PUBLICATIONS DE L'INSTITUT MATHEMATIQUE
Nouvelle série, tome 17 (31), 1974, pp. 139–148

ОБ УПРАВЛЕНИИ ОРИЕНТАЦИЕЙ И О СТАБИЛИЗАЦИИ СПУТНИКА РОТОРАМИ В ТОЧКАХ ЛИБРАЦИИ

В. В. Румянцев (СССР)

Рассматривается вопрос об управлении ориентацией спутника-гиростата с центром масс в точках либрации обобщенной ограниченной круговой задачи трех тел с помощью роторов и о стабилизации ориентации. Находятся семейства положений относительного равновесия для трехосного спутника и семейства установившихся движений для осесимметричного спутника. Даются достаточные условия устойчивости ориентации спутника в предположении, что его центр масс остается все время в точках либрации. Показано, что с помощью роторов существенно расширяется класс стационарных решений уравнений движения спутника и возможности осуществления управления ориентацией и стабилизацией.

1. Рассмотрим движение спутника под действием сил ньютоновского притяжения к двум материальным точкам или телам со сферическими распределениями масс, движущимся одно относительно другого по окружностям радиуса a. Масса спутника m предполагается пренебрежимо малой по сравнению с массами m_1 и m_2 двух других тел: $m_1 \geqslant m_2 \gg m$. Спутник будем моделировать гиростатом, т.е. твердым телом, с которым неизменно связана ось вращения статически и динамически уравновешенного осесимметричного ротора.

Центар O_1 масс m_1 и m_2 примем за начало равномерно вращающейся с угловой скоростью Ω вокруг оси z системы координат O_1xyz, ось x которой проходит через центры M_1 и M_2 масс m_1 и m_2, причем

$$\Omega = \left(\frac{\mu_1 + \mu_2}{a^3}\right)^{\frac{1}{2}}, \qquad \mu = fm_i$$

где f — постоянная тяготения, Координаты точек M_1 и M_2 по оси x суть

$$x_1 = \frac{m_2 a}{m_1 + m_2}, \quad x_2 = -\frac{m_1 a}{m_1 + m_2}$$

Главные центральные оси инерции спутник примем за оси системы координат $O\,x_1\,x_2\,x_3$. Положение спутника в системе координат $O_1\,xyz$ будем определять координатами x, y, z его центра масс O, углами Эйлера θ, ψ, φ, вводимыми обычным образом [1]. и углом χ поворота ротора относительно корпуса спутника.

Уравнения движения спутника запишем в форме уравнений Лагранжа

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial L}{\partial q_j} = Q_j \qquad (j = 1, \ldots, 7) \tag{1.1}$$

принимая за обобщенные координаты q_j переменные $x, y, z, \theta, \psi, \varphi, \chi$; Q_j — обобщенные непотенциальные силы.

Функция Лагранжа для спутника-гиростата имеет вид

$$L=\frac{m}{2}[(\dot x-\Omega y)^2+(\dot y+\Omega x)^2+\dot z^2]+$$

$$+\frac{1}{2}\{[(A_1\sin^2\varphi+A_2\cos^2\varphi)\sin^2\theta+A_3\cos^2\theta](\dot\psi+\Omega)^2+2(A_1-A_2)\dot\theta(\dot\psi+$$

(1.2)

$$+\Omega)\sin\theta\sin\varphi\cos\varphi+(A_1\cos^2\varphi+A_2\sin^2\varphi)\dot\theta^2+A_3[\dot\varphi^2+2\dot\varphi(\dot\psi+$$

$$+\Omega)\cos\theta]\}+(\dot\psi+\Omega)[(k_1\sin\varphi+k_2\cos\varphi)\sin\theta+k_3\cos\theta]+$$

$$+\dot\theta(k_1\cos\varphi-k_2\sin\varphi)+\dot\varphi k_3+\frac{1}{2}J\dot\chi^2+U_1+U_2,$$

где A_i $(i=1, 2, 3)$ и J — главные централные моменты инерции гиростата и осевой момент инерции ротора, соответственно, k_s — проекции на оси x_s гиростатического момента $\boldsymbol{k}=J\dot\chi\,\boldsymbol{l}^\circ$ ротора, $\boldsymbol{l}^\circ(l_1, l_2, l_3)$ — единичный вектор направления оси ротора, U_i — силовая функция сил ньютоновского притяжения спутника точкой M_i.

Считая характерный размер l спутника много меньшим расстояний

$$r_i=[(x-x_i)^2+y^2+z^2]^{\frac{1}{2}} \qquad (i=1,2) \tag{1.3}$$

между точкой O и точками M_1 и M_2 $(l\ll r_i)$ и пренебрегая членами порядка $\left(\frac{l}{r}\right)^3$ и выше, примем приближенные выражения для силових функций [1]

$$U_i=\frac{\mu_i m}{r_i}-\frac{3}{2}\frac{\mu_i}{r_i^3}\left(A_1\gamma_{i1}{}^2+A_2\gamma_{i2}{}^2+A_3\gamma_{i3}{}^2-\frac{A_1+A_2+A_3}{3}\right) \tag{1.4}$$

где

$$\gamma_{is}=\frac{1}{r_i}[(x-x_i)\alpha_s+y\beta_s+z\gamma_s] \qquad (i=1, 2;\ s=1, 2, 3) \tag{1.5}$$

обозначают косинусы углов между осями x_s и радиус-вектором r_i точки M_i относительно точки O, а α_s, β_s γ_s — косинусы углов между осью x_s и осями x, y, z, соответственно, которые выражаются известными формулами [1] через углы Эйлера.

Уравнения (1.1) представляют собою уравнения центра масс спутника $(j=1, 2, 3)$ уравнения движения корпуса гиростата относительно центра масс $(j=4, 5, 6)$ и уравнение движения ротора относительно корпуса $(j=7)$

$$\frac{d}{dt}J[\dot\chi+(\dot\psi+\Omega)(l_1\gamma_1+l_2\gamma_2 l_3\gamma_3)+\dot\theta(l_1\cos\varphi-l_2\sin\varphi)+\dot\varphi l_3]=Q_7 \tag{1.6}$$

Из уравнений (1.1) при учете (1.2) видно, что ориентация спутника влияет на движение его центра масс, и наоборот, однако, взаимные влияния движения центра масс и движения около центра масс малы.

В дальнейшем обобщенные непотенциальные силы Q_j для невоузмущенного движения будем считать равными нулю для $j=1,\ldots 6$. Относительно момента Q_7 сил, приложенных к ротору, будем предполагать, что или: 1) этот момент обеспечивает постоянство относительной угловой скорости вращения ротора

$$\dot{\chi}=\dot{\chi}_0 \tag{1.7}$$

и в этом случае проекции k_s гиростатического момента будут постоянными, или 2) $Q_7=0$ и тогда уравнение (1.6) имеет интеграл

$$J\,[\dot{\chi}+(\dot{\psi}+\Omega)(l_1\gamma_1+l_2\gamma_2+l_3\gamma_3)+\dot{\theta}\,(l_1\cos\varphi-l_2\sin\varphi)+\dot{\varphi}\,l_3]=C \tag{1.8}$$

или 3) момент Q_7 являетя непрерывной произвольной заданной функцией времени

$$Q_7=Q_7(t). \tag{1.9}$$

В этом случае проекции k_s гиростатического момента будут некоторыми функциями времени $k_s(t)$, определяемыми интегрированием уравнения (1.6).

В случае (1.7) величина $\dot{\chi}_0$ в функции Лагража (1.2) играет роль постоянного параметра. При этом уравнения (1.1) для $j=1,\ldots,6$ допускают интеграл энергии

$$L_2-L_0=\mathrm{const}$$

где L_2 — квадратичная относительно $\dot{q}_j$ $(j=1,\ldots,6)$ часть функции Лагранжа

$$\begin{aligned} L_0(x,y,z,\theta,\psi,\varphi,\dot{\chi}_0)=&\frac{1}{2}(A_1\gamma_1{}^2+A_2\gamma_2{}^2+A_3\gamma_3{}^2)\,\Omega^2+\Omega\,(k_1\gamma_1+\\ &+k_2\gamma_2+k_2\gamma_3)+\frac{1}{2}\,\Omega^2 m\,(x^2+y^2)+U_1+U_2. \end{aligned} \tag{1.10}$$

В случае $Q_7=0$ переменная χ является циклической координатой. Игнорируя ее, введем в рассмотрение функцию Рауса

$$R(x,y,z,\theta,\psi,\varphi,\dot{x},\dot{y},\dot{z},\dot{\theta},\dot{\psi},\dot{\varphi},c)=L-\dot{\chi}\,c$$

в которой величина c играет роль параметра, и запишем уравнения движения спутника в виде уравнений Рауса вида (1.1) для $j=1,\ldots,6$ с заменой L на R. При $Q_j=0$ эти уравнения допускают интеграл энергии

$$R_2-R_0=\mathrm{const} \tag{1.11}$$

где

$$R_0(x, y, z, \theta, \psi, \varphi, c) = \frac{1}{2}(A_1\gamma_1{}^2 + A_2\gamma_2{}^2 + A_3\gamma_3{}^2)\Omega^2 + \Omega c(l_1\gamma +$$
$$(1.12) \qquad + l_2\gamma_2 + l_3\gamma_3) - \frac{1}{2}J\Omega^2(l_1\gamma_2 + l_2\gamma_2 + l_3\gamma_3)^2 + \frac{1}{2}\Omega^2 m(x^2+y^2) + U_1 + U_2.$$

После интегрирования уравнений Рауса циклическая координата χ найдется из (1.8) квадратурой.

В случае (1.9) уравнения (1.1) допускают интеграл энергии лишь в случае динамически-симметричного гиростата, причем гиростатический момент коллинеарен оси динамической симетрии. В самом деле, пусть

$$(1.13) \qquad A_1 = A_2, \quad k_1 = k_2 = 0, \quad k_3 = k(t).$$

При условиях (1.13) координата φ является циклической кординатой, которой отвечает первый интеграл

$$\frac{\partial L}{\partial \dot\varphi} = A_3[\dot\varphi + (\dot\psi + \Omega)\cos\theta] + k = G = \text{const}$$

из которого находим

$$(1.14) \qquad \dot\varphi = \frac{G-k}{A_3} - (\dot\psi + \Omega)\cos\theta.$$

Исключая помощью (1.14) величину $\dot\varphi$ из уравнений (1.1), легко видеть, что для $i = 1, \dots, 5$ они сохранят свой вид (1.1) с заменой L на фунцию Рауса

$$\tilde R = L - \dot\varphi G = \frac{1}{2}[(\dot x - \Omega y)^2 + (\dot y + \Omega x)^2 + \dot z^2] + \frac{1}{2}A_1[\dot\theta^2 + (\dot\psi + \Omega)^2\sin^2\theta] +$$
$$(1.15) \qquad + (\dot\psi + \Omega)G\cos\theta + U_1 + U_2.$$

Так как функция (1.15) не зависит явно от времени, эти уравнения имеют интеграл энергии вида (1.11), где

$$\tilde R_0(x, y, z, \theta, \psi, G) = \frac{1}{2}\Omega^2(x^2+y^2) + \frac{1}{2}A\Omega^2\sin^2\theta +$$
$$(1.16) \qquad + \Omega G\cos\theta + U_1 + U_2.$$

После исключения величины $\dot\varphi$ уравнение (1.6) примет вид уравнения

$$(1.17) \qquad J\frac{A_3 - J}{A_3}\ddot\chi = Q_7$$

интегрирование которого определяет величину $k(t) = J\dot\chi$.

2. Найдем некоторые стационарные решения уравнений движения гиростата.

Сначала рассмотрим для трехосного спутника случай (1.7), когда $k_s = \text{const}$. Условия стационарности функции (1.10)

$$\frac{\partial L_0}{\partial x} = \frac{\partial L_0}{\partial y} = \frac{\partial L_0}{\partial z} = 0, \qquad \frac{\partial L_0}{\partial \theta} = \frac{\partial L_0}{\partial \psi} = \frac{\partial L_0}{\partial \varphi} = 0 \tag{2.1}$$

представляют собою уравнения относительного равновесия корпуса спутника-гиростата.

Ограничимся расмотрением решений, для которых центр масс спутника расположен в одной из трех прямолинейных точек либрации при

$$y = z = 0 \tag{2.2}$$

или в одной из двух треугольных точек либрации при

$$z = 0, \quad r_1 = r_2 = r, \quad y = \pm\left(r^2 - \frac{a^4}{4}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad x_i^2 = \frac{a^2}{4}. \tag{2.3}$$

Нетрудно видеть [2], что при условиях (2.2) вторая группа уравнений (2.1) допускает следующие два семейства решений:

$$\theta = \psi = \varphi = \frac{\pi}{2} \tag{2.4}$$

если выполнены условия

$$k_2 = k_3 = 0; \tag{2.5}$$

$$\theta = \theta_0, \quad \psi = \pi, \quad \varphi = \frac{\pi}{2} \tag{2.6}$$

если выполнены условия

$$k_2 = 0, \quad (A_1 - A_3)\,\Omega^2 \sin\theta_0 \cos\theta_0 = \Omega\,(k_3 \sin\theta_0 - k_1 \cos\theta_0) \tag{2.7}$$

Для решения (2.4) косинусы углов между осями систем координат $O_1 xyz$ и $O x_1 x_2 x_3$ суть

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 = \beta_3 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0, \quad \alpha_3 = \gamma_1 = -\beta_2 = 1 \tag{2.8}$$

то есть оси x_s коллинеарны осям z, y, x соотвественно.

Для решений (2.6) косинусы углов

$$\alpha_1 = \alpha_3 = \beta_2 = \gamma_2 = 0, \quad \alpha_2 = 1, \quad \gamma_3 = -\beta_1 = \cos\theta_0, \quad \beta_3 = \gamma_1 = \sin\theta_0 \tag{2.9}$$

то есть ось x_2 коллинеарна оси x, а оси x_3 и x_1 расположены в плоскости, паралллельной yz, причем x_3 образует с осью z угол θ_0.

Условия (2.5) означают, что в положении равновесия ось ротора должна быть параллельна осям x_1 и z; условия (2.7) позволяют по заданному значению θ_0 определить отношение между постоянными k_1 и k_3, обеспечивающимн заданную ориентацию спутника, при этом ось ротора должна быть ортогональной осям x_2 и x.

Для значений (2.2) и (2.4) или (2.6) второе и третье из уравнений первой группы (2.1) удовлетворяются тождественно, а первое служит для определения координат $x=x_0$ трех прямолинейных точек либрации.

При условиях (2.3) вторая группа уравнений (2.1) также допскает два семейства решений для трехосного спутника, но лишь в случае одинаковых масс $m_1=m_2$ тел M_1 и M_2, когда

$$\mu_1=\mu_2=\mu, \quad x=0. \tag{2.10}$$

Решениями второй группы уравнений (2.1) при условиях (2.3), (2.10) будет решение (2.4), если выполнены условия (2.5), и решение

$$\theta=\frac{\pi}{2}, \quad \psi=\pi, \quad \varphi=\varphi_0 \tag{2.11}$$

если выполнены условия

$$\begin{gathered} k_3=0, \quad (A_1-A_2)\left[\Omega^2+3\sum_{i=1}^{2}\frac{\mu_i x_i^2}{r^5}\right]\sin\varphi_0\cos\varphi_0= \\ =\Omega(k_2\sin\varphi_0-k_1\cos\varphi_0). \end{gathered} \tag{2.12}$$

Для решения (2.11) косинусы углов

$$\alpha_3=\beta_1=\beta_2=\gamma_3=0, \quad \beta_3=1, \quad \alpha_2=\gamma_1=\sin\varphi_0, \quad \gamma_2=-\alpha_1=\cos\varphi_0 \tag{2.13}$$

то есть ось x_3 коллинеарна оси y, а оси x_1 и x_2 расположены в плоскости, параллельной xx, причем ось x_2 образует угол φ_0 с осью z.

Условия (2.12) позволяют по заданному значению φ_0 определить отношение между постоянными k_1 и k_2, обеспечивающими заданную ориентацию спутника, при этом ось ротора должна бить ортогональной осям x_3 и y.

Для значений (2.3), (2.10) и (2.4) или (2.11) первое и третье из уравнений первой группы уравнений (2.1) удовлетворяются тождественно, а второе служит для определения величины r, которая оказывается не равной a при $A_s\neq 0$ $(s=1, 2, 3)$.

Отметим, что решения (2.6) и (2.11) представляют геометрически аналогичные ориентации трехосного спутника в орбитальной системе координат: в обоих решениях одна из главных осей инерции спутника направлена по радиусу-вектору орбиты, а две другие расположены произвольним образом в плоскости, ортогональной радиусу-вектору.

В случае, когда гиростатический момент $k=0$, существует лишь решение вида (2.4), то есть наличие ротора расширяет семейство решений уравнений относительного равновесия.

Рассмотрим кратко случай, когда имеет место первый интеграл (1.8). Уравнения равновесия в этом случае имеют вид условий стационарности функции (1.12)

$$\frac{\partial R_0}{\partial x}=\frac{\partial R_0}{\partial y}=\frac{\partial R_0}{\partial z}=0, \quad \frac{\partial R_0}{\partial \theta}=\frac{\partial R_0}{\partial \psi}=\frac{\partial R_0}{\partial \varphi}=0 \tag{2.14}$$

Так как в относительном равновесии корпуса, когда $\dot\theta=\dot\psi=\dot\varphi=0$, ротор вращается с постоянной угловой скоростью $\dot\chi=\dot\chi_0$, причем $c=J(\dot\chi_0+\Omega\sum_s l_s\gamma_s)$, то нетрудно убедится, что при одинаковых $\dot\chi_0$ уравнения (2.14) совпадают с уравнениями (2.1).

Рассмотрим, наконец, случай (1.9) при условиях (1.13). Условия стационарности функции (1.16)

$$\frac{\partial\tilde R_0}{\partial x}=\frac{\partial\tilde R_0}{\partial y}=\frac{\partial\tilde R_0}{\partial z}=0,\quad \frac{\partial\tilde R_0}{\partial\theta}=\frac{\partial\tilde R_0}{\partial\psi}=0 \tag{2.15}$$

служат для определения позиционных координат корпуса осесимметричного спутника в его стационарных движениях.

При условиях (2.2) или (2.3) вторая группа уравнений (2.15) допускает три семейства решений [3,4]

$$\theta=\theta_0,\quad \sin\theta_0=0 \tag{2.16}$$

$$\theta=\theta_0,\quad \cos\theta_0=\frac{G}{A\,\Omega},\quad \psi=\psi_0,\quad \sin\psi_0=0 \tag{2.17}$$

$$\theta=\theta_0,\quad \cos\theta_0=0,\quad \psi=\psi_0,\quad \cos\psi_0=0 \tag{2.18}$$

Ось симметрии x_3 для решения (2.16) коллинеарна нормали z к плоскости орбиты, для решения (2.17) — ортогональна оси x и расположена в плоскости, параллельной yz, образуя угол θ_0 с осью z, для решения (2.18) — коллинеарна оси x.

Для прямолинейных точек либрации решения (2.16) — (2.17) существуют при произвольных значениях параметра G, за исключением решения (2 17), которого значения G по модулю не должни превосходить величины $A\,\Omega$; решение (2.18) существует лишь при $G=0$. Координаты x_0 прямолинейных точек либрации определяются первым из уравнений первой группы уравнений (2.15), а два других удовлетворяются тождественно.

Для треугольных точек либрации решения (2.16) существуют при любых значениях масс $m_1\geqslant m_2$ и при произвольных значениях параметра G, а решения вида (2.17) и (2.18) лишь при условиях (2.10) и $G=0$. Величина $r\neq a$ определяется вторым из уравнений первой группы (2.15), а два других удовлетворяются тождественно.

Угловая скорость $\dot\varphi$ собственного вращения гиростата определяется по формуле (1.14); за счет выбора $k=k(t)$ величина $\dot\varphi$ может быть выбрана по желению.

Если $k=0$, то уравнения (2.15) также допускают решения (2.16)—(2.18), но $\dot\varphi$ может быть лишь постоянной величиной.

3. Исследуем истойчивость ориентации спутника, когда его центр масс остается все время в одной из точек либрации. Для выполнения этого условия к центру масс необходимо приложить управляющие силы [5] Q_i ($i=1, 2, 3$), легко определяемые по первым трем уравнениям (1.1), которые бы компенсировали возмущения от изменений ориентации. При действии таких сил уравнения (1.1) для $i=1, 2, 3$ будут допускать решения

$x=x_0$, $y=y_0$, $z=0$, сооствестствующие координатам точек либрации. При этом условии уравнения (1.1) для $i=4, 5, 6$ допускают обобщенный интеграл энергии

$$T_2+W=\text{const}$$

где T_2 — знакоопределенная квадратичная форма производных от углов Эйлера, а измененная потенциальная энергия

$$W(\theta, \psi, \varphi, \dot{\chi}_0)=-L_0(x_0, y_0, 0, \theta, \psi, \varphi, \dot{\chi}_0) \tag{3.1}$$

в случае (1.7), или

$$W(\theta, \psi, \varphi, c)=-R_0(x_0, y_0, 0, \theta, \psi, \varphi, c) \tag{3.2}$$

в случае (1.8), или

$$W(\theta, \psi, G)=-\hat{R}_0(x_0, y_0, \theta, \psi, G) \tag{3.3}$$

в случае (1.9) и (1.13).

Согласно теореме Лагранжа (Рауса) равновесие (стационарное движение) трехосного (осесимметричного) спутника будет устойчивым по отношению к переменным $\theta, \psi, \varphi, \dot{\theta}, \dot{\psi}, \dot{\varphi}$ ($\theta, \psi, \dot{\theta}, \dot{\psi}, \dot{\varphi}$), если для него функция W имеет изолированний минимум. Достаточные условия устойчивости получим из определенной положительности второй вариации $\delta^2 W$ в окрестности положения равновесия.

Нетрудно показать [2,4], что достаточные условия устойчивости ориентации спутника-гиростата при условии (1.7) имеют следующий вид:

в прямолинейных точках либрации

для решений (2.4)

$$A_1+\frac{k_1}{\Omega}>A_2>A_3,\quad (A_1-A_3)\left[\Omega^2+3\sum\frac{\mu_i}{r_i^5}(x_0-x_i)^2\right]+\Omega k_1>0, \tag{3.4}$$

для решений (2.6)

$$A_1+\frac{k_1}{\Omega\sin^3\theta_0}>A_3,\quad A_1\cos^2\theta_0+A_3\sin^2\theta_0>A_2,$$

$$(A_1\cos^2\theta_0+A_3\sin^2\theta_0-A_2)\left(A_1-A_2+\frac{k_1}{\Omega\sin\theta_0}\right)\Omega^2+ \tag{3.5}$$

$$+3(A_1-A_2)(A_3-A_2)\sum_{i=1}^{2}\frac{\mu_i}{r_i^5}(x_0-x_i)^2>0,$$

в треугольных точках либрации

для решений (2.4)

$$A_1-A_2)\left(\Omega^2+3y_0^2\sum_{i=1}^{2}\frac{\mu_i}{r^5}\right)+\Omega k_1>0,\quad A_3>A_2,$$

(3.6)

$$(A_1-A_3)\left(\Omega^2+3\sum_{i=1}^{2}\frac{\mu_i}{r^5}x_i^2\right)+\Omega k_1>0,$$

для решений (2.11)

$$A_1 \cos^2 \varphi_0 + A \sin^2 \varphi_0 > A_3, \quad (A_1 - A_2)\left(\Omega^2 + 3\sum_{i=1}^{2} \frac{\mu_i}{r^5} x_i^2\right) + \Omega \frac{k_1}{\sin^3 \varphi_0} > 0,$$

$$(A_1 \cos^2 \varphi_0 + A_2 \sin^2 \varphi_0 - A_3)\left(A_1 - A_3 + \frac{k_1}{\Omega \sin \varphi_0}\right)\Omega^2 + \tag{3.7}$$

$$+ 3\,(A_1 - A_3) \sum_{i=1}^{2} \frac{\mu_i}{r^5} [(A_1 - A_2)\, x_i^2 \cos^2 \varphi_0 + (A_2 - A_3)\, y_0^2] > 0.$$

В частном случае $k = 0$ условия (3.4) и (3.6) принимают, соответственно, вид

$$A_1 > A_2 > A_3 \quad \text{и} \quad A_1 > A_3 > A_2. \tag{3.8}$$

Условия (3.8) означают, что для устойчивости ориентации относительного равновесия твердого тела в задаче трех тел достаточно, как и в задаче двух тел, чтобы большая ось центрального эллипсоида инерции тела была направлена по радиусу-вектору круговой орбиты, средняя ось — по касательной, малая ось — по нормали к плоскости орбиты.

В случае (1.8) достаточные условия устойчивости ориентации гиростата будут, вообще говоря, несколько шире соответствующих условий устойчивости в случае (1.7). Так, например, для решений (2.4), когда в положении равновесия ротор не вращается, а его ось имеет произвольное направление в корпусе ($\dot{\chi}_0 = 0$, $c = J\Omega l_1$), достаточные условия устойчивости в случае (1,8) имеют вид: для прямолинейных точек либрации:

$$A_1 > A_2 - J, \quad A_1 > A_3, \quad A_2 > A_3,$$

для треугольных точек либрации:

$$(A_1 - A_3)\left(\Omega^2 + 3\sum_{i=1}^{2} \frac{\mu_i}{r^5} (x_0 - x_i)^2\right) + J\Omega^2 > 0, \quad A_1 > A_2, \quad A_3 > A_2.$$

Достаточные условия устойчивости ориентации осесимметричного спутника-гиростата имеют следущий вид [4]:

в прямолинейных точках либрации

для решения (2.16)

$$(G - A_1 \Omega)\,\Omega > 0, \quad (G - A_1 \Omega)\,\Omega + 3\,(A_3 - A_1) \sum_{i=1}^{2} \frac{\mu_i}{r_i^3} > 0, \tag{3.9}$$

для решения (2.17)

$$A_3 > A_1, \quad |G| < A_1 \Omega, \tag{3.10}$$

для решения (2.18)

$$A_1 > A_3, \quad A_1 \Omega^2 - 3\,(A_3 - A_1) \sum_{i=1}^{2} \frac{\mu_i}{r_i^3} > 0, \tag{3.11}$$

в треугольных точках либрации

для решения (2.16)

$$(G - A, \Omega)\,\Omega + 3\,(A_3 - A_1)\,\Omega^2 \frac{y_0{}^2 a^3}{r^5} > 0,$$

(3.12)
$$\left[(G - A_1\,\Omega)\,\Omega + 3\,(A_3 - A_1)\,\Omega^2 \left(\frac{a}{r}\right)^3\right](G - A_1\,\Omega)\,\Omega +$$
$$+ 9\,(A_3 - A_1)^2 \frac{a^2 y_0{}^2}{r^{10}} \mu_1 \mu_2 > 0,$$

для решений (2.17)

(3.13)
$$A_1\,\Omega^2 - 6\,(A_3 - A_1)\frac{\mu y_0{}^2}{r^5} > 0, \quad A_1 > A_3,$$

для решений (2.18)

(3.14)
$$A_1\,\Omega^2 - 6\,(A_3 - A_1)\frac{\mu x_1{}^2}{r^5} > 0, \quad A_3 > A_1.$$

При изменении знака на противоположный в одном или нескольких из неравенств каждой группы условий (3.4)—(3.14) соответствующее движение будет неустойчивым, если степень неустойчивости является при этем нечетной.

Условия (3.4)—(3.14) показывают, что гиростатический момент может играть как стабилизирующую, так и дестабилизирующую роли.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Румянцев В. В., *Об устоычивости стационарных движений спутников*, М., Изд-во ВЦ АН СССР, 1967.

[2] Румянцев В. В., *Об устойчивости ориентации спутника-гиростата в равновесных положениях в точках либрации* (в печати).

[3] Кондурарь В. Т., Шинкарик Т. К., *О точках либрации в ограниченной обобщенной задаче трех тел*, Бюллетень Института теоретической астрономии, т. XIII, № 2 (145), 1972.

[4] Румянцев В. В., *Об устойчивости ориентации динамически-симметричного спутника в точках либрации*, МТТ, № 2, 1974.

[5] Kane T. R., Marsch E. L., *Attitude Stability of a Symmetric Satellite at the Equilibrium Points in the Restricted Three — Body Problem.* Celestial Mechanics, N4, 1974.

Москва — 117333
ул. Вавилова 40
Вычислительнный центр АН СССР