

## ГРУППЫ ПРОСТОЙ И КРАТНОЙ АНТИСИММЕТРИИ БОРДЮРОВ

*Славик Яблан*

**Резюме.** В статье намечен новый прием вывода групп простой и кратной антисимметрии непосредственно из классических групп и на бордюрных группах проиллюстрированы его особенности.

Основой изложения теории антисимметрии, подробно освещенной в работах [4, 7, 8, 10], послужат следующие данные:

Пусть дискретная группа симметрии  $G$  с множеством образующих  $S_1, S_2, \dots, S_p$  дана абстрактным определением [2]:

$$(1) \quad g_n(S_1, S_2, \dots, S_p) = E \quad n = 1, 2, \dots, s$$

и пусть  $e_1, e_2, \dots, e_l$ -преобразования антитождества 1-го, 2-го, ...,  $l$ -го рода, удовлетворяющие отношениям:

$$(2) \quad e_i e_j = e_j e_i, \quad e_i^2 = E, \quad e_i S_q e_i, \quad i, j \in \{1, 2, \dots, l\}, \quad q \in \{1, 2, \dots, p\}$$

Группы простой и кратной антисимметрии получаются применением обобщенного метода Шубникова-Заморзаева [8], заменой образующих группы симметрии  $G$  антиобразующими одного или больше независимых родов антисимметрии. Согласно теореме о классификации всех групп простой и кратной антисимметрии на группы типа  $C^k$  ( $1 \leq k \leq l$ ),  $C^k M^m$  ( $1 \leq k, m; k + m \leq l$ ) и  $M^m$  ( $1 \leq m \leq l$ ) [7, 8] и возможности вывода групп типа  $C^k$  и  $C^k M^m$  прямо из порождающей группы  $G$  и групп типа  $M^m$  соответственно, как нетривиальная возникает только проблема вывода групп типа  $M^m$ . Все группы типа  $M^m$  изоморфны порождающей группе  $G$ , а также друг другу.

Обобщенным методом Шубникова-Заморзаева получают группы типа  $C^k$ ,  $C^k M^m$  и  $M^m$ . После выделения групп типа  $M^m$  дальнейший

вывод групп простой и кратной антисимметрии (шубниковских групп) сводится к устранению одинаковых групп типа  $M^m$  при фиксированном  $m$  и доказательству неодинаковости оставшихся. Данное устранение осуществляется в соответствии с определением одинаковости Ш-групп:

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1:** Группы  $\text{Ш}_1$  и  $\text{Ш}_2$  типа  $M^m$  при фиксированном  $m$  одинаковы, если имеется изоморфизм, переводящий преобразования группы  $\text{Ш}_1$  в преобразования группы  $\text{Ш}_2$ , эквивалентные в смысле симметрии и антисимметрии [8].

В первой части работы будут намечены основные идеи метода порождения групп простой и кратной антисимметрии. Возможности использования предлагаемого метода, область применения которого распространяется на все группы простой и кратной антисимметрии, будут проиллюстрированы во второй части выводом известных по [9] групп простой и кратной антисимметрии бордюров. Третья часть содержит полученные результаты, представленные в 0–1 варианте Международной символики. Приведенные в последней части результаты интерпретированы в виде мозаик групп простой и кратной антисимметрии бордюров.

### 1. Метод вывода групп простой и кратной антисимметрии

**ТЕОРЕМА 1.** (*критерий существования для групп типа  $M^m$* ): Группа простой или кратной антисимметрии  $G'$  будет типа  $M^m$  при фиксированном  $m$  (а): если все, заданные в представлении группы  $G$  отношения остаются удовлетворенными после замены образующих антиобразующими, и (б): если антисимметрию любого рода можно получить в группе антисимметрии  $G'$  в качестве самостоятельного антисимметрического преобразования.

(а) После замены образующих антиобразующими, каждое из отношений (1) вследствие (2) дает:

$$g_n(S'_1, S'_2, \dots, S'_p) = e_1^{n_1} e_2^{n_2} \dots e_m^{n_m} g_n(S_1, S_2, \dots, S_p) = e_1^{n_1} e_2^{n_2} \dots e_m^{n_m}, \\ n_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad n = 1, 2, \dots, s$$

Если некоторые из элементов  $n_i$  равны единице, произведение соответствующих антитождеств является членом группы  $G'$ , следовательно она не может быть типа  $M^m$ . Поэтому безусловно будем:

$$e_1^{n_1} e_2^{n_2} \dots e_m^{n_m} = E, \quad \text{т.е.} \quad g_n(S'_1, S'_2, \dots, S'_p) = E, \quad n = 1, 2, \dots, s$$

(б) Если некоторые из антитождеств различных родов, напр.  $e_1$  и  $e_j$  неотделимы, тогда имеется возможность замены:  $e^* = e_i e_j (e^{*2} = E)$  и полученная группа не типа  $M^m$  при фиксированном  $m$ , а более низкого ранга антисимметрии.

Наоборот, если соблюдаются отношения:  $g_n(S'_1, S'_2, \dots, S'_p) = E$ ,  $n = 1, 2, \dots, s$  для группы  $G'$ , изоморфной  $G$ , и учитывая отделимость всех  $n$  антитождеств, она – типа  $M^m$  при фиксированном  $m$ .

Проблема устранения одинаковых групп типа  $M^m$  при фиксированном  $m$  решается согласно Определению 1. Выявление одинаковых групп типа  $M^m$  при фиксированном  $m$  сводится к обнаружению всех изоморфизмов групп типа  $M^m$ , в которых корреспондируют эквивалентные в смысле симметрии и антисимметрии преобразования.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2.** Пусть составлены все произведения образующих группы  $G$ , в которых каждая из образующих участвует не более чем один раз, и потом выделены подмножества преобразований, эквивалентных в смысле симметрии. Полученную систему назовем антисимметрической характеристикой группы  $G$ .

Например, в случае группы  $ptm$ , образуемой переносом  $X$  и отражениями  $R, R_1$ , заданной представлением:  $\{X, R, R_1\}, R^2 = R_1^2 = (R_1X)^2 = E, XR = RX, RR_1 = R_1R$  все произведения образующих, сформированные соответственно Определению 2, можно разделить на следующие классы преобразований, эквивалентных преобразований): перенос  $X$ ; отражение  $R$ , параллельное оси  $X$ ; скользящее отражение  $XR$ ; отражения  $R_1, XR_1$ , перпендикулярные к оси  $X$  и центральные симметрии  $RR_1, XRR_1$ ; следовательно, антисимметрическая характеристика группы  $ptm$  —  $\{X\}\{R\}\{XR\}\{R_1, R_1X\}\{RR_1XRR_1\}$ , редуцированная форма которой —  $\{R\}\{R_1, R_1X\}$ .

**ТЕОРЕМА 2.** *Две группы простой или кратной антисимметрии  $G'_1$  и  $G'_2$  типа  $M^m$  при фиксированном  $m$ , с одной и той же порождающей группой  $G$ , одинаковы тогда и только тогда, если обладают одинаковыми антисимметрическими характеристиками.*

Формирование всех произведений образующих группы  $G$  и распределение эквивалентных в смысле симметрии преобразований по классам, дают возможность преобразований. Однако, учитывая отношения (2), для обнаружения удовлетворяющих Определению 1 изоморфизмов, достаточно наблюдать классы всех симметрически эквивалентных преобразований, выраженных произведениями образующих, в котором каждая из образующих участвует не более, чем один раз.

Кроме указанных, для вывода групп простой и кратной антисимметрии применяются следующие утверждения:

**ТЕОРЕМА 3.** *Группы типа  $M^1$  выведены из групп симметрии  $G$ . Все группы типа  $M^m$  при фиксированном  $m$  образуются в одном и том же семействе из групп типа  $M^{m-1} 2 \leq m \leq l$ .*

**ТЕОРЕМА 4.** *Группы симметрии, обладающие изоморфными антисимметрическими характеристиками, порождают одинаковое число групп типа  $M^m$  при каждом  $m, 1 \leq m \leq l$ .*

**СЛЕДСТВИЕ 1.** *Вывод групп простой и кратной антисимметрии типа  $M^m$  возможно свести к выводу всех групп типа  $M^m$ , порождаемых груп-*

нами симметрии, обладающими неизоморфными антисимметрическими характеристиками.

## 2. Вывод групп простой и кратной антисимметрии бордюров

Группы простой и кратной антисимметрии бордюров подробно рассмотрены в статье [8].

Символика типа 0–1, которая будет использована нами, соответствует символике, использованной в статье [8], при замене знака ' индексом  $_1$  (напр.  $m' = m_1$ ), знака \* индексом  $_{10}$  (напр.  $*m = m_{10}$ ) и знака ^ индексом  $_{100}$  (напр.  $\hat{m} = m_{100}$ ) и при замене композиции знаков ', \*, ^ соответствующими индексами (напр.  $*\hat{m} = m_{110}$ ,  $\hat{m}' = m_{101}$  и т.п.).

Перечень групп симметрии бордюров в  $E^2$ , заданных множеством образующих и представлений, причем для каждой из них приведена антисимметрическая характеристика, гласит:

1)  $p1$ , образуемая переносом  $X: \{X\}$  с антисимметрической характеристикой  $\{X\}$

2)  $pg$ , образуемая скользющим отражением  $P: \{P\}$  с антисимметрической характеристикой  $\{P\}$

3)  $p2$ , образуемая переносом  $X$  и центральной симметрией  $T: \{X, T\}$ ,  $T^2 = (TX)^2 = E$  с антисимметрической характеристикой  $\{T, TX\}$ <sup>1</sup>

$p2$ , образуемая центральными симметриями  $T$  и  $T_1: \{T, T_1\}$ ,  $T^2 = T_1^2 = E$  с антисимметрической характеристикой:  $\{T, T_1\}$ .

4)  $p1m$ , образуемая переносом  $X$  и отражением  $R: \{X, R\}$ ,  $R^2 = E$ ,  $XR = RX$  с антисимметрической характеристикой  $\{X\}\{R\}$ .

5)  $pm$ , образуемая переносом  $X$  и отражением  $R_1: \{X, R_1\}$ ,  $R_1^2 = (R_1X)^2 = E$  с антисимметрической характеристикой  $\{R_1, R_1X\}$ .

$pm$ , образуемая отражениями  $R_1, R_2: \{R_1, R_2\}$ ,  $R_1^2 = R_2^2 = E$  с антисимметрической характеристикой  $\{R_1, R_2\}$ .

6)  $pgm$ , образуемая скользющим отражением  $P$  и отражением  $R_1: \{P, R_1\}$ ,  $R_1^2 = (R_1P)^2 = E$  с антисимметрической характеристикой  $\{P\}\{R_1\}$ .

$pgm$ , образуемая отражением  $R_1$  и центральной симметрией  $T: \{R_1, T\}$ ,  $R_1^2 = T^2 = E$  с антисимметрической характеристикой  $\{R_1\}\{T\}$ .

7)  $ptm$ , образуемая переносом  $X$  и отражениями  $R$  и  $R_1: \{X, R, R_1\}$ ,  $R^2 = R_1^2 = (R_1X)^2 = E$ ,  $XR = RX$ ,  $RR_1 = R_1R$  с антисимметрической характеристикой  $\{R\}\{R_1, R_1X\}$ .

$ptm$ , образуемая отражениями  $R, R_1, R_2: \{R, R_1, R_2\}$ ,  $RR_1 = R_1R$ ,  $RR_2 = R_2R$ ,  $R^2 = R_1^2 = R_2^2 = E$  с антисимметрической характеристикой  $\{R\}\{R_1, R_2\}$ .

<sup>1</sup>Вместо полной антисимметрической характеристики возможно использовать ее редуцированный эквивалент. Такой способ применен во всех позволяющих это случаях

Ввиду того, что все отношения, определяющие группы симметрии бордюров, остаются удовлетворенными после замены образующих антиобразующими, критерий существования порождения групп простой и кратной антисимметрии бордюров типа  $M^m$  сводится к условию отделимости всех антитождеств  $m$  независимых родов.

Сообразно Следствию 1 процесс порождения достаточно реализовать для групп  $p1$ ,  $p2$ ,  $pgm$  и  $ptm$ , обладающих неизоморфными антисимметрическими характеристиками.

Самый способ вывода иллюстрирован на примере группы симметрии бордюров  $p2$ :

$$\begin{array}{llll}
 p2 & \{X, T\} & \{T, TX\} & \\
 & \text{Для } l = 1 \text{ группы типа } M^1: & & \\
 (1) & \{e_1 X, T\} & \{e_1 X, e_1 T\} & \{E, e_1\}^2 \\
 (2) & \{X, e_1 T\} & & \{e_1, e_1\} \\
 & \text{Для } l = 2 \text{ группы типа } M^2: & & \\
 & \{e_1 X, T\} & & \\
 (1) & \{e_1 X, e_2 T\} & & \{e_2, e_1 e_2\} \\
 (2) & \{e_1 e_2 X, e_2 T\} & & \{e_1, e_2\} \\
 & \{X, e_1 T\} & & \\
 (3) & \{e_2 X, e_1 T\} & \{e_2 X, e_1, e_2 T\} & \{e_1, e_1 e_2\}
 \end{array}$$

При  $l \geq 3$  группа  $p2$ , сообразно критерию существования (Теорема 1 (б)), не порождает групп кратной антисимметрии типа  $M^m$ ,  $m \geq 3$ .

### 3. Каталог групп простой и кратной антисимметрии бордюров типа $M^m$

Для обозначения простой и кратной антисимметрии бордюров типа  $M^m$  в настоящей работе использован 0–1 вариант Международной символики. Присутствие антитождеств  $i$ -го рода ( $1 \leq i \leq m$ ) в рамках антиобразующих обозначали числом 1 на  $i$ -той позиции, если смотреть с правой стороны.

В результате вывода получены следующие группы простой и кратной антисимметрии бордюров типа  $M^m$ :

(а) группы типа  $M^1$ :

- |            |             |               |               |
|------------|-------------|---------------|---------------|
| 1. $p_11$  | 6. $p1m_1$  | 10. $pg_1m$   | 14. $ptm_1$   |
| 2. $p_12$  | 7. $p11m_1$ | 11. $pgm_1$   | 15. $pt_1m$   |
| 3. $p_21$  | 8. $p1m$    | 12. $pg_1m_1$ | 16. $p_1tm_1$ |
| 4. $pg_1$  | 9. $pt_1$   | 13. $p_1tm$   | 17. $pt_1m_1$ |
| 5. $p_11m$ |             |               |               |

<sup>2</sup>С целью более сокращенного обозначения, в рамках антисимметрических характеристик приведены только антитождества, соответствующие антиобразующим.

(б) группы типа  $M^2$ :

- |                      |                       |                            |                            |
|----------------------|-----------------------|----------------------------|----------------------------|
| 1. $p_1 2_{10}$      | 12. $p_{10} m_1$      | 23. $p_1 m_{10} m_{10}$    | 33. $p_{11} m m_1$         |
| 2. $p_{11} 2_{10}$   | 13. $p g_1 m_{10}$    | 24. $p_{11} m_{10} m_{10}$ | 34. $p_1 m m_{11}$         |
| 3. $p_{10} 2_1$      | 14. $p g_{11} m_{10}$ | 25. $p_{10} m m_1$         | 35. $p_1 m_{10} m_1$       |
| 4. $p_1 1 m_{10}$    | 15. $p g_{10} m_1$    | 26. $p m_{10} m_1$         | 36. $p_{11} m_{10} m_1$    |
| 5. $p_{11} 1 m_{10}$ | 16. $p g_{10} m_{11}$ | 27. $p_{10} m m_{11}$      | 37. $p_1 m_{10} m_{11}$    |
| 6. $p_{10} 1 m_1$    | 17. $p g_{11} m_1$    | 28. $p m_{10} m_{11}$      | 38. $p_{11} m_{10} m_{11}$ |
| 7. $p_{10} 1 m_{11}$ | 18. $p g_1 m_{11}$    | 29. $p_{10} m_1 m$         | 39. $p_{10} m_1 m_1$       |
| 8. $p_{11} 1 m_1$    | 19. $p_1 m m_{10}$    | 30. $p m_1 m_{10}$         | 40. $p m_1 m_{11}$         |
| 9. $p_1 1 m_{11}$    | 20. $p_1 m_{10} m$    | 31. $p_{10} m_1 m_{10}$    | 41. $p m_{11} m_1$         |
| 10. $p_1 m_{10}$     | 21. $p_{11} m m_{10}$ | 32. $p m_{11} m_{10}$      | 42. $p_{10} m_1 m_{11}$    |
| 11. $p_{11} m_{10}$  | 22. $p_{11} m_{10} m$ |                            |                            |

(в) группы типа  $M^3$ :

- |                               |                               |                               |                               |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1. $p_1 m_{100} m_{10}$       | 14. $p_{111} m_{10} m_{100}$  | 27. $p_{10} m_{100} m_{101}$  | 40. $p_{110} m_{101} m_{100}$ |
| 2. $p_{101} m_{100} m_{10}$   | 15. $p_{111} m_{110} m_{100}$ | 28. $p_{110} m_{100} m_{101}$ | 41. $p_{100} m_1 m_{10}$      |
| 3. $p_1 m_{100} m_{110}$      | 16. $p_{111} m_{110} m_{100}$ | 29. $p_{100} m_{10} m_1$      | 42. $p_{100} m_1 m_{110}$     |
| 4. $p_{101} m_{100} m_{110}$  | 17. $p_1 m_{10} m_{110}$      | 30. $p_{100} m_{10} m_{101}$  | 43. $p_{110} m_1 m_{10}$      |
| 5. $p_1 m_{10} m_{100}$       | 18. $p_{101} m_{110} m_{10}$  | 31. $p_{10} m_{100} m_{11}$   | 44. $p_{10} m_1 m_{110}$      |
| 6. $p_{101} m_{10} m_{100}$   | 19. $p_{101} m_{10} m_{110}$  | 32. $p_{110} m_{100} m_{11}$  | 45. $p_{110} m_{101} m_{10}$  |
| 7. $p_1 m_{110} m_{100}$      | 20. $p_{101} m_{110} m_{10}$  | 33. $p_{10} m_{100} m_{111}$  | 46. $p_{10} m_{101} m_{110}$  |
| 8. $p_{101} m_{110} m_{100}$  | 21. $p_{11} m_{10} m_{110}$   | 34. $p_{110} m_{100} m_{111}$ | 47. $p_{100} m_{11} m_{10}$   |
| 9. $p_{11} m_{100} m_{10}$    | 22. $p_{11} m_{110} m_{10}$   | 35. $p_{100} m_{10} m_{11}$   | 48. $p_{100} m_{11} m_{110}$  |
| 10. $p_{111} m_{100} m_{10}$  | 23. $p_{111} m_{10} m_{110}$  | 36. $p_{100} m_{10} m_{111}$  | 49. $p_{11} m_{100} m_1$      |
| 11. $p_{11} m_{100} m_{110}$  | 24. $p_{111} m_{110} m_{10}$  | 37. $p_{10} m_1 m_{100}$      | 50. $p_{111} m_{100} m_1$     |
| 12. $p_{111} m_{100} m_{110}$ | 25. $p_{10} m_{100} m_1$      | 38. $p_{110} m_1 m_{100}$     | 51. $p_{11} m_{100} m_{101}$  |
| 13. $p_{11} m_{10} m_{100}$   | 26. $p_{110} m_{100} m_1$     | 39. $p_{10} m_{101} m_{100}$  | 52. $p_{111} m_{100} m_{101}$ |
| 53. $p_1 m_{100} m_{11}$      | 61. $p_{111} m_{10} m_1$      | 69. $p_{111} m_{10} m_{11}$   | 77. $p_{100} m_1 m_{11}$      |
| 54. $p_{101} m_{100} m_{11}$  | 61. $p_{11} m_{10} m_{101}$   | 70. $p_{11} m_{10} m_{111}$   | 78. $p_{100} m_1 m_{111}$     |
| 55. $p_1 m_{100} m_{111}$     | 63. $p_{11} m_{110} m_1$      | 71. $p_{111} m_{110} m_{11}$  | 79. $p_{100} m_{11} m_1$      |
| 56. $p_{101} m_{100} m_{111}$ | 64. $p_{111} m_{110} m_{101}$ | 72. $p_{11} m_{110} m_{111}$  | 80. $p_{100} m_{11} m_{101}$  |
| 57. $p_{101} m_{10} m_1$      | 65. $p_{101} m_{10} m_{11}$   | 73. $p_{10} m_1 m_{101}$      | 81. $p_{110} m_1 m_{11}$      |
| 58. $p_1 m_{10} m_{101}$      | 66. $p_1 m_{10} m_{111}$      | 74. $p_{10} m_{101} m_1$      | 82. $p_{10} m_1 m_{111}$      |
| 59. $p_{101} m_{110} m_1$     | 67. $p_1 m_{110} m_{11}$      | 75. $p_{110} m_1 m_{101}$     | 83. $p_{10} m_{101} m_{11}$   |
| 60. $p_1 m_{110} m_{101}$     | 68. $p_{101} m_{110} m_{111}$ | 76. $p_{110} m_{101} m_1$     | 84. $p_{110} m_{101} m_{111}$ |

Если  $l \geq 4$ , группы симметрии бордюров, согласно критерию существования (Теорема 1 (б)), не прождают групп кратной симметрии типа  $M^m$ ,  $m \geq 4$ .

#### 4. Мозаики групп простой и кратной антисимметрии бордюров типа $M^m$

Введенная символика групп простой и кратной антисимметрии типа  $M^m$  одновременно позволяет введение высокоэффективного метода визуализации приведенных групп мозаиками, применяя перевод обозначений

антиобразующих с дуальной в десятичную систему, с учетом следствий отношений (2).

На мозаиках групп симметрии типа  $M^1$  числом 0 обозначены части мозаики со знаком +, а числом 1-части мозаики со знаком -. Смысл чисел 0, 1, 2, 3 в рамках мозаик типа  $M^2$  проявляется из схемы [11]. (Рис. 1)

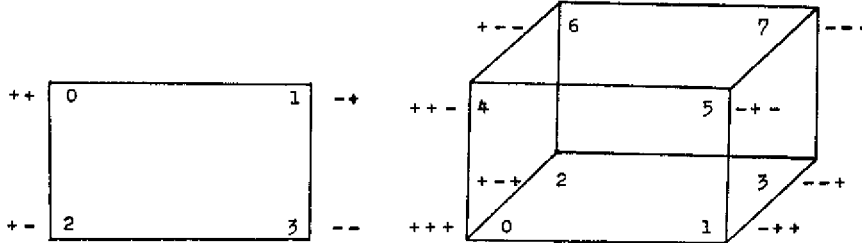


Рис. 1

Рис. 2

Смысл чисел 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 в рамках мозаик групп типа  $M^3$  удобно обнаруживается из схемы<sup>3</sup> (Рис. 2)

Представленные в этом виде мозаики групп простой и кратной антисимметрии бордюров типа получают следующую форму:

(а) мозаики групп типа  $M^1$ :

- |     |   |     |   |
|-----|---|-----|---|
| 1.  | $\frac{// // // // // // //}{ 0 1 0 1 0 1 0 1 }$  | 5.  | $\frac{/0/1/0/1/0/1/0/1/}{\backslash0\backslash1\backslash0\backslash1\backslash0\backslash1\backslash0\backslash1\backslash}$        |
| 2.  | $\frac{/0/1/0/1/0/1/0/1/}{/0/1/0/1/0/1/0/1/}$   | 6.  | $\frac{/0/0/0/0/0/0/0/0/}{\backslash1\backslash1\backslash1\backslash1\backslash1\backslash1\backslash1\backslash}$                   |
| 3.  | $\frac{/0/0/0/0/0/0/0/0/}{/1/1/1/1/1/1/1/1/}$   | 7.  | $\frac{/0/1/0/1/0/1/0/1/}{\backslash1\backslash0\backslash1\backslash0\backslash1\backslash0\backslash1\backslash0\backslash}$        |
| 4.  | $\frac{/0/0/0/0/0/0/0/0/}{\backslash1\backslash1\backslash1\backslash1\backslash1\backslash1\backslash1\backslash}$                   | 8.  | $\uparrow 0 0\uparrow 1 1\uparrow 0 0\uparrow 1 1\uparrow$  |
| 9.  | $\uparrow 0 1\uparrow 0 1\uparrow 0 1\uparrow 0 1\uparrow$  | 14. | $\frac{\uparrow 0 0\uparrow 0 0\uparrow 0 0\uparrow 0 0\uparrow}{\downarrow 1 1\downarrow 1 1\downarrow 1 1\downarrow 1 1\downarrow}$ |
| 10. | $/0 0\backslash 1 1/0 0\backslash$  | 15. | $\frac{\uparrow 0 1\uparrow 0 1\uparrow 0 1\uparrow 0 1\uparrow}{\downarrow 0 1\downarrow 0 1\downarrow 0 1\downarrow 0 1\downarrow}$ |
| 11. | $/0 1\backslash 0 1/0 1\backslash$  | 16. | $\frac{\uparrow 0 0\uparrow 1 1\uparrow 0 0\uparrow 1 1\uparrow}{\downarrow 1 1\downarrow 0 0\downarrow 1 1\downarrow 0 0\downarrow}$ |
| 12. | $/0 1\backslash 1 0/0 1\backslash$  | 17. | $\frac{\uparrow 0 1\uparrow 0 1\uparrow 0 1\uparrow 0 1\uparrow}{\downarrow 1 0\downarrow 1 0\downarrow 1 0\downarrow 1 0\downarrow}$ |
| 13. | $\frac{\uparrow 0 0\uparrow 1 1\uparrow 0 0\uparrow 1 1\uparrow}{\downarrow 0 0\downarrow 1 1\downarrow 0 0\downarrow 1 1\downarrow}$ |     |   |

<sup>3</sup>По идее А. Ф. Палистранта

(б) мозаики групп типа  $M^2$ :

- |     |   |     |   |
|-----|---|-----|---|
| 1.  | $\frac{/0/1/0/1/0/1/0/1/}{/2/3/2/3/2/3/2/3/}$   | 15. | $/0 1\backslash 2 3/0 1\backslash 2 3/0 1\backslash$  |
| 2.  | $\frac{/0/3/0/3/0/3/0/3/}{/2/1/2/1/2/1/2/1/}$   | 16. | $/0 3\backslash 2 1/0 3\backslash 2 1/0 3\backslash$  |
| 3.  | $\frac{/0/2/0/2/0/2/0/2/}{/1/3/1/3/1/3/1/3/}$   | 17. | $/0 1\backslash 3 2/0 1\backslash 3 2/0 1\backslash$  |
| 4.  | $\frac{/0/1/0/1/0/1/0/1/}{/2/3/2/3/2/3/2/3/}$   | 18. | $/0 3\backslash 1 2/0 3\backslash 1 2/0 3\backslash$  |
| 5.  | $\frac{/0/3/0/3/0/3/0/3/}{/2/1/2/1/2/1/2/1/}$   | 19. | $\frac{\uparrow 0 0\uparrow 1 1\uparrow 0 0\uparrow 1 1\uparrow}{\downarrow 2 2\downarrow 3 3\downarrow 2 2\downarrow 3 3\downarrow}$ |
| 6.  | $\frac{/0/2/0/2/0/2/0/2/}{/1/3/1/3/1/3/1/3/}$   | 20. | $\frac{\uparrow 0 2\uparrow 1 3\uparrow 0 2\uparrow 1 3\uparrow}{\downarrow 0 2\downarrow 1 3\downarrow 0 2\downarrow 1 3\downarrow}$ |
| 7.  | $\frac{/0/2/0/2/0/2/0/2/}{/3/1/3/1/3/1/3/1/}$   | 21. | $\frac{\uparrow 0 0\uparrow 3 3\uparrow 0 0\uparrow 3 3\uparrow}{\downarrow 2 2\downarrow 1 1\downarrow 2 2\downarrow 1 1\downarrow}$ |
| 8.  | $\frac{/0/3/0/3/0/3/0/3/}{/1/2/1/2/1/2/1/2/}$   | 22. | $\frac{\uparrow 0 2\uparrow 3 1\uparrow 0 2\uparrow 3 1\uparrow}{\downarrow 0 2\downarrow 3 1\downarrow 0 2\downarrow 3 1\downarrow}$ |
| 9.  | $\frac{/0/1/0/1/0/1/0/1/}{/3/2/3/2/3/2/3/2/}$   | 23. | $\frac{\uparrow 0 2\uparrow 1 3\uparrow 0 2\uparrow 1 3\uparrow}{\downarrow 2 0\downarrow 3 1\downarrow 2 0\downarrow 3 1\downarrow}$ |
| 10. | $\uparrow 0 2\uparrow 1 3\uparrow 0 2\uparrow 1 3\uparrow$  | 24. | $\frac{\uparrow 0 2\uparrow 3 1\uparrow 0 2\uparrow 3 1\uparrow}{\downarrow 2 0\downarrow 1 3\downarrow 2 0\downarrow 1 3\downarrow}$ |
| 11. | $\uparrow 0 2\uparrow 3 1\uparrow 0 2\uparrow 3 1\uparrow$  | 25. | $\frac{\uparrow 0 0\uparrow 2 2\uparrow 0 0\uparrow 2 2\uparrow}{\downarrow 1 1\downarrow 3 3\downarrow 1 1\downarrow 3 3\downarrow}$ |
| 12. | $\uparrow 0 1\uparrow 2 3\uparrow 0 1\uparrow 2 3\uparrow$  | 26. | $\frac{\uparrow 0 2\uparrow 0 2\uparrow 0 2\uparrow 0 2\uparrow}{\downarrow 1 3\downarrow 1 3\downarrow 1 3\downarrow 1 3\downarrow}$ |
| 13. | $/0 2\backslash 1 3/0 2\backslash 1 3/0 2\backslash$  | 27. | $\frac{\uparrow 0 0\uparrow 2 2\uparrow 0 0\uparrow 2 2\uparrow}{\downarrow 3 1\downarrow 3 1\downarrow 3 1\downarrow 3 1\downarrow}$ |
| 14. | $/0 2\backslash 3 1/0 2\backslash 3 1/0 2\backslash$  | 28. | $\frac{\uparrow 0 2\uparrow 0 2\uparrow 0 2\uparrow 0 2\uparrow}{\downarrow 3 1\downarrow 3 1\downarrow 3 1\downarrow 3 1\downarrow}$ |
| 29. | $\frac{\uparrow 0 1\uparrow 2 3\uparrow 0 1\uparrow 2 3\uparrow}{\downarrow 0 1\downarrow 2 3\downarrow 0 1\downarrow 2 3\downarrow}$ | 36. | $\frac{\uparrow 0 2\uparrow 3 1\uparrow 0 2\uparrow 3 1\uparrow}{\downarrow 1 3\downarrow 2 0\downarrow 1 3\downarrow 2 0\downarrow}$ |
| 30. | $\frac{\uparrow 0 1\uparrow 0 1\uparrow 0 1\uparrow 0 1\uparrow}{\downarrow 2 3\downarrow 2 3\downarrow 2 3\downarrow 2 3\downarrow}$ | 37. | $\frac{\uparrow 0 2\uparrow 1 3\uparrow 0 2\uparrow 1 3\uparrow}{\downarrow 3 1\downarrow 2 0\downarrow 3 1\downarrow 2 0\downarrow}$ |
| 31. | $\frac{\uparrow 0 1\uparrow 2 3\uparrow 0 1\uparrow 2 3\uparrow}{\downarrow 2 3\downarrow 0 1\downarrow 2 3\downarrow 0 1\downarrow}$ | 38. | $\frac{\uparrow 0 2\uparrow 3 1\uparrow 0 2\uparrow 3 1\uparrow}{\downarrow 3 1\downarrow 0 2\downarrow 3 1\downarrow 0 2\downarrow}$ |



$$32. \frac{\uparrow 0 | 3 \uparrow 0 | 3 \uparrow 0 | 3 \uparrow 0 | 3 \uparrow}{\downarrow 2 | 1 \downarrow 2 | 1 \downarrow 2 | 1 \downarrow 2 | 1 \downarrow}$$

$$39. \frac{\uparrow 0 | 1 \uparrow 2 | 3 \uparrow 0 | 1 \uparrow 2 | 3 \uparrow}{\downarrow 1 | 0 \downarrow 3 | 2 \downarrow 1 | 0 \downarrow 3 | 2 \downarrow}$$

$$33. \frac{\uparrow 0 | 0 \uparrow 3 | 3 \uparrow 0 | 0 \uparrow 3 | 3 \uparrow}{\downarrow 1 | 1 \downarrow 2 | 2 \downarrow 1 | 1 \downarrow 2 | 2 \downarrow}$$

$$40. \frac{\uparrow 0 | 1 \uparrow 0 | 1 \uparrow 0 | 1 \uparrow 0 | 1 \uparrow}{\downarrow 3 | 2 \downarrow 3 | 2 \downarrow 3 | 2 \downarrow 3 | 2 \downarrow}$$

$$34. \frac{\uparrow 0 | 0 \uparrow 1 | 1 \uparrow 0 | 0 \uparrow 1 | 1 \uparrow}{\downarrow 3 | 3 \downarrow 2 | 2 \downarrow 3 | 3 \downarrow 2 | 2 \downarrow}$$

$$41. \frac{\uparrow 0 | 3 \uparrow 0 | 3 \uparrow 0 | 3 \uparrow 0 | 3 \uparrow}{\downarrow 1 | 2 \downarrow 1 | 2 \downarrow 1 | 2 \downarrow 1 | 2 \downarrow}$$

$$35. \frac{\uparrow 0 | 2 \uparrow 1 | 3 \uparrow 0 | 2 \uparrow 1 | 3 \uparrow}{\downarrow 1 | 3 \downarrow 0 | 2 \downarrow 1 | 3 \downarrow 0 | 2 \downarrow}$$

$$42. \frac{\uparrow 0 | 1 \uparrow 2 | 3 \uparrow 0 | 1 \uparrow 2 | 3 \uparrow}{\downarrow 3 | 2 \downarrow 1 | 0 \downarrow 3 | 2 \downarrow 1 | 0 \downarrow}$$

(в) мозаики групп типа  $M^3$ :

$$1. \frac{\uparrow 0 | 4 \uparrow 1 | 5 \uparrow 0 | 4 \uparrow 1 | 5 \uparrow}{\downarrow 2 | 6 \downarrow 3 | 7 \downarrow 2 | 6 \downarrow 3 | 7 \downarrow}$$

$$13. \frac{\uparrow 0 | 2 \uparrow 3 | 1 \uparrow 0 | 2 \uparrow 3 | 1 \uparrow}{\downarrow 4 | 6 \downarrow 7 | 5 \downarrow 4 | 6 \downarrow 7 | 5 \downarrow}$$

$$2. \frac{\uparrow 0 | 4 \uparrow 5 | 1 \uparrow 0 | 4 \uparrow 5 | 1 \uparrow}{\downarrow 2 | 6 \downarrow 7 | 3 \downarrow 2 | 6 \downarrow 7 | 3 \downarrow}$$

$$14. \frac{\uparrow 0 | 2 \uparrow 7 | 5 \uparrow 0 | 2 \uparrow 7 | 5 \uparrow}{\downarrow 4 | 6 \downarrow 3 | 1 \downarrow 4 | 6 \downarrow 3 | 1 \downarrow}$$

$$3. \frac{\uparrow 0 | 4 \uparrow 1 | 5 \uparrow 0 | 4 \uparrow 1 | 5 \uparrow}{\downarrow 6 | 2 \downarrow 7 | 3 \downarrow 6 | 2 \downarrow 7 | 3 \downarrow}$$

$$15. \frac{\uparrow 0 | 6 \uparrow 3 | 5 \uparrow 0 | 6 \uparrow 3 | 5 \uparrow}{\downarrow 4 | 2 \downarrow 7 | 1 \downarrow 4 | 2 \downarrow 7 | 1 \downarrow}$$

$$4. \frac{\uparrow 0 | 4 \uparrow 5 | 1 \uparrow 0 | 4 \uparrow 5 | 1 \uparrow}{\downarrow 6 | 2 \downarrow 3 | 7 \downarrow 6 | 2 \downarrow 3 | 7 \downarrow}$$

$$16. \frac{\uparrow 0 | 6 \uparrow 7 | 1 \uparrow 0 | 6 \uparrow 7 | 1 \uparrow}{\downarrow 4 | 2 \downarrow 3 | 5 \downarrow 4 | 2 \downarrow 3 | 5 \downarrow}$$

$$5. \frac{\uparrow 0 | 2 \uparrow 1 | 3 \uparrow 0 | 2 \uparrow 1 | 3 \uparrow}{\downarrow 4 | 6 \downarrow 5 | 7 \downarrow 4 | 6 \downarrow 5 | 7 \downarrow}$$

$$17. \frac{\uparrow 0 | 2 \uparrow 1 | 3 \uparrow 0 | 2 \uparrow 1 | 3 \uparrow}{\downarrow 6 | 4 \downarrow 7 | 5 \downarrow 6 | 4 \downarrow 7 | 5 \downarrow}$$

$$6. \frac{\uparrow 0 | 2 \uparrow 5 | 7 \uparrow 0 | 2 \uparrow 5 | 7 \uparrow}{\downarrow 4 | 6 \downarrow 1 | 3 \downarrow 4 | 6 \downarrow 1 | 3 \downarrow}$$

$$18. \frac{\uparrow 0 | 6 \uparrow 1 | 7 \uparrow 0 | 6 \uparrow 1 | 7 \uparrow}{\downarrow 2 | 4 \downarrow 3 | 5 \downarrow 2 | 4 \downarrow 3 | 5 \downarrow}$$

$$7. \frac{\uparrow 0 | 6 \uparrow 1 | 7 \uparrow 0 | 6 \uparrow 1 | 7 \uparrow}{\downarrow 4 | 2 \downarrow 5 | 3 \downarrow 4 | 2 \downarrow 5 | 3 \downarrow}$$

$$19. \frac{\uparrow 0 | 2 \uparrow 5 | 7 \uparrow 0 | 2 \uparrow 5 | 7 \uparrow}{\downarrow 6 | 4 \downarrow 3 | 1 \downarrow 6 | 4 \downarrow 3 | 1 \downarrow}$$

$$9. \frac{\uparrow 0 | 4 \uparrow 3 | 7 \uparrow 0 | 4 \uparrow 3 | 7 \uparrow}{\downarrow 2 | 6 \downarrow 1 | 5 \downarrow 2 | 6 \downarrow 1 | 5 \downarrow}$$

$$21. \frac{\uparrow 0 | 2 \uparrow 3 | 1 \uparrow 0 | 2 \uparrow 3 | 1 \uparrow}{\downarrow 6 | 4 \downarrow 5 | 7 \downarrow 6 | 4 \downarrow 5 | 7 \downarrow}$$

$$10. \frac{\uparrow 0 | 4 \uparrow 7 | 3 \uparrow 0 | 4 \uparrow 7 | 3 \uparrow}{\downarrow 2 | 6 \downarrow 5 | 1 \downarrow 2 | 6 \downarrow 5 | 1 \downarrow}$$

$$22. \frac{\uparrow 0 | 6 \uparrow 3 | 5 \uparrow 0 | 6 \uparrow 3 | 5 \uparrow}{\downarrow 2 | 4 \downarrow 1 | 7 \downarrow 2 | 4 \downarrow 1 | 7 \downarrow}$$

$$11. \frac{\uparrow 0 | 4 \uparrow 3 | 7 \uparrow 0 | 4 \uparrow 3 | 7 \uparrow}{\downarrow 6 | 2 \downarrow 5 | 1 \downarrow 6 | 2 \downarrow 5 | 1 \downarrow}$$

$$23. \frac{\uparrow 0 | 2 \uparrow 7 | 5 \uparrow 0 | 2 \uparrow 7 | 5 \uparrow}{\downarrow 6 | 4 \downarrow 1 | 3 \downarrow 6 | 4 \downarrow 1 | 3 \downarrow}$$

$$12. \frac{\uparrow 0 | 4 \uparrow 7 | 3 \uparrow 0 | 4 \uparrow 7 | 3 \uparrow}{\downarrow 6 | 2 \downarrow 1 | 5 \downarrow 6 | 2 \downarrow 1 | 5 \downarrow}$$

$$24. \frac{\uparrow 0 | 6 \uparrow 7 | 1 \uparrow 0 | 6 \uparrow 7 | 1 \uparrow}{\downarrow 2 | 4 \downarrow 5 | 3 \downarrow 2 | 4 \downarrow 5 | 3 \downarrow}$$

$$25. \frac{\uparrow 0 | 4 \uparrow 2 | 6 \uparrow 0 | 4 \uparrow 2 | 6 \uparrow}{\downarrow 1 | 5 \downarrow 3 | 7 \downarrow 1 | 5 \downarrow 3 | 7 \downarrow}$$

$$44. \frac{\uparrow 0 | 1 \uparrow 2 | 3 \uparrow 0 | 1 \uparrow 2 | 3 \uparrow}{\downarrow 6 | 7 \downarrow 4 | 5 \downarrow 6 | 7 \downarrow 4 | 5 \downarrow}$$

$$26. \frac{\uparrow 0 | 4 \uparrow 6 | 2 \uparrow 0 | 4 \uparrow 6 | 2 \uparrow}{\downarrow 1 | 5 \downarrow 7 | 3 \downarrow 1 | 5 \downarrow 7 | 3 \downarrow}$$

$$45. \frac{\uparrow 0 | 5 \uparrow 6 | 3 \uparrow 0 | 5 \uparrow 6 | 3 \uparrow}{\downarrow 2 | 7 \downarrow 4 | 1 \downarrow 2 | 7 \downarrow 4 | 1 \downarrow}$$



64.	$\frac{\uparrow 0 \mid 6 \uparrow 7 \mid 1 \uparrow 0 \mid 6 \uparrow 7 \mid 1 \uparrow}{\downarrow 5 \mid 3 \downarrow 2 \mid 4 \downarrow 5 \mid 3 \downarrow 2 \mid 4 \downarrow}$	75.	$\frac{\uparrow 0 \mid 1 \uparrow 6 \mid 7 \uparrow 0 \mid 1 \uparrow 6 \mid 7 \uparrow}{\downarrow 5 \mid 4 \downarrow 3 \mid 2 \downarrow 5 \mid 4 \downarrow 3 \mid 2 \downarrow}$
65.	$\frac{\uparrow 0 \mid 2 \uparrow 5 \mid 7 \uparrow 0 \mid 2 \uparrow 5 \mid 7 \uparrow}{\downarrow 3 \mid 1 \downarrow 6 \mid 4 \downarrow 3 \mid 1 \downarrow 6 \mid 4 \downarrow}$	76.	$\frac{\uparrow 0 \mid 5 \uparrow 6 \mid 3 \uparrow 0 \mid 5 \uparrow 6 \mid 3 \uparrow}{\downarrow 1 \mid 4 \downarrow 7 \mid 2 \downarrow 1 \mid 4 \downarrow 7 \mid 2 \downarrow}$
66.	$\frac{\uparrow 0 \mid 2 \uparrow 1 \mid 3 \uparrow 0 \mid 2 \uparrow 1 \mid 3 \uparrow}{\downarrow 7 \mid 5 \downarrow 6 \mid 4 \downarrow 7 \mid 5 \downarrow 6 \mid 4 \downarrow}$	77.	$\frac{\uparrow 0 \mid 1 \uparrow 4 \mid 5 \uparrow 0 \mid 1 \uparrow 4 \mid 5 \uparrow}{\downarrow 3 \mid 2 \downarrow 7 \mid 6 \downarrow 3 \mid 2 \downarrow 7 \mid 6 \downarrow}$
67.	$\frac{\uparrow 0 \mid 6 \uparrow 1 \mid 7 \uparrow 0 \mid 6 \uparrow 1 \mid 7 \uparrow}{\downarrow 3 \mid 5 \downarrow 2 \mid 4 \downarrow 3 \mid 5 \downarrow 2 \mid 4 \downarrow}$	78.	$\frac{\uparrow 0 \mid 1 \uparrow 4 \mid 5 \uparrow 0 \mid 1 \uparrow 4 \mid 5 \uparrow}{\downarrow 7 \mid 6 \downarrow 3 \mid 2 \downarrow 7 \mid 6 \downarrow 3 \mid 2 \downarrow}$
68.	$\frac{\uparrow 0 \mid 6 \uparrow 5 \mid 3 \uparrow 0 \mid 6 \uparrow 5 \mid 3 \uparrow}{\downarrow 7 \mid 1 \downarrow 2 \mid 4 \downarrow 7 \mid 1 \downarrow 2 \mid 4 \downarrow}$	79.	$\frac{\uparrow 0 \mid 3 \uparrow 4 \mid 7 \uparrow 0 \mid 3 \uparrow 4 \mid 7 \uparrow}{\downarrow 1 \mid 2 \downarrow 5 \mid 6 \downarrow 1 \mid 2 \downarrow 5 \mid 6 \downarrow}$
69.	$\frac{\uparrow 0 \mid 2 \uparrow 7 \mid 5 \uparrow 0 \mid 2 \uparrow 7 \mid 5 \uparrow}{\downarrow 3 \mid 1 \downarrow 4 \mid 6 \downarrow 3 \mid 1 \downarrow 4 \mid 6 \downarrow}$	80.	$\frac{\uparrow 0 \mid 3 \uparrow 4 \mid 7 \uparrow 0 \mid 3 \uparrow 4 \mid 7 \uparrow}{\downarrow 5 \mid 6 \downarrow 1 \mid 2 \downarrow 5 \mid 6 \downarrow 1 \mid 2 \downarrow}$
70.	$\frac{\uparrow 0 \mid 2 \uparrow 3 \mid 1 \uparrow 0 \mid 2 \uparrow 3 \mid 1 \uparrow}{\downarrow 7 \mid 5 \downarrow 4 \mid 6 \downarrow 7 \mid 5 \downarrow 4 \mid 6 \downarrow}$	81.	$\frac{\uparrow 0 \mid 1 \uparrow 6 \mid 7 \uparrow 0 \mid 1 \uparrow 6 \mid 7 \uparrow}{\downarrow 3 \mid 2 \downarrow 5 \mid 4 \downarrow 3 \mid 2 \downarrow 5 \mid 4 \downarrow}$
71.	$\frac{\uparrow 0 \mid 6 \uparrow 7 \mid 1 \uparrow 0 \mid 6 \uparrow 7 \mid 1 \uparrow}{\downarrow 3 \mid 5 \downarrow 4 \mid 2 \downarrow 3 \mid 5 \downarrow 4 \mid 2 \downarrow}$	82.	$\frac{\uparrow 0 \mid 1 \uparrow 2 \mid 3 \uparrow 0 \mid 1 \uparrow 2 \mid 3 \uparrow}{\downarrow 7 \mid 6 \downarrow 5 \mid 4 \downarrow 7 \mid 6 \downarrow 5 \mid 4 \downarrow}$
72.	$\frac{\uparrow 0 \mid 6 \uparrow 3 \mid 5 \uparrow 0 \mid 6 \uparrow 3 \mid 5 \uparrow}{\downarrow 7 \mid 1 \downarrow 4 \mid 2 \downarrow 7 \mid 1 \downarrow 4 \mid 2 \downarrow}$	83.	$\frac{\uparrow 0 \mid 5 \uparrow 2 \mid 7 \uparrow 0 \mid 5 \uparrow 2 \mid 7 \uparrow}{\downarrow 3 \mid 6 \downarrow 1 \mid 4 \downarrow 3 \mid 6 \downarrow 1 \mid 4 \downarrow}$
73.	$\frac{\uparrow 0 \mid 1 \uparrow 2 \mid 3 \uparrow 0 \mid 1 \uparrow 2 \mid 3 \uparrow}{\downarrow 5 \mid 4 \downarrow 7 \mid 6 \downarrow 5 \mid 4 \downarrow 7 \mid 6 \downarrow}$	84.	$\frac{\uparrow 0 \mid 5 \uparrow 6 \mid 3 \uparrow 0 \mid 5 \uparrow 6 \mid 3 \uparrow}{\downarrow 7 \mid 2 \downarrow 1 \mid 4 \downarrow 7 \mid 2 \downarrow 1 \mid 4 \downarrow}$

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Н.В. Белов, Т.З. Кунцевич, Н.Н. Неронова, *Шубниковские группы (антисимметрии) для бесконечных лент*, Кристаллография **7.5** (1962), 805–808.
- [2] H.S.M. Coxeter, W.O.J. Moser, *Generators and Relations for Discrete Groups*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1972.
- [3] A. Pabst, *The 179 two-sided, two colored, band groups and their relations*, Zeitschrift für Kristallographie **117** (1962), 128–134.
- [4] A.V. Shubnikow, N.V. Belov et al., *Colored Symmetry*, Pergamon Press, Oxford-London-New York-Paris, 1964.
- [5] А.М. Заморзаев, Э.И. Галярский, А.Ф. Палистрант, *Цветная симметрия, ее обобщения и приложения*, Штиинца, Кишинева, 1978.
- [6] А.М. Заморзаев, А.Ф. Палистрант, *Мозаики для 167 двумерных шубниковских групп (младших трех робов)*, Кристаллография **6.2** (1961), 163–176.
- [7] А.М. Заморзаев, *О группах симметрии и различного рода антисимметрии*, Кристаллография **8.3** (1963), 307–312.
- [8] А.М. Заморзаев, *Теория простой и кратной антисимметрии*, Штиинца, Кишинева, 1976.
- [9] А.Ф. Палистрант, А.В. Заморзаев, *Группы симметрии и различного рода антисимметрии бордюров и лент*, Кристаллография **9.2** (1964), 155–161.
- [10] А.В. Шубников, В.А. Кошчик, *Симметрия в науке и искусстве*, Наука, Москва, 1972.

- [11] А.В. Шубников, *Черно-белые группы бесконечных лент*, Кристаллография **7.2** (1962), 186–191.

Математички институт  
Кнез Михаилова 35  
11000 Београд  
Југославија

(Поступила 20 06 1983)