PUBLICATIONS DE L'INSTITUT MATHÉMATIQUE
Nouvelle série, tome 11 (25), 1971, pp. 17—18

# ZUR THEORIE DER SCHLICHTEN ABBILDUNGEN

*Pavel Todorov*

(Eingegangen: 10. Juni 1968)

Der Zweck der vorliegenden Mitteilung ist folgender Vorschlag:

**Prinzip für eine schlichte Fortsetzung.** — *Möge die Funktion $f(z)$ im Gebiet $G$ in der erweiterten Ebene holomorph und im geschlossenen Gebiet $\bar{g} \subset G$ schlicht sein, wobei die Grenze von $\bar{g}$ nicht $\infty$ enthält und auf ihr sich $f'(z) \neq 0$ erfüllt. Dann besteht ein Gebiet $G_1$, $\bar{g} \subset G_1 \subset G$, in welchem die Funktion $f(z)$ schlicht ist.*

B e w e i s. — Es wird das Prinzip aus der Zulassung des Gegenteiligen festgestellt, indem angenommen wird, dass es bei den gegebenen Bedingungen kein solches Gebiet $G_1$ gibt. Man bilde eine Folge ineinander gelegter geschlossener Gebiete $\bar{g}_n \subset G$, $n=1, 2, \ldots$, $\bar{g}_1 \supset \bar{g}_2 \supset \cdots \supset \bar{g}_n \supset \cdots \supset \bar{g}$, welche zu $\bar{g}$ konvergiert, d. h. $\lim\limits_{n \to \infty} \bar{g}_n = \bar{g}$. Dann wird man gemäss der Zulassung in jedem Gebiet $\bar{g}_n$, $n=1, 2, \ldots$, immer ein Punktepaar $z_1^{(n)}$, $z_2^{(n)}$ haben, so dass $z_1^{(n)} \neq z_2^{(n)}$ und $f(z_1^{(n)}) = f(z_2^{(n)})$ sind.

Möge $\{z_j^{(nk)}\}$ eine konvergente Teilfolge sein, d.h. $\lim\limits_{k \to \infty} z_j^{(nk)} = z_j^*$ $(j=1, 2)$. Da $\lim\limits_{k \to \infty} \bar{g}_{n_k} = \bar{g}$ ist, so ist $z_j^*$ der Punkt von $\bar{g}$. Wegen der Stetigkeit von $f(z)$ schliesst man, dass die Folge $\{f(z_j^{(nk)})\}$ zu $f(z_1^*) = f(z_2^*)$ konvergiert, woraus aus der gültigen Schlichtheit von $f(z)$ in $\bar{g}$ folgt, dass man $z_1^* = z_2^*$ haben muss. Folglich liegen in jeder Umgebung von $z_1^*$, beginnend von irgendeinem $k$, die Punktepaare $z_1^{(nk)}$, $z_2^{(nk)}$, so dass $z_1^{(nk)} \neq z_2^{(nk)}$ und $f(z_1^{(nk)}) = f(z_2^{(nk)})$ sind. Bei der gemachten Annahme für die Schlichtheit von $f(z)$ kann der Punkt $z_1^*$ nicht im Innern von $\bar{g}$ liegen. Doch kann $z_1^*$ auch nicht an der Grenze von $\bar{g}$ liegen, da aus der Annahme $f'(z_1^*) \neq 0$ gleichfalls folgt, dass $f(z)$ schlicht in irgendeiner Umgebung von $z_1^*$ ist.

Der erhaltene Widerspruch stellt das Prinzip fest. Es sei erwähnt, dass wenn $\bar{g}$ streng im Innern von $G$ ist, so folgt aus dem Beweis, dass $G_1$ in seinem Innern vollständig $\bar{g}$ enthält. Dieses Prinzip ist im speziellen Fall für Kreisgebiete in die Arbeiten [1], [2], [3] eingeführt, wo es als ein Kriterium für einen maximalen Schlichtheitskreis ausgenutzt ist.

## LITERATURVERZEICHNIS

[1] P. Todorov, *Über den Radius des Schlichtheitskreises einer Klasse meromorpher Funktionen*, Bulletin Cl. Sci., 5e Série, Tome LI, 8, 1965 (Acad. royale Belgique).

[2] P. Todorov, *The poles and the radius of circular univalence in the meromorphic class ø*, Dokl. Akad. Nauk SSSR, 168, No. 3 (1966) = Soviet Math. Dokl., 7 (1966), 693—695.

[3] П. Тодоров, *К теории однолистных отображений посредством меромофного класса ∅*, Мат. весник, 4 (19), св. 4, 1967, Београд.

Pavel Todorov, Bul. Lenin 20, Plovdiv — 2, Bulgarien.