ZBORNIK RADOVA
Prirodno-matematičkog fakulteta
Univerziteta u Novom Sadu
Serija za matematiku, 16,2(1986)

REVIEW OF RESEARCH
Faculty of Science
University of Novi Sad
Mathematics Series, 16,2(1986)

к-<2>-ПОЛУСЕТИ

Янез Ушан

*University of Novi Sad, Faculty of Science,
Institute of Mathematics, Dr. I. Djuričića 4,
21000 Novi Sad, Yugoslavia*

РЕЗЮМЕ

В работе определяются и исследуются к-<2>-полусети; $к \in N \setminus \{1,2\}$. к-<2>-полусети являются одним из обобщений к-полусетей, введеных автором в [1] как одно обобщение к-сетей [2 - 3]. В работе построени и примери конечных к-<2>-полусетей являющиеся аналогами аффинных пространств Спернера.

☆

Определение 1. Пусть $\mathfrak{T}$ непустое множество, элементы которого назовем *точки* и пусть $\mathfrak{L}$ непустое множество некоторых непустых подмножеств множества $\mathfrak{T}$, элементы которого назовем *линии*. Пусть, далее, множества $L_1,\dots,L_k$, $k \in N \setminus \{1,2\}$, разбивают множество $\mathfrak{L}$. Объект $(\mathfrak{T},\{L_1,\dots,L_к\})$назовем к-<2>-*полусетью* тогда и только тогда, когда выполняются следующие условия:

M1 $(\forall \ell \in \mathfrak{L})(\forall \ell' \in \mathfrak{L})(\ell \in L_i \wedge \ell' \in L_j \wedge i \neq j \Rightarrow$
$\Rightarrow |\ell \cap \ell'| \leqslant 2)$[1]; и

---

[1] Две линии различных классов пересекаются не больше, чем в двух точках.

AMS Mathematics Subject Classification (1980): 20N05.

Key words and phrases: k-nets, k-seminets, A_t-3-quasigroups, A_t^m-3-quasigroups.

M2 $(\forall A \in \mathfrak{T})(\exists! \ell_1 \in L_1) \ldots (\exists! \ell_\text{к} \in L_\text{к})(A \in \ell_1 \wedge \ldots$
$\ldots \wedge A \in \ell_\text{к})$ [1].

Объект $(\mathfrak{T}, \mathfrak{L})$, где $\mathfrak{L} = \sum_{i=1}^{k} L_i$, назовем *носителем* к-<2>-полусети $(\mathfrak{T}, \{L_1, \ldots, L_k\})$.

Если в определении 1 вместо M1 берется

M1′ $(\forall \ell \in \mathfrak{L})(\forall \ell' \in \mathfrak{L})(\ell \in L_i \wedge \ell' \in L_j \wedge i \neq j \Rightarrow$
$\Rightarrow |\ell \cap \ell'| \leq 1)$;

то $(\mathfrak{T}, \{L_1, \ldots, L_k\})$ станет к-полусетью [1]. Отсюда получаем, что имеет место следующее утверждение:

Утверждение 1. Если объект $(\mathfrak{T}, \{L_1, \ldots, L_k\})$ является к-полусетью (к-сетью [2]), то $(\mathfrak{T}, \{L_1, \ldots, L_k\})$ является к-<2>-полусетью.

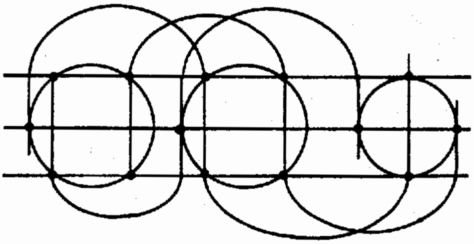


Рис. 1_1

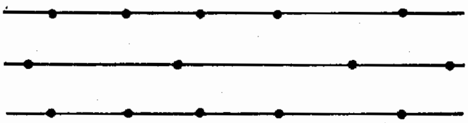


Рис. 1_2

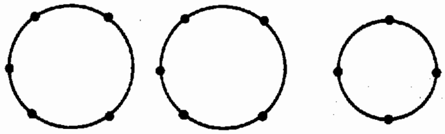


Рис. 1_3

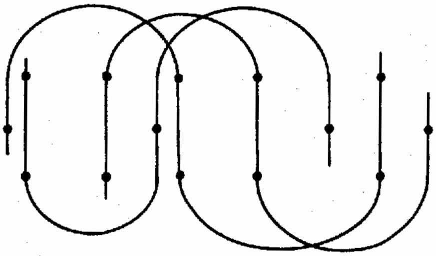


Рис. 1_4

---

[1] Каждая точка из $\mathfrak{T}$ находится в одной и только в одной линии каждого класса L_i, $i \in \{1, \ldots, \text{к}\}$.

[2] к-полусети, описанные автором в [1], являются одним обобщением к-сетей [2 - 3].

На рис. 1_1 - 1_4 изображена 3-<2>-полусеть[1] удовлетворяющая условию: существуют линии $\ell \in L_i$, $\ell' \in L_j$, $i \neq j$ такие что $|\ell \cap \ell'| = 2$. Таким образом, имеет место следующее утверждение:

Утверждение 2. Существуют к-<2>-полусети, не являющиеся к-полусетями.

Если в определении 1 вместо $\kappa \in N \setminus \{1,2\}$ берется $\kappa \in N \setminus \{1,\dots,n\}$, $n \in N \setminus \{1\}$, а вместо M1 берется

$$\text{M1}'' \quad (\forall \ell_1 \in \mathcal{L}) \dots (\forall \ell_n \in \mathcal{L})(\ell_1 \in L_{i_1} \wedge \dots \wedge \ell_n \in L_{i_n} \wedge \\ \wedge \ |\{i_1,\dots,i_n\}| = n \Rightarrow |\ell_1 \cap \dots \cap \ell_n| = 1);$$

то $(\mathfrak{T},\{L_1,\dots,L_k\})$ станет $\langle\kappa,n\rangle$-сетью[2]. Для $n = 2$ речь идет о к-сетях. В $\langle\kappa,n\rangle$-сетях имеет место: если $\ell_1 \in L_i \wedge \ell_2 \in L_j \wedge \wedge\, i \neq j$, то $|\ell_1 \cap \ell_2| = |Q^{n-2}|$. Отсюда получаем: если $n \geqslant 3$ и $|Q| = |L_i| > 2$, то $\langle\kappa,n\rangle$-сеть не является к-<2>-полусетью. Притом, в $\langle\kappa,n\rangle$-сетях[3] справедливо:

$$\text{M}\bar{1} \quad (\forall \ell_1 \in \mathcal{L}) \dots (\forall \ell_\kappa \in \mathcal{L})(\ell_1 \in L_1 \wedge \dots \wedge \ell_\kappa \in L_\kappa \Rightarrow \\ \Rightarrow |\ell_1 \cap \dots \cap \ell_\kappa| \leqslant 1).$$

Очевидно, что условие $\text{M}\bar{1}$ справедливо и в к-полусетях. В самом деле, если в определении 1 вместо M1 берется $\text{M}\bar{1}$, то получается обобщение: к-полусетей, $\langle\kappa,n\rangle$-полусетей[3], сетей Тайлора из [13], сетей Хавела из [14 - 15][4].

На рис. 2_1 - 2_4 изображена 3-<2>-полусеть[5] $(\mathfrak{T},\{L_1, L_2,L_3\})$ удовлетворяющая условию: существуют линии $\ell_1 \in L_1$, $\ell_2 \in L_2$ и $\ell_3 \in L_3$ такие, что имеет место $|\ell_1 \cap \ell_2 \cap \ell_3| = 2$. Отсюда получаем, что справедливо:

---

1) На рис. 1_1 изображен носитель, а на рис 1_2 - 1_4 изображены классы.,

2) <4,3>-сети введены в [4], <n+1,n>-сети в [6], а $\langle\kappa,n\rangle$-сети в [7]. $\langle\kappa,n\rangle$-сети рассматриваны, например, и в работах: [5,8-11].

3) и $\langle\kappa,n\rangle$-полусетях. $\langle\kappa,n\rangle$-полусети введены в [12] как обобщение к-полусетей и $\langle\kappa,n\rangle$-сетей.

4) Речь идет о частном случае сетей рассматриваемых В. Хавелом в [16]. Некоторым образом условие $\text{M}\bar{1}$ рассматривается и Р. Галичем в [17 - 18].

5) На рис. 2_1 изображен носитель, а на рис. 2_2 - 2_4 изображены классы.

Утверждение 3. Существуют к-<2>-полусети не удовлетворяющие условию $M\bar{1}$.

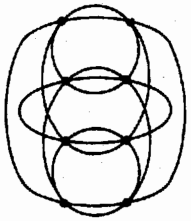
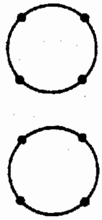
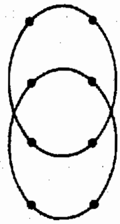
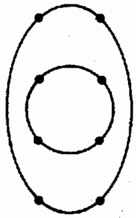





Рис. 2_1 Рис. 2_2 Рис. 2_3 Рис. 2_4

Следующее утверждение является следствием аксиомы M2:

Утверждение 4. Пусть $(\mathfrak{T},\{L_1,\ldots,L_k\})$ к-<2>-полусеть. Тогда имеет место:

$$(\forall \ell \in \mathcal{L})(\forall \ell' \in \mathcal{L})(\ell \in L_i \wedge \ell' \in L_j \wedge i = j \wedge \ell \neq \ell' \Rightarrow \Rightarrow |\ell \cap \ell'| = 0)$$[1].

к-<2>-полусети изображены, в том же порядке, на рис. 1_1 - 1_4 и рис. 2_1 - 2_4 удовлетворяют следующему условию:

M3 $$(\forall \ell \in \mathcal{L})(\forall \ell' \in \mathcal{L})(\ell \in L_i \wedge \ell' \in L_j \wedge i \neq j \Rightarrow \Rightarrow |\ell \cap \ell'| \geqslant 1).$$

На рис. 3_1 - 3_3 изображены классы 3-<2>-полусети не удовлетворяющей условию M3.

Учитывая $M\bar{1}$ и M2, находим, что имеет место следующее утверждение:

Утверждение 5. Если в к-<2>-полусети $(\mathfrak{T},\{L_1,\ldots,L_k\})$ существуют классы L_i, L_j, $i \neq j$, такие, что для каждых $\ell \in L_i$ и

1) Различные линии принадлежащие одному и тому же классу не пересекаются.

$\ell' \in L_j$ имеет место $|\ell \cap \ell'| \leqslant 1$, тогда в $(\mathfrak{C},\{L_1,\dots,L_к\})$ имеет место $M\bar{1}$.

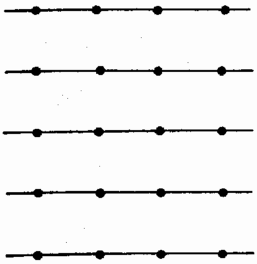


Рис. 3_1

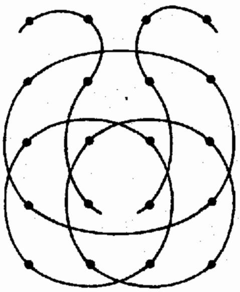


Рис. 3_2

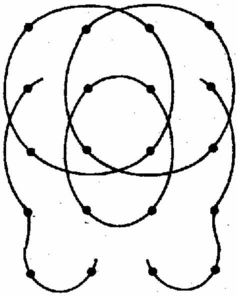


Рис. 3_3

Обратное не имеет место. Именно, в 4-<2>-полусети изображеной на рис. 2_1 - 2_5 выполняются следующие условия:

а) $M\bar{1}$; и

б) пересечение каждых двух линии принадлежащих различным классам является двухэлементным множеством.

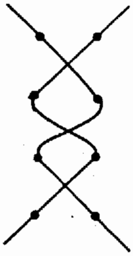


Рис. 2_5

Пусть $(\mathfrak{C},\{L_1,\dots,L_к\})$ конечная к-<2>-полусеть; $|\mathfrak{C}| \in N$. Пусть, далее, имеет место

$$(\forall \ell \in \mathfrak{L})|\ell| = m \in N \setminus \{1,2\}.$$

Тогда, ввиду M2 (и утверждения 4), имеет место: $|L_i|\cdot m = |L_j|\cdot m = |\mathfrak{C}|$ для любых $i,j \in \{1,\dots,к\}$. Отсюда получаем, что справедливо:

Утверждение 6. Если в конечной к-<2>-полусети $(\mathfrak{C},\{L_1,\dots,L_к\})$ имеет место

M4 $(\forall \ell \in \mathcal{L})(\forall \ell' \in \mathcal{L})|\ell| = |\ell'|$,

тогда в $(\mathfrak{T},\{L_1,\dots,L_к\})$ имеет место:

M5 $(\forall i \in \{1,\dots,к\})(\forall j \in \{1,\dots,к\})|L_i| = |L_j|$.

Обратное не имеет место. Именно, в 3-<2>-полусети изображеной на рис. 1_1 - 1_4 имеет место M5 и не имеет место M4.

Числа $\max\{|\ell| \mid \ell \in \mathcal{L}\}$ и $\max\{|L_i| \mid i \in \{1,\dots,к\}\}$, в том же порядке, позволим себе назвать T-порядок и L-порядок к-<2>-полусети $(\mathfrak{T},\{L_1,\dots,L_к\})$[1].

Теорема 7. Пусть m = T-порядок и q = L-порядок конечной к-<2>-полусети. Тогда имеет место:

$$q \geq \begin{cases} m/2, & m = 2s \\ (m+1)/2, & m = 2s-1 \end{cases}, \quad s \in N \setminus \{1\}.$$

Доказательство. Пусть $(\mathfrak{T},\{L_1,\dots,L_к\})$ конечная к-<2>-полусеть. Пусть, далее, $\ell \in \mathcal{L}$ такая, что T-порядок = $|\ell|$ = m, а класс L_i такой, что L-порядок = $|L_i|$ = q. Притом, пусть класс L_j такой, что $\ell \notin L_j$. Отсюда получаем,что

(а) $|L_j| \leq |L_i|$ (= L-порядок).

Справедливо:

(б) каждая точка $A \in \ell$ находится в одной и тоько в одной линии класса L_j (M2); и

(ц) $|\ell \cap \ell'| \leq 2$ для каждой $\ell' \in L_j$ (M1).

Учитывая (б) и (ц), находим, что имеет место:

[1] Таким же образом в [1] определени T-порядок и L-порядок к-полусетей.

(д) $\quad |\{\ell'|\ell' \in L_j \wedge \ell' \cap \ell \neq \phi\}| \geq \frac{m}{2}$ если $m = 2s$[1]

и

(е) $\quad |\{\ell'|\ell' \in L_j \wedge \ell' \cap \ell \neq \phi\}| \geq \frac{m+1}{2}$ если $m = 2s - 1$[2].

Учитывая (а), (д) и (е), ввиду отношения $|L_j| \geqslant$ $\geqslant |\{\ell'|\ell' \in L_j \wedge \ell' \cap \ell \neq \phi\}|$[3], находим, что теорема доказана.

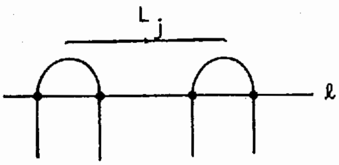


Рис. 4_1

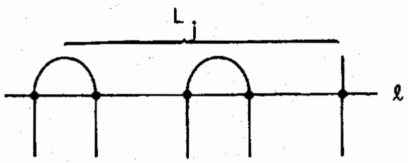


Рис. 4_2

В 4-<2>-полусети изображеной на рис. 2_1 - 2_5 имеет место: $q = m/2 = 4/2 = 2$. В 3-<2>-полусети изображеной на рис. 1_1 - 1_4 имеет место: $q = (m+1)/2 = (5+1)/2 = 3$. В 3-<2>-полусети изображеной на рис. 3_1 - 3_3 имеет место: $q = 5 > m/2 = 4/2 = 2$[4].

Теорема 8. Пусть $(\mathfrak{T}, \{L_1, \dots, L_к\})$ к-<2>-полусеть, а $\parallel$ бинарное отношение в $\mathfrak{L} = L_1 \cup \dots \cup L_к$, определяемое следующим образом:

(е) $\quad p \parallel q \overset{деф}{=} p \in L_i \wedge q \in L_j \wedge i = j.$

Тогда в объекте $(\mathfrak{T}, \mathfrak{L}, \parallel)$ имеет место:

---

1) Рис. 4_1.
2) Рис. 4_2.
3) М1.
4) В самом деле: $q > m$.

A1 $(\forall \ell \in \mathcal{L})(\forall \ell' \in \mathcal{L})(\ell \neq \ell' \Rightarrow |\ell \cap \ell'| \leq 2)$;

A2 каждая точка $A \in \mathfrak{T}$ находится в $к$ $(\in N \setminus \{1,2\})$ и только в $к$ $(\in N \setminus \{1,2\})$ попарно различных элементов множества $\mathcal{L}$;

A3 $\|$ является РСТ отношением в $\mathcal{L}$; и

A4 $(\forall A \in \mathfrak{T})(\forall \ell \in \mathcal{L})(\exists! \ell' \in \mathcal{L})(\ell \parallel \ell' \wedge A \in \ell')$[1].

Доказательство. A1 является следствием аксиомы M1 и утверждения 4. A2 является следствием аксиомы M2. A3 является следствием определения (e) и факта, что $\{L_1,\ldots,L_к\}$ является разбиением множества $\mathcal{L}$. A4 является следствием аксиомы M2 и определения (e).

Теорема 9. Пусть $\mathfrak{T}$ непустое множество, элементы которого назовем точками и пусть $\mathcal{L}$ непустое множество некоторых непустых подмножеств множества $\mathfrak{T}$, элементы которого назовем линии. Пусть, далее, $\|$ бинарное отношение в $\mathcal{L}$. Тогда, если в объекте $(\mathfrak{T},\mathcal{L},\|)$ выполняются условия A1 – A4 (из теоремы 8), тогда объект $(\mathfrak{T},\{L_i|i \in I\})$, где $\{L_i|i \in I\} \overset{\text{деф}}{=} \mathcal{L}/\|$, является к-<2>-полусетью.

Доказательство.

1) Ввиду A3, пусть $\{L_i|i \in I\} \overset{\text{деф}}{=} \mathcal{L}/\|$. Отсюда, учитывая A4 и A2, находим, что имеет место:

1_1) $(\forall \ell \in \mathcal{L})(\forall \ell' \in \mathcal{L})(\ell \in L_i \wedge \ell' \in L_j \wedge i = j \wedge$
$\wedge\ \ell' \neq \ell \Rightarrow |\ell \cap \ell'| = 0)$; и

1) $|\{L_i|i \in I\}| = к$, $к \in N \setminus \{1,2\}$.

2) Учитывая A1 и 1_1), находим, что в $(\mathfrak{T},\{L_i|i \in I\})$ имеет место M1.

3) Учитывая 1_2), A2 и A4, находим, что в $(\mathfrak{T},\{L_1,\ldots$
$\ldots,L_к\})$ имеет место M2.

Теорема доказана.

---

[1] Аксиома евклидовой параллельности.

Пусть $\mathfrak{T}$ непустое множество и пусть непустое множество $\mathfrak{L}$ множество некоторых непустых подмножеств множества $\mathfrak{T}$. Множество $\mathfrak{L}$ называется разбиением Хартманиса типа n, n ∈ ∈ N, множества $\mathfrak{T}$[1] тогда и только тогда, когда выполняются следующие условия:

$$\text{H1} \quad (\forall A_1 \in \mathfrak{T}) \ldots (\forall A_n \in \mathfrak{T})(|\{A_1^n\}| = n \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (\exists! \ell \in \mathfrak{L})(A_1 \in \ell \wedge \ldots \wedge A_n \in \ell); \text{ и}$$

$$\text{H2} \quad (\forall \ell \in \mathfrak{L})|\ell| \geq n \ [21]^{2)}.$$

Объект $(\mathfrak{T},\mathfrak{L})$ позволим себе назвать nH-геометрией. Притом, элементы множества $\mathfrak{T}$ назовем точками, а элементы множества $\mathfrak{L}$ линиями.[3]

Пусть $(\mathfrak{T},\mathfrak{L})$ nH-геометрия. Тогда имеет место:

$$\text{H1}' \quad (\forall \ell \in \mathfrak{L})(\forall \ell' \in \mathfrak{L})(\ell \neq \ell' \Rightarrow |\ell \cap \ell'| \leq n-1); \quad \text{и}$$

$$\text{H1}'' \quad (\forall A \in \mathfrak{T})(\exists \ell \in \mathfrak{L}) A \in \ell.$$

Притом, существуют объекты $(\mathfrak{T},\mathfrak{L})$ удовлетворяющие условиям H1′, H1″, H2 и не удовлетворяющие условию H1. Объект $(\mathfrak{T},\mathfrak{L})$ называется PnH-геометрия тогда и только тогда, когда выполняются условия H1′, H1″ и H2 [25][4].

Носители к-<2>-полусетей изображеных на рис. 1 - 3 являются PnH-геометриями и не являющиеся nH-геометриями. На рис. 5_1 - 5_4 изображена 3-<2>-полусеть имеющая носитель удовлетворяющий условиям H1′ и H1″ (n = 3) и не удовлетворяющий условию H2. Объект $(\mathfrak{T},\mathfrak{L})$ удовлетворяющий условиям H1′ и H1″, $n \in N \setminus \{1\}$, позволим себе назвать $L^{(n-1)}$-геометрией.

Носитель 7-<2>-полусети изображеной на рис. 2_1 - 2_8 является 3H-геометрией. Притом, имеет место:

---

[1] Короче: nH-разбиением множества $\mathfrak{T}$.

[2] Каждому nH-разбиению множества $\mathfrak{T}$ соотвествует (n+1)-арное отношение эквивалентности на множестве $\mathfrak{T}$, и обратно [22].

[3] Каждой A_t-квазигруппе (каждому A_t-групоиде) соотвествует 2H-геометрия [23,24]. Подобно, каждой A_t-3-квазигруппе соотвествует 3H-геометрия [26].

[4] Каждому частичному A_t-группоиде соответствует PnH-геометрия [25].

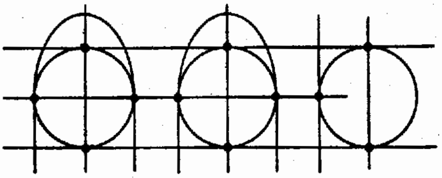


Рис. 5_1

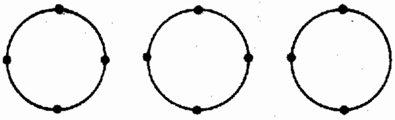


Рис. 5_2

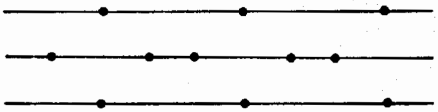


Рис. 5_3

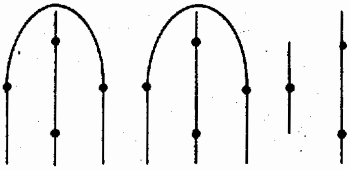
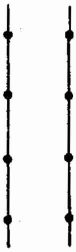


Рис. 5_4



Рис, 2_6

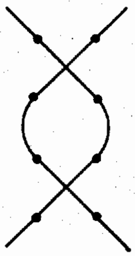


Рис. 2_7

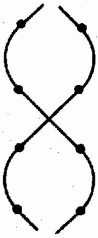


Рис. 2_8

НЗ $$(\forall \ell \in \mathfrak{L})(\forall \ell' \in \mathfrak{L})\,|\ell| = |\ell'|\text{ [1]}.$$

1) В самом деле, носитель этой 7-<2>-полусети являетя 3-(8,4,1)-схемой [28]; $(\forall \ell \in \mathfrak{L})\,|\ell| = 4$, $|\mathfrak{T}| = 8$.

Теорема 10. Если в конечной к-<2>-полусети $(\mathfrak{T},\{L_1,\ldots,L_к\})$, $|\mathfrak{T}| = t$, имеет место

$$H\bar{3} \quad (\forall \ell \in \mathcal{L})|\ell| = m \in N \setminus \{1,2\},$$

то

$$к \leqslant (t-1)(t-2)/2\cdot\binom{m-1}{2}.$$

Притом, имеет место:

$$H1 \Leftrightarrow (t-1)(t-2)/2\cdot\binom{m-1}{2}.$$

Доказательство. Пусть A произвольная точка из $\mathfrak{T}$. В $\mathfrak{T}$, $|\mathfrak{T}| = t$, существует $(t-1)(t-2)/2$ подмножеств $\{B,C\}$ таких, что $|\{A,B,C\}| = 3$. Ввиду A1, находим, что имеет место: существует одна и только одна линия $\ell \in \mathcal{L}$ такая, что $\{A,B,C\} \subseteq \ell$. Притом, существует $m - 3$ точек $D \in \mathfrak{T}$ таких, что $D \in \ell$ и $D \notin \{A,B,C\}$; $H\bar{3}$. Таким образом, через произвольную точку $A \in \mathfrak{T}$ проходит не больше чем $(t-1)(t-2)/2\cdot\binom{m-1}{2}$ линий. В самом деле, если через каждую точку A проходит $(t-1)(t-2)/2\cdot\binom{m-1}{2}$ линий, то в $(\mathfrak{T},\{L_1,\ldots,L_к\})$ справедливо H1, и обратно. Наконец, учитывая M2, находим, что в к-<2>-полусетях удовлетворяющих условию $H\bar{3}$ имеет место отношение: $к \leqslant (t-1)(t-2)/2\cdot\binom{m-1}{2}$.

Примечание 1. Ввиду теоремы 8 и теоремы 9 имеет смысл объект $(\mathfrak{T},\mathcal{L},\parallel)$, удовлетворяющий условиям A1 - A4, считать к-<2>-полусетью; $к = |\mathcal{L}/\parallel|$. Учитывая теорему 10, находим, что конечные к-<2>-полусети удовлетворяющие условиям H1 и $H\bar{3}$ можно описать следующими условиями:

SA1 через каждую тройку попарно различных точек проходит одна и только одна линия[1];

SA2 $(\forall \ell \in \mathcal{L})|\ell| = m \in N \setminus \{1,2\}$[2];

---

[1] H1 для $n = 3$.

[2] $H\bar{3}$.

SA3 отношение $\|$ является РСТ отношением на множестве $\mathcal{L}$[1]; и

SA4 $(\forall \ell \in \mathcal{L})(\forall A \in \mathfrak{T})(\exists ! \ell' \in \mathcal{L})(\ell \parallel \ell' \wedge A \in \ell')$[2].

Отметим: если в системе SA1 - SA4 вместо SA1 берется

$SA\bar{1}$ через каждую двойку различных точек проходит одна и только одна линия;

то $(\mathfrak{T}, \mathcal{L}, \|)$ станет аффинным пространством Спернера [19]. Притом, если $q = m$, где $q = |L_i|$, $i \in \{1,\ldots,k\}$, то $(\mathfrak{T}, \mathcal{L}, \|)$ является аффинной плоскостью.

На рис. 6_1 - 6_{28} изображена 28-<2>-полусеть удовлетворяющая условиями H1 и $H\bar{3}$; $|\mathfrak{T}| = 9$, $m = q = 3$. На рис. 7_1 - 7_{35} изображена 35-<2>-полусеть удовлетворяющая условиями H1 и $H\bar{3}$; $|\mathfrak{T}| = 16$, $m = q = 4$. Ее носитель построен на основании теоремы 2 и утверждения 6 из, в том же порядке, работ [27] и [26]. Отметим: если вместо классов изображеных на рис. 7_3 - 7_8 берется классы тех же линий изображеных на рис. 8_1 - 8_6, то получаем новую 35-<2>-полусеть. Притом, $\mathfrak{T}$ в отношении на множество классов изображеных на рис. 7_1 - 7_5 является 5-сетью порядка 4, т.е. аффинной плоскостью порядка 4.

Примечание 2. Условие

$$(\forall \ell \in \mathcal{L})(\forall \ell' \in \mathcal{L})(\ell \in L_i \wedge \ell' \in L_j \wedge i \neq j \Rightarrow$$
$$\Rightarrow |\ell \cap \ell'| \leq n-1)^{3)}$$

для $n = 3$ превращается в условие под М1, а для $n = 2$ в условие под М1'.

---

[1] А3.

[2] А4.

[3] $n \in N$.

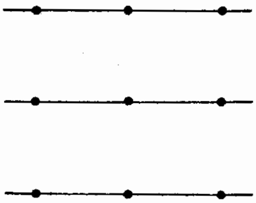


Рис. 6_1

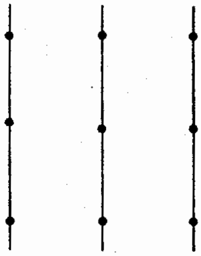


Рис. 6_2

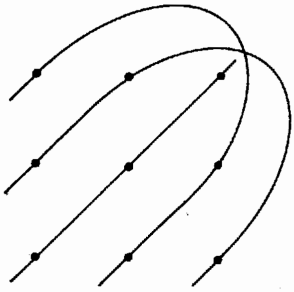


Рис. 6_3

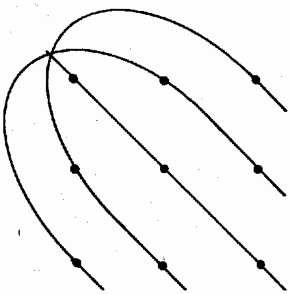


Рис. 6_4

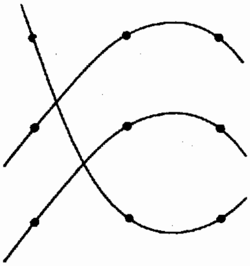


Рис. 6_5

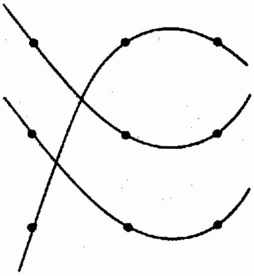


Рис. 6_6

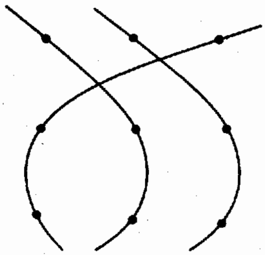


Рис. 6_7

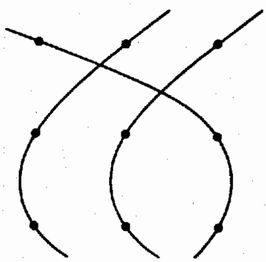


Рис. 6_8

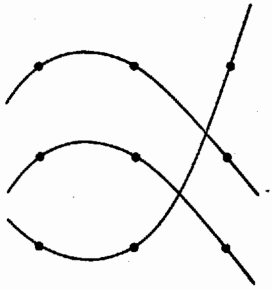


Рис. 6_9

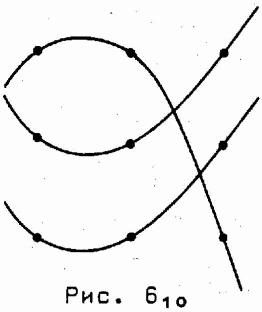


Рис. 6_{10}

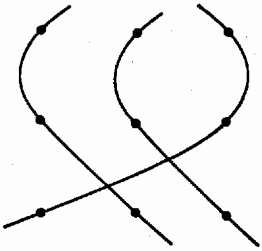


Рис. 6_{11}

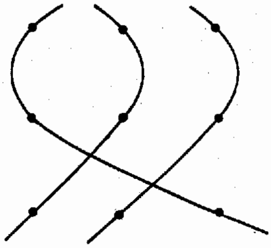


Рис. 6_{12}

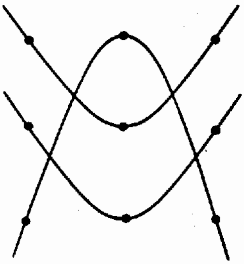


Рис. 6_{13}

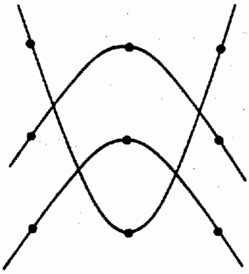


Рис. 6_{14}

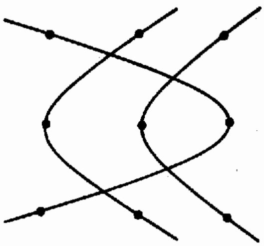


Рис. 6_{15}

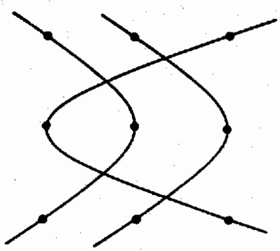


Рис. 6_{16}

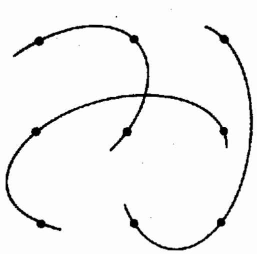


Рис. 6_{17}

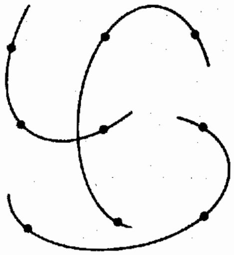


Рис. 6_{18}

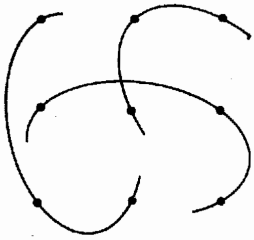


Рис. 6_{19}

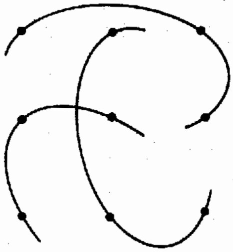


Рис. 6_{20}

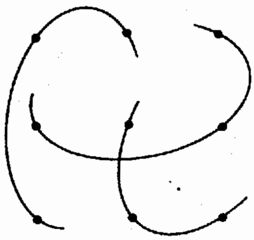


Рис. 6_{21}

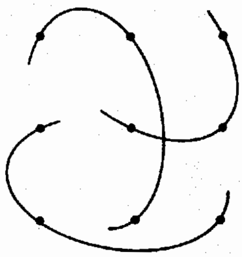


Рис. 6_{22}

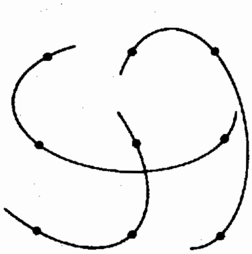


Рис. 6_{23}

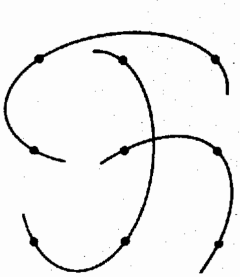


Рис. 6_{24}

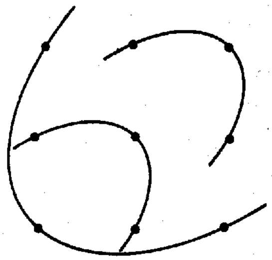


Рис. 6_{25}

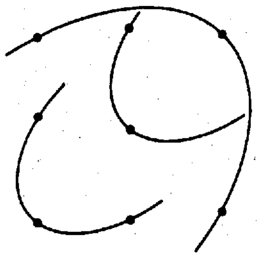


Рис. 6_{26}

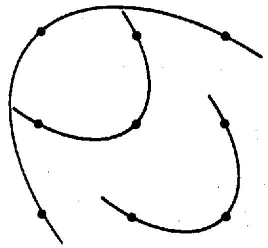


Рис. 6_{27}

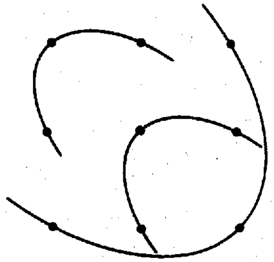


Рис. 6_{28}

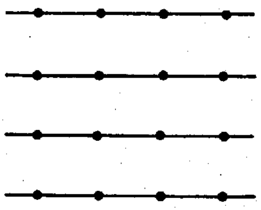


Рис. 7_1

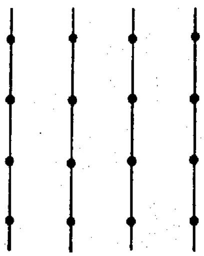


Рис. 7_2

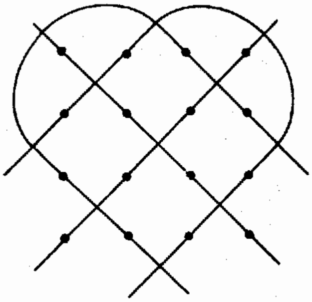


Рис. 7_3

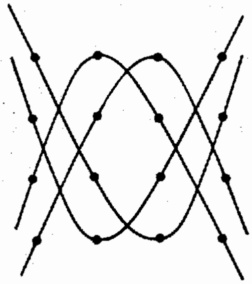


Рис. 7_4

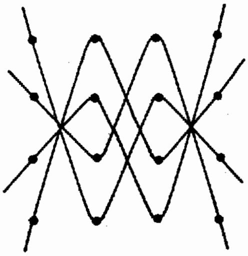


Рис. 7_5

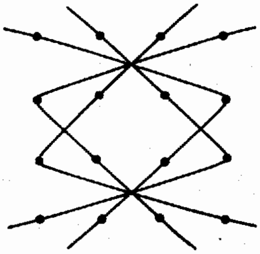


Рис. 7_6

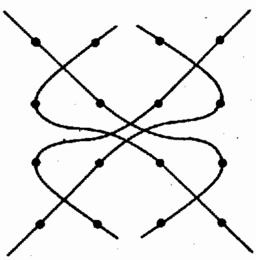


Рис. 7_7

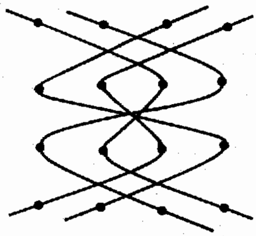


Рис. 7_8

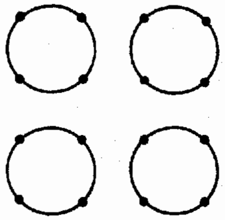


Рис. 7_9

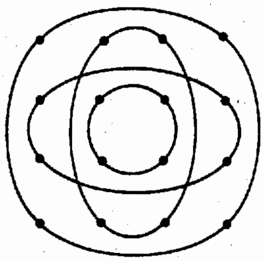


Рис. 7_{10}

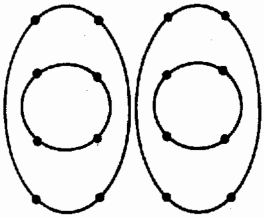


Рис. 7_{11}

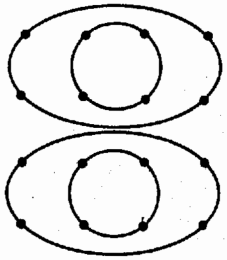


Рис. 7_{12}

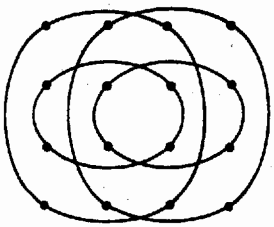


Рис. 7_{13}

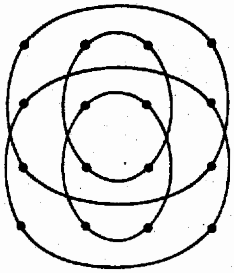


Рис. 7_{14}

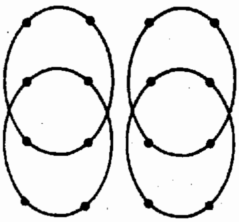


Рис. 7_{15}

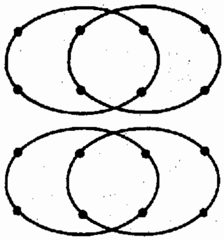


Рис. 7_{16}

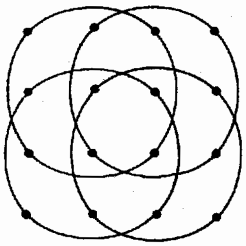


Рис. 7_{17}

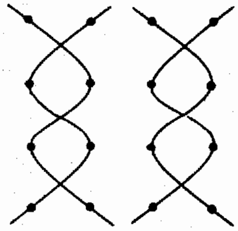


Рис. 7_{18}

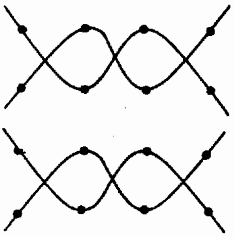


Рис. 7_{19}

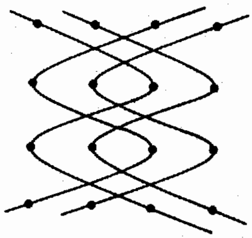


Рис. 7_{20}

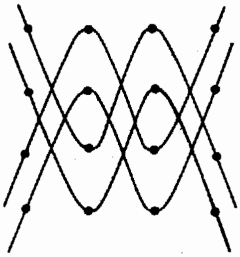


Рис. 7_{21}

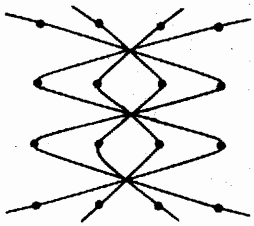


Рис. 7_{22}

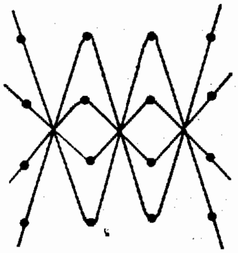


Рис. 7_{23}

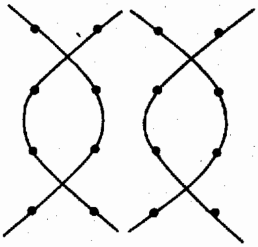


Рис. 7_{24}

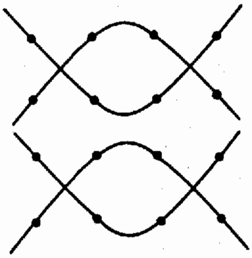


Рис. 7_{25}

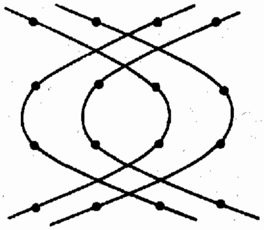


Рис. 7_{26}

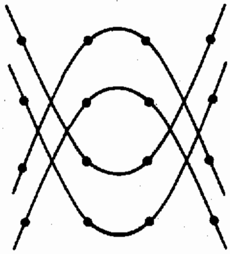


Рис. 7_{27}

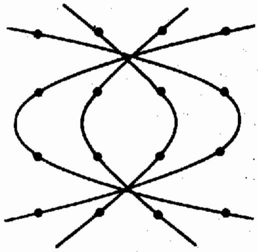


Рис. 7_{28}

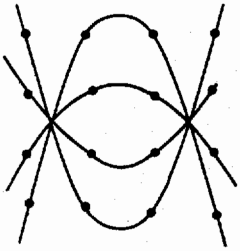


Рис. 7_{29}

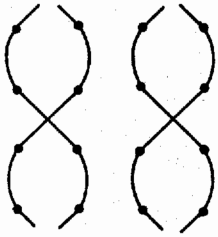


Рис. 7_{30}

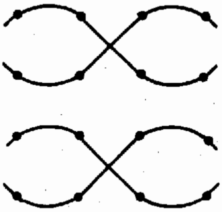


Рис. 7_{31}

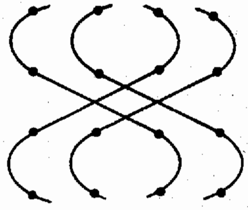


Рис. 7_{32}

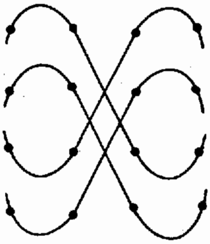


Рис. 7_{33}

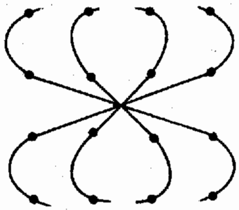


Рис. 7_{34}

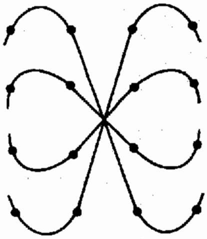


Рис. 7_{35}

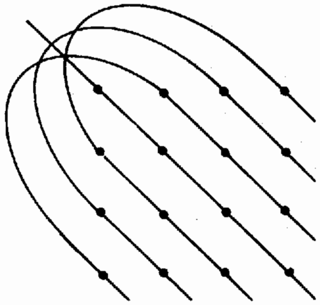


Рис. 8_1

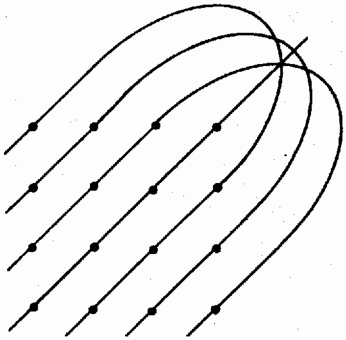


Рис. 8_2

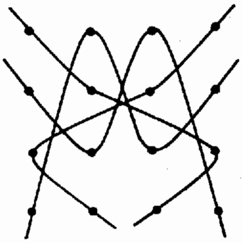


Рис. 8_3

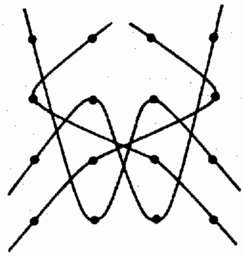


Рис. 8_4

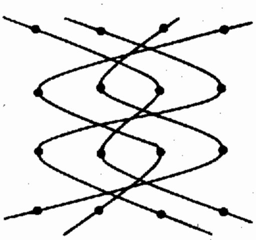


Рис. 8_5

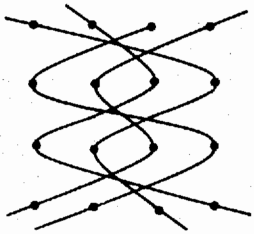


Рис. 8_6

ЛИТЕРАТУРА

[1] **Ušan J.**, k-seminets, Mat. Bilten, Skopje, 1(XXVII), 1977, 41 - 46.

[2] **Белоусов В.Д.**, Алгебраические сети и квазигруппы, Кишинев, Штиинца, 1971.

[3] **Dénes J., Keedwell A.D.**, Latin Squares and Applications, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1974.

[4] **Rado F.**, Generalizarea ţesuturilor spaţiale pentru structuri algebrice, Studia Univ. "Babeş-Bolyai", ser. math.-phys., 1960, No. 1, 41 - 55.

[5] **Rado F.**, Eine Bedingung für die Regularität der Gewebe, Mathematica, Vol. 2(25), 2, 1960, 325 - 334.

[6] **Bauer R.**, The algebra and geometry of polyadic quasigroups and loops, Doct. diss., Rutgers-the State University, 1968, 204.

[7] **Бектенов А.С.**, Алгебраические (k,n)-сети и ортогональные системы n-арных квазигрупп, Изв. АН МССР, сер. физ. техн и мат. наук, 1974, Но. 1, 3 - 11.

[8] **Бектенов А.С.**, Коллинеации в алгебраических (k,n)-сетях и автострофии ортогональных систем n-квазигрупп, Матем. исследования, 1976, Т. 10, вып. 1(35), 36 - 44.

[9] **Бектенов А.С.**, О некоторых свойствах пространственной 3-мерной сети и ее координатной квазигруппы, Матем. исследования, 1976, вып. 39, 10 - 20.

[10] **Белоусов В.Д., Бектенов А.С.**, Пространственные сети и их координатизация I, Ткани и квазигруппы, Межвузовский математический сборник, Калинин, 1981, 157 - 166.

[11] **Ušan J.**, On (k,n,q)-nets, Review of Research Faculty of Science - University of Novi Sad, Vol. 13 (1983), 273 - 277.

[12] **Stojmenovski K.**, n-Dimenzional seminets and parial n-quasigroups, Algebraic conference 1980, Skopje, 115 - 120.

[13] **Taylor M.**, Classical, cartesian and solution nets, Mathematica, Cluj, 13(36), 1, 1971, 151 - 166.

[14] **Havel V.**, Nets and groupoids, Comm. Math. Univ. Carol. 8, 3, 1967, 435 - 449.

[15] Havel V., Nets associated to multigroupoids, Aeq. Math. 5, 1970, 10 - 18.

[16] Havel V., General nets and associated groupoids, Proceedings of the Symposium n-ary structures, Skopje 1982, 229 - 241.

[17] Galić R., Algebarska teorija mreža krivulja, Mag. rad., PMF Zagreb, 1981.

[18] Galić R., T-k-seminets, Proceedings of the Conference "Algebra and Logic" - Cetinje 1986, Novi Sad 1987, (в печáти).

[19] Ушан Я., О одном классе конечных к-полусетей, Review of Reserach Faculty of Science - University of Novi Sad, Vol. 12 (1982), 387 - 398.

[20] Bonisoli A., Deza M., Orthogonal Permutation Arrays and related Structures, Acta Universitatis Carolinae - mathematica et physica, Vol. 24, No. 2, (1983), 23 - 38.

[21] Hartmanis J., Generalized Partitions and Lattice Embedding Theory, Proc. of Symphosium in Pure Math., Vol. II, Lattice Theory, Amer. Math. Soc. (1961), 22 - 30.

[22] Pickett H.E., A note Generalized Equivalence Relations, Amer. Math., Mantly, 1966, 73, No. 8, 860 - 861.

[23] Ушан Я., A_t-квазигруппы, Review of Research Faculty of Science - University of Novi Sad, Vol. 15-2, 1985, 141 - 154.

[24] Ušan J., A_t-groupoids, Proceedings of the Conference "Algebra and Logic" - Cetinje 1986, Novi Sad 1987, (в печáти).

[25] Ушан Я., Частичные A_t-группоиды,,Review of Research Faculty of Science - University of Novi Sad, (в печáти).

[26] Ушан Я., A_t^m- и A_t-3-квазигруппы, Review of Research Faculty of Science - University of Novi Sad, (в печáти).

[27] Уашн Я., О одном классе A_t^m-3-квазигрупп, Review of Research Faculty of Science - University of Novi Sad, (в печáти).

[28] Камерон П., Дж. ван Линт, Теория графов, теория кодирования и блок-схемы, Москва, "Наука", 1980.

РЕЗИМЕ

к-<2>-ПОЛУРЕШЕТКЕ

U radu se uvode i razmatraju k-<2>-polurešetke kao jedno uopštenje k-polurešetaka [1], odnosno k-rešetaka [2 - 3]. Izmedju ostalog, u radu se opisuje i nekoliko k-<2>-polurešetaka sa najvećim mogućim $k \in N \setminus \{1,2\}$ pri datim uslovima.

Received by the editors September 3, 1987.