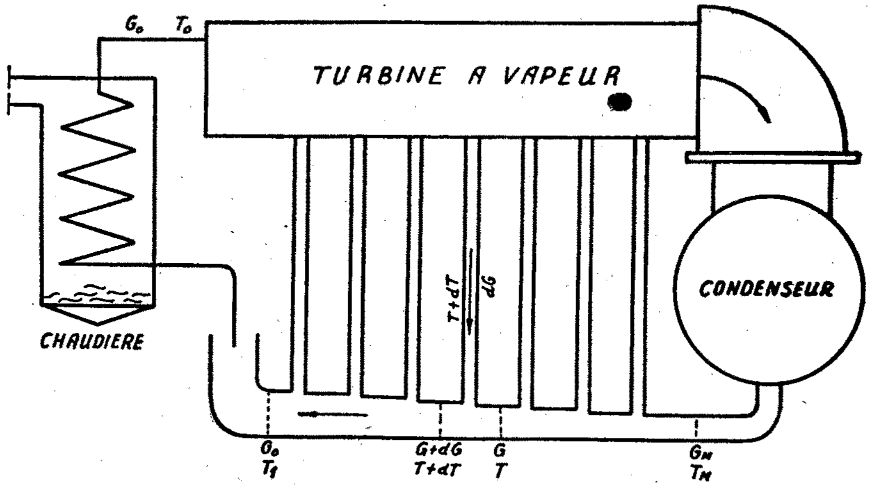

Fig. 2

et décroît ensuite à 438 kcal, tandis que c'est la valeur moyenne de 431 kcal qui entre dans le calcul; c) dans une transformation adiabatique de la vapeur saturée de 7 à 0,035 at la grandeur $i-i'$ décroit de 496 à 454 kcal, tandis que c'est la valeur moyenne de 476,5 kcal qui entre dans le calcul.

Nous nous proposons de trouver l'expression exacte du cycle réversible correspondant au réchauffage de l'eau d'alimentation au moyen de vapeur extraite de la turbine. La réversibilité impose que le réchauffage se fasse par une infinité de prélèvements de telle sorte que l'eau soit toujours à la température de la vapeur qui la réchauffe (fig 2), dans un réchauffeur élémentaire on réchauffe à l'heure une quantité G d'eau de la température absolue T à la température $T+dT$ au moyen d'une quantité infiniment petite de vapeur à la température $T+dT$; on a donc

$$G \cdot dT = rx \cdot dG,$$

où r désigne la chaleur totale de vaporisation ou de condensation et x le titre de la vapeur extraite (on a supposé que la chaleur spécifique de l'eau est égale à l'unité).

L'équation ci-dessus s'écrit

$$\frac{dG}{G} = \frac{dT}{rx}.$$

Après intégration entre des limites G_k et G, d'une part, et T_k et T, d'autre part, on obtient

$$(1) \qquad ln\frac{G}{G_k} = \int_{T_k}^{T} \frac{dT}{rx} \quad \text{et} \quad G = G_k \cdot e^a,$$

où on a[1])

$$(2) \qquad a = \int_{T_k}^{T} \frac{dT}{rx}.$$

Dans la turbine, la vapeur subit la transformation adiabatique $A_0'' A_k$ (fig 1) entre des températures absolues T_0 et T_k, qui correspondent aux températures de la chaudière et du condenseur. L'égalité de l'entropie des points figuratifs A_0'' et A donne

$$\int_{273}^{T_0} \frac{c \cdot dT}{T} + \frac{r_0}{T_0} = \int_{273}^{T} \frac{c \cdot dT}{T} + \frac{rx}{T},$$

d'où l'on trouve ($c = 1$)

---

1) Dans le mémoire cité R. Dowson considère rx comme une grandeur constante; il trouve

$$a = \frac{T - T^k}{rx} \quad \text{et} \quad G = G^k \cdot e^{\frac{1}{rx}(T - T_k)},$$

ainsi que

$$g = G - G^k = G^k[e^{\frac{1}{rx}(T - T_k)} - 1].$$

$$ln\, T_0 + \frac{r_0}{T_0} = ln\, T + \frac{rx}{T},$$

et

(3) $$rx = (ln\, T_0 + \frac{r_0}{T_0} - ln\, T) . T$$

En remplaçant rx dans (2) par sa valeur donnée par (3) et effectuant l'intégration on obtient

(4) $$l^a = \frac{ln \frac{T_0}{T_k} + \frac{r_0}{T_0}}{ln \frac{T_0}{T} + \frac{r_0}{T_c}}.$$

En utilisant l'équation (4), l'expression (1) prend la forme:

(5) $$G = G_k \cdot \frac{ln \frac{T_0}{T_k} + \frac{r_0}{T_0}}{ln \frac{T_0}{T} + \frac{r_0}{T_0}}.$$

La vapeur extraite dG n'a subi dans la turbine que la transformation adiabatique $A_0''A$, tandis que la transformation AA_k est perdue pour l'obtention du travail mécanique. Le rendement thermique du cycle réversible correspondant au réchauffage de l'eau d'alimentation de la température T_k à T est donné par

(6) $$\eta = \frac{(i_0'' - i_k)\, G_0 - \int_{T_k}^{T_1} (i - i_k) \cdot dG}{(i_0'' - i_1') \cdot G_0},$$

i_0'', i_k et i désignant des chaleurs totales qui correspondent respectivement aux points A_0'' A_k et A et i_1' la chaleur totale de l'eau bouillante de température T_1.

En partant de

$$i - i_k = T + rx - (T_k + r_k x_k),$$

où d'après (3)

$$i - i_k = T + \left(ln \frac{T_0}{T} + \frac{r_0}{T_0} \right) \cdot T - (T_k + r_k x_k)$$

et en déterminant dG de (5), nous pouvons écrire

$$(i-i_k)\cdot dG = G_k\left(ln\frac{T_0}{T}+\frac{r_0}{T_0}\right)\left[\frac{dT}{\left(ln\frac{T_0}{T}+\frac{r_0}{T_0}\right)^2}+\frac{dT}{ln\frac{T_0}{T}+\frac{r_0}{T_0}}-\right.$$

$$\left.-\frac{T_k+r_k x_k}{\left(ln\frac{T_0}{T}+\frac{r_0}{T_0}\right)^2}\cdot\frac{dT}{T}\right].$$

Si l'on pose

$$\frac{T_0}{T}=y \text{ et } \frac{r_0}{T_0}=c,$$

les deux premiers termes de l'expression entre crochets prennent la forme

$$T_0\cdot\frac{dy}{(c-ln\,y)^2}+T_0\cdot\frac{dy}{c-ln\,y}.$$

Par la méthode de substitution et celle d'intégration par parties on obtient

$$\int\frac{dy}{c-ln\,y}=\frac{y}{c-ln\,y}-\int\frac{dy}{c-ln\,y},$$

ce qui donne

$$\int\frac{dy}{(c-ln\,y)^2}+\int\frac{dy}{c-ln\,y}=\int\frac{y}{c-ln\,y}.$$

Par conséquent, l'expression (6) sera transformée en

$$\eta=\frac{i_0''-i_k}{i_0''-i_1'}-\frac{G_k}{G_0}\cdot\frac{1}{i_0''-i_1'}\left(ln\frac{T_0}{T_k}+\frac{r_0}{T_k}\right)\left[\frac{T_1}{\frac{r_0}{T_0}+ln\frac{T_0}{T_1}}-\right.$$

$$\left.-\frac{T_k}{\frac{r_0}{T_0}+ln\frac{T_0}{T_k}}-\frac{T_k+r_k x_k}{\frac{r_0}{T_0}+ln\frac{T_0}{T_1}}+\frac{T_k+r_k x_k}{\frac{r_0}{T_1}+ln\frac{T_0}{T_k}}\right].$$

Pour $T=T_1$, on a $G=G_0$, et l'équation (5) s'écrit

$$G_k\left(ln\frac{T_0}{T_k}+\frac{r_0}{T_0}\right)=G_0\left(ln\frac{T_0}{T_1}+\frac{r_0}{T_0}\right).$$

L'expression du rendement η devient alors

$$\eta = \frac{i_0'' - i_k}{i_0'' - i_1'} - \frac{1}{i_0'' - i_1'}\left(ln\frac{T_0}{T_1} + \frac{r_0}{T_0}\right)\left\{\frac{T_1 - T_k - r_k x_k}{\frac{r_0}{T_0} + ln\frac{T_0}{T_1}} + \frac{r_k x_k}{\frac{r_0}{T_0} + ln\frac{T_0}{T_k}}\right\}.$$

Soit s_0'' l'entropie correspondant au point A_0'' (fig. 1), s_1' celle de l'eau bouillante de température T_1 et enfin s et i_k' l'entropie et la chaleur totale correspondant au point A_k'. On a

$$ln\frac{T_0}{T_1} + \frac{r_0}{T_0} = s_1'' - s_0', \qquad T_1 - T_k - r_k x_k = i_1' - i_k$$

$$r_k x_k = i_k - i_k' \quad \text{et} \quad ln\frac{T_0}{T_k} + \frac{r_0}{T_k} = s_0'' - s_k'.$$

L'expression définitive pour η sera donnée par

$$\eta = \frac{i_0 - i_k}{i_0 - i_1'} - \frac{1}{i_0 - i_1'} - \left[\frac{(i_k - i_k')(s_0'' - s_1')}{s'' - s_k'} - (i_k - i_1')\right],$$

$$\eta = 1 - \frac{(i - i_k')\,(s_0'' - s_1')}{(i_0'' - i_1')\,(s_0'' - s_k')} = 1 - \frac{s_0'' - s_1'}{i_0'' - i_1'} \cdot T_k. \tag{7}$$

Si le réchauffage de l'eau ne se fait pas, on a

$$T_1 = T_k, \qquad i_1' = i_k' \quad \text{et} \quad s_1' = s_k'$$

et l'expression (7) se réduit à

$$\eta = \frac{i_0'' - i_k}{i_0'' - i_k'}, \tag{8}$$

ce qui représente, comme on sait, le rendement thermique du cycle Rankine-Clausius.

Pour $T_1 = T_0$, l'expression (7) représente le rendement du cycle Carnot entre les températures T_0 et T_k. Dans ce cas l'expression (7) doit, d'après le théorème de Carnot, devenir

$$\eta = \frac{T_0 - T_k}{T_0}.$$

Or c'est bien ce que l'on obtient en posant d'abord $i_1' = i_0$, $s_1' = s_0'$:

$$\eta = 1 - \frac{s_0'' - s_0'}{i_0' - i_0''},$$

et ensuite

$$s_0'' - s_0' = \frac{r_0}{T_0} \text{ et } i_0'' - i_0' = r_0 ,$$

$$\eta = 1 - \frac{T_k}{T_0} = \frac{T_0 - T_k}{T_0} .$$