ZBORNIK RADOVA
Prirodno-matematičkog fakulteta
Univerziteta u Novom Sadu
Serija za matematiku, 15,2 (1985)

REVIEW OF RESEARCH
Faculty of Science
University of Novi Sad
Mathematics Series, 15, 2 (1985)

A_t-КВАЗИГРУППЫ

Янез Ушан

Природно-математички факултет, Институт за математику, 21000 Нови Сад, др И. Ђуричића 4
Југославија

РЕЗЮМЕ

В [1] введены понятия A_t^3- и A_t^4-алгебр. В [2] дано такое определение A_t^m-квазигруппы (A_t^m-алгебы), что A_t^3- и A_t^4-алгебры оказываются ее частными случаями. В настоящей работе введены A_t-квазигруппы, являющиеся одним обобщением A_t^m-квазигрупп. A_t^m-квазигруппы являются координатизационными системами конечных регулярных плоскостей (в каторых прямые ℓ удовлетворяют условию $|\ell| \geq 3$) [3]. В настоящей статье рассматривается координатизация TCL-геометрии с помощью A_t-квазигрупп. С помощью A_t^m-квазигруп можно координатизировать, кроме аффинных и проективных конечных плоскостей, и, например, аффинные пространства Спернера (если только их порядок больше двух) [15 - - 16]. Нетривиальные аффинные пространства Спернера являются специальными k-полусетями [5 - 6]. k-Полусети, введенные в [4], являются одним обобщением k-сетей [7 - 8]. Если $k > 3$, то k-полусети можно координатизировать с помощью k-2 регулярных частичных квазигрупп, являющихся попарно регулярно ортогональными [4]. В настоящей работе, потпуно показано, что любую конечную k-полусеть в каторой каждая прямая имеет по меньшей мере три точки и где любые две различные точки являются колинеарными [6], можно координатизировать с помощью одной A_t-квазигруппы. Кстати, k-полусети весьма тесно связаны с специальными кодами [9 - 13], с r-дизайнами [14] и со одним классом (в общем случае частичных) <m,n>-квазигрупп [17]. С помощью A_t-квазигрупп можно координатизировать и, например, проективное прост-

AMS Mathematics Subject Classification (1980): 20N05.

Key words and phrases: A_t-quasigroups, A_n^k-quasigroups, TCL-geometry, k-seminet.

ранство Спернера (Примечание 4). (В настоящей статье не рассматривается аналогичная координатизация L-геометрий, среди которых находятся, в некотором смысле, и все конечные k-полусети, в которых каждая прямая имеет по меньшей мере три точки.)

☆ ★ ☆

Очевидно, что справедливо следующее положение: Если группоид $(T,.)$, $|T| = t \in N \setminus \{1,2\}$, является идемпотентной квазигруппой, тогда имеет место:

A1 Любая пара различных элементов $a,b \in T$ порождает идемпотентную квазигруппу $([a,b],.)$.

иидемпотентная квазигруппа $(T,.)$, $|T| = t \in N \setminus \{1,2\}$, называется A_t^m-квазигруппой тогда и только тогда, когда справедливо следующее положение:

A2 Все идемпотентные квазигруппы $([a,b],\cdot)$ имеют один и тот же порядок $m \in N \setminus \{1,2\}$[1].

В каждой A_t^m-квазигруппе $(T,\cdot)$ справедливы следующие положения [2] :

A3 Каждую идемпотентную квазигруппу $([a,b],\cdot)$ порождает любая пара различных элементов из $[a,b]$; и

A4 Если $[a,b] \neq [c,d]$, то $|[a,b] \cap [c,d]| \leq 1$.

Однако, существуют идемпотентные квазигруппы $(T,\cdot)$, $|T| = t \in N \setminus \{1,2\}$, удовлетворяющие условиям A3 и A4, но не удовлетворяющие условию A2 (утверждение 7). В настоящей работе рассматриваются идемпотентные квазигруппы $(T,\cdot)$, $|T| = t \in N \setminus \{1,2\}$, удовлетворяющие условиям A3 - A4, и устанавливается их связь с TCL-геометриями.

---

[1] см. Резюме.

<u>Утверждение 1.</u> Пусть $(T,\cdot)$, $|T| = t \in N \setminus \{1,2\}$ идемпотентная квазигруппа. Тогда справедливо:

$$A3 \Leftrightarrow A4.$$

<u>Доказательство.</u>

а) $\Rightarrow$ Пуст $[a,b] \neq [c,d]$. Допустим, что имеет место неравенство

$$|[a,b] \cap [c,d]| > 1,$$

т.е., что существуют $p,q \in T$, $p \neq q$, и множество $P \subseteq T$ такие, что спроведливо равенство

$$[a,b] \cap [c,d] = \{p,q\} \cup P.$$

Отсюда, учитывая A3, получаем, что справедливы равенства

$$[a,b] = [p,q] = [c,d],$$

т.е. равенство

$$[a,b] = [c,d].$$

Так как это равенство противоречит условию, находим, что имеет место импликация $A3 \Rightarrow A4$.

б) $\Leftarrow$ Пусть $a,b \in T$ любые два различных элемента. Пусть, далее, $c,d \in T$ любые два различных элемента, удовлетворяющих условию:

$$c,d \in [a,b].$$

Отсюда находим, что имеет место следующее отношение:

$$|[c,d] \cap [a,b]| \geq 2. \tag{1}$$

Контрапозицией импликации A4 является следующая импликация:

(2) $$|[c,d] \cap [a,b]| > 1 \Rightarrow [c,d] = [a,b].$$

Учитывая (1) и (2), находим, что имеет место импликация A4 ⇒ ⇒ A3.

Утверждение доказано.

<u>Утверждение 2.</u> Существует идемпотентная квазигруппа $(T,\cdot)$, $|T| = t \in N \setminus \{1,2\}$, не удовлетворяющая условию A3.

<u>Доказательство.</u> На таблице 1 изображена идемпотентная квазигруппа парядна 6, порождающаяся через любые два различных элемента[1]).

•	0	1	2	3	4	5
0	0	2	3	4	5	1
1	3	1	4	5	0	2
2	4	5	2	0	1	3
3	5	0	1	3	2	4
4	1	3	5	2	4	0
5	2	4	0	1	3	5

Таб. 1.

В Q^2, $Q = \{0,1,\dots,5\}$, определим бинарну операцию с следующим образом:

$$(a,\alpha)\circ(b,\beta) \overset{\text{деф}}{=} (a\cdot b, \alpha\cdot\beta).$$

Отсюда, учитывая, что $(Q,\cdot)$ идемпотентная квазигруппа, получаем, что $(Q^2,\circ)$ также идемпотентная квазигруппа. Покажем, что в $(Q^2,\circ)$ не имеет место A3. В силу идемпотентности квазигруппы $(Q,\cdot)$ находим, что множества

$$A_i \overset{\text{деф}}{=} \{(i,x) | x \in Q\},\ i \in \{0,1,\dots,5\},$$

являются замкнутыми относительно операции $\circ$. Более того, группоиды $(A_i,\circ)$, $i \in \{0,1,\dots,5\}$, изоморфны квазигруппе $(Q,\cdot)$. Таким образом, $(A_i,\circ)$, $i \in \{0,1,\dots,5\}$, идемпотентные подквазигруппы квазигруппы $(Q^2,\circ)$, порождающиеся через любые два различных элемента $a,b \in A_i$. Учитывая этот факт, покажем, что

[1]) Принадлежащая классу A_m^m-квазигрупп [2 - 3], построенных в [3].

$(Q^2, \circ)$ порождается элементамы $(0,1), (1,0) \in Q^2$. Действительно, имеет место:

$$(0,4) = (3,2) \circ (1,0) = ((1,0) \circ (0,1)) \circ (1,0)$$

и

$$[(0,1),(0,4)] = A_0$$

$$(1,2) = (4,0) \circ (0,1) = ((2,3) \circ (0,1)) \circ (0,1) =$$

$$= (((0,1) \circ (1,0)) \circ (0,1)) \circ (0,1)$$

и

$$[(1,0),(1,2)] = A_1$$

$$(2,3) = (0,1) \circ (1,0),$$

$$(2,4) = (5,5) \circ (0,1) = ((3,2) \circ (0,1)) \circ (0,1) =$$

$$= (((1,0) \circ (0,1)) \circ (0,1)) \circ (0,1)$$

и

$$[(2,3),(2,4)] = A_2;$$

$$(3,2) = (1,0) \circ (0,1),$$

$$(3,5) = (0,1) \circ (2,3) = (0,1) \circ ((0,1) \circ (1,0))$$

и

$$[(3,2),(3,5)] = A_3;$$

$$(4,0) = (2,3) \circ (0,1) = ((0,1) \circ (1,0)) \circ (0,1),$$

$$(4,5) = (2,3) \circ (1,0) = ((0,1) \circ (1,0)) \circ (1,0)$$

и

$$[(4,0),(4,5)] = A_4;$$

$$(5,5) = (3,2) \circ (0,1) = ((1,0) \circ (0,1)) \circ (0,1),$$

$$(5,3) = (1,0) \circ (3,2) = (1,0) \circ ((1,0) \circ (0,1))$$

и

$$[(5,5),(5,3)] = A_5;$$

Утверждение доказано.

Определение 1. A_t-квазигруппой назовем идемпотентную квазигруппу $(T,\cdot)$, $|T| = t \in N \setminus \{1,2\}$, тогда и только тогда,когда имеет место А3.

Непосредственно следствие утверждения 1 и определения 1 является следующее:

Следствие 3. Идемпотентная квазигруппа $(T,\cdot)$, $|T| = t \in N \setminus \{1,2\}$, является A_t-квазигруппой тогда и только тогда когда имеет место А4.

Примечание 1. Очевидно, что всякая A_t^m-квазигруппа является A_t-квазигруппой. Обратно не имеет место - Утверждение 7.

Примечание 2. A_t^m-квазигруппы являются координатными квазигрупами регуляарных конечных плоскостей, определенных следующим образом:

Пусть T непустое конечное множество и пусть непустое множество L множество некоторых подмножеств множества T. Элементы множества T называются точками, элементы множестаа L прямыми. Упорядоченная пара (T,L) называется конечной регулярной плоскостью тогда у только тогда, когда выполняются следующие условия:

а) через любые две различные точки проходит одна и только одна прямая; и

б) $(\forall \ell \in L)|\ell| = m \in N \setminus \{1\}$.

В [2] показано, что каждой A_t^m-квазигруппе $(T,\cdot)$ соотвествует регулярная плоскость (T,L); $L = \{[a,b] | a \neq b \wedge a,b \in T\}$. Недавно в [3], доказано, что каждой регулярной плоскости (T,L) в которой $|\ell| \geq 3$, $\ell \in L$, соотвествует A_t^m-квазигруппа $(T,\cdot)$; $t = |T|$.

Примечание 3. Конечние проективние плоскости являются регулярними плоскостями. Если ($T,L,\|$) конечная аффинная плоскость, то (T,L) регулярная плоскость. И тому подобное: если ($T,L,\|$) аффинное пространство Спернера [16][1], то (T,L) регулярная плоскось. Аффинные плоскости являются частьным случаем к-сетей [6 - 8]. Нетривиальные пространства Спернера являются специальными конечними k-полусетями [5-6]. k-Полусети, введены автором в [4], являются одним обобщанием k-сетей [7-8]. Если k > 3, то k-полусети можно координатизировать с помощью k-2 регулярных частичных квазигрупп являющихся попарно регулярно ортогональными [4]. Таким образом, аффинное пространство Спернера не являющееся аффинной плоскостю можно координатизировать с помощью k-2 частичных квазигрупп не являющихся квазигруппами. В настоящей работе. попутно получим, что, вместе с тем каждую k-полусеть в которой каждая прямая имеет по меньшей мере три точки и любые две различные точки являются колинеарными [6], можно координатизировать с помощью одной A_t-квазигруппы. Кстати, k-полусети весьма тесно связани со специальными кодами [9 - 13], с r-дизайнами [14] и с одним классом (в общем случае частичных) <m,n> - квазигрупп (Q,A) [17][2]. Существуют k-полусети, в которых любые две различные точки являются колинеарными но прямые не имеют одно и то же число точек [6]. Также получим, что с помощью A_t-квазигрупп можно координатизировать и, например, проэктивное пространство Спернера[3]. Вообще говоря, в настоящей работе покажем, что с помощью A_t-квазигруп можно координатизировать "линейчатые конечные геометрии" специального класса.

В настоящей работе "линейчатые конечные геометрии" имеет следующий смысл:

Пусть T непустое конечное множаство и пусть непустое множество множество некоторых непустых подмножеств множества T. Элементы множества Tназиваются точками, элементы множества L прямыми. Упорядоченная пара (T,L) називается линейчатая конечная геометрия, короче L-геометрия, тогда и только тогда, когда выполняются следующие условия:

[1] [15], стр, 293 - 294.
[2] $A:Q^m \to Q^n$; $m \in N \setminus \{1\}$, $n \in N$.
[3] см. Примечание 4.

L1 Через любые две различные точки проходит не более одной прямой; и

L2 Каждая точка находится по меньшей мере в одной прямой.

Если в (T, L) имеет место

L2' Через любые две различные точки проходит одна и только одна прямая;

то в (T, L) спаведливы условия L1 - L2. L-геометрию (T, L), в которой имеет место L1', позволим себе назвать тотально колинеаризованной L-геометрией, короче TCL-геометрией.[1] Таким образом, TCL-геометрии являются конечными регулярными плоскостями тогда и только тогда, когда справедливо следующее условие:

$$\text{L3} \quad (\forall \ell \in L)\ |\ell| = m \in N \setminus \{1\}.$$

Пуст $(T, \cdot)$, $|T| = t \in N \setminus \{1,2\}$, A_t-квазигруппа. Пусть, далее,

$$L \stackrel{\text{деф}}{=} \{[a,b] \mid a,b \in T \wedge a \neq b\}.$$

Если, при этом, элементы множества T назовем точками а элементы множества L прямыми, то, учитывая следствие 3, находим, что имеет место следующее утверждение:

<u>Утверждение 4.</u> Если $(T, \cdot)$, $|T| = t \in N \setminus \{1,2\}$, A_t-квазигруппа, то (T, L), где

$$L \stackrel{\text{деф}}{=} \{[a,b]\ a,b \in T \wedge a \neq b\},$$

TCL-геометрия.

---

[1] В самом деле, если (T, L) является TCL-геометрией и $|\ell| \geq 2$ для всех $\ell \in L$, то L является разбиением Хартманиса типа 2 множества T [18].

Для доказательства обратного утверждения (при $|\ell| \geq 3$) используем следующее утверждение:

<u>Лемма 5.</u> (Ю. Шифтар, [3]). Для любого $m \in N \setminus \{1,2\}$, существует A_m^m-квазигруппа[1].

Справедливо следующее:

<u>Утверждение 6.</u> Каждой TCL-геометрии (T,L), в которой имеет место

L4 $\qquad (\forall \ell \in L)|\ell| \geq 3;$

соответствует A_t-квазигруппа $(T,\circ)$.

<u>Доказательство.</u> Пусть (T,L) TCL-геометрия удовлетворяющая условию L4. Отсюда, учитывая лемму 5, находим, что имеет место:

1^0 На каждой прямой $\ell_i \in L$, $i \in I$, можно определить бинарную операцию $\circ_i$, $i \in I$, такую, что $(\ell_i, \circ_i)$, $i \in I$, становится A_m^m-квазигруппой; $m = |\ell_i|$.

Учитывая L1' и 1^0, находим, что имеет место:

2^0 Для любых $a,b \in L$, $a \neq b$, существует одна и только одна (из, в 1^0, выбранных) $\circ_i$, $i \in I$, такая, что $a \circ_i b \in T$.

Имея в виду L1', каждый $a \in T$ является элементом по меньшей мере одного множества ℓ_i, $i \in I$. Поэтому, имея в виду 1^0, находим, что имеет место:

3^0 Для любого $a \in T$ существует по меньшей мере одна (из, в 1^0, выбранных), $\circ_i$, $i \in I$, такая, что $a \circ_i a = a$, и равенство $a \circ_i a = a$ имеет место для всех $i \in I$, удовлетворяющих условию $a \in \ell_i$.

На основании 2^0 и 3^0 находим, что имеет место:

---

[1] Утверждение доказано построением одного класса A_m^m-квазигрупп

4^0 $\circ \overset{\text{деф}}{=} \bigcup_{i\in I} \circ_i$ является идемпотеной бинарной операцией в множестве T.

На основании L1' и 1^0 находим, что имеет место:

5^0 В группоиде $(T,\circ)$ справедливо A4.

Пуст $a,b \in T$ любыееэлементы, удовлетворяющие условию $a \neq b$.
Отсюда, учитывая L1' и 1^0, находим, что $([a,b],\circ)$ является A_m^m-квазигруппой. Поэтому каждое из уравнений $a \circ x = b$ и $y \circ a = b$ обладает одним и только одним решением, принадлежащим множеству $[a,b]$. Предположение, что существуют и решения, не принадлежащие множеству $[a,b]$,противоречит условию A4 (5^0). Отсюда, учитывая 4^0, находим, что имеет место:

6^0 Группоид $(T,\circ)$ является квазигруппой.

Учитывая 4^0, 5^0 и 6^0, находим, что $(T,\circ)$ является идемпотентной квазигруппой, удовлетворяющей условию A4. Утверждение доказано.

На Рис. 1 изображена TCL-геометрия (T,L), где

$$T = \{1,\dots,12\},$$

а элементами множества L являются множества:

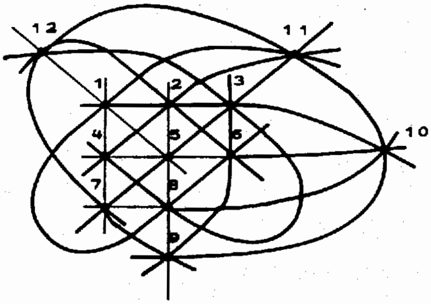

Рис. 1

$\ell_1 = \{1,2,3,10\}$,

$\ell_2 = \{4,5,6,10\}$,

$\ell_3 = \{7,8,10\}$,

$\ell_4 = \{1,4,7,9\}$, $\ell_5 = \{2,5,8,9\}$, $\ell_6 = \{3,6,9\}$,

$\ell_7 = \{1,6,8,11\}$, $\ell_8 = \{3,5,7,11\}$, $\ell_9 = \{2,4,11\}$,

$\ell_{10} = \{3,4,8,12\}$, $\ell_{11} = \{2,6,7,12\}$, $\ell_{12} = \{1,5,12\}$,

и $\ell_{13} = \{9,10,11,12\}$.

Здесь имеет место: $|\ell_3| = |\ell_6| = |\ell_9| = |\ell_{12}| = 3$, и если $i \notin \{3,6,9,12\}$, то $|\ell_i| = 4$[1]. На таблице 2 заданная A_3^3-квазигруппа, а на таблице 3 A_4^4-квазигруппа [1]. С помощью этих квазигрупп и метода из доказательства утверждения 6 TCL-геометрии, изображенной на Рис. 1, можно соответствовать A_{12}-квазигруппу. Так как она, очевидно, не является A_t^m-квазигруппой, то имеет место следующее утверждение:

<u>Утверждение 7.</u> Существует A_t-квазигруппа, не являющаяся A_t^m-квазигруппой.

·	1	2	3
1	1	3	2
2	3	2	1
3	2	1	3

Таб. 2

·	1	2	3	4
1	1	3	4	2
2	4	2	1	3
3	2	4	3	1
4	3	1	2	4

Таб. 3

<u>Примечание 4.</u> Нетривиальное аффинное пространство Спернера $(T, L, \|)$ является k-полусетью, в которой все прямые имеют одно и то же число точек $m \in N \setminus \{1\}$, все классы L_i, $i \in \{1,\dots,k\}$, имеют одно и то же число прямых $q \in N \setminus \{1\}$, и имеет место равенство $k = m\frac{q-1}{m-1} + 1$ [5 - 6]. Если $q = m$, то $(T, L, \|)$ аффинная плоскость. Так как соотвестствующий объект (T, L) является регулярной плоскостью, то каждому аффинному пространству Спернера, в котором имеет место $m \geq 3$, соответствует A_t^m-квазигруппа ($t = m \cdot p$). В примечании 3 мы упомянули проективное пространство Спернера. При этом мы считали, что объект (T, L) построен из аффинного пространства Спернера с помощью добавления в множестве T к новых точек $\overline{L}_1,\dots,\overline{L}_k$ таких, что $\cap L_i = \{\overline{L}_i\}$ для любого $i \in \{1,\dots,k\}$, и добавления в множестве L новой прямой $\{\overline{L}_1,\dots,\overline{L}_k\}$; $\overline{T} = T \cup \{\overline{L}_1,\dots,\overline{L}_k\}$, $\overline{L} = L \cup \{\{\overline{L}_1,\dots,\overline{L}_k\}\}$. Проективное пространство Спернера, очевидно, является TCL-геометрией. Если соответствующее аффинное пространство Спернера $(T, L, \|)$ не является аффинной плоскостью (если $p \neq m$), то $|\{L_1,\dots,L_k\}| > m + 1$

---

1) Кроме этого, прямые ℓ_3, ℓ_6, ℓ_9 и ℓ_{12} попарно не пересекаются.

[4 - 5]. В таких примерах соотвествующая A_t-квазигруппа не является A_t^m-квазигруппой.

Примечание 5. Известно, что емеет место следующее утверждение: Если (T,L) регулярная плоскость и $|T| = m^2$, где $m \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ число точек в каждой из прямых, то существует РСТ отношение $\|$ в множестве L такое, что $(T,L,\|)$ становится аффинной плоскостью порядка m. В рамках доказательства утверждения 2 мы доказали, что $(Q^2,\circ),Q = \{0,\ldots,5\}$, не является A_{36}-квазигруппой, и поэтому, что не является A_{36}^6-квазигруппой. Вообще говоря, A_{36}^6-квазигруппы не сущсствуют. Именно, существование A_{36}^6-квазигруппы эквивалентно существованию аффинной плоскости порядка 6, т.е. существованию 5 квазигрупп попарно ортогональных, а, как известно [7-8, 18][1], на множества из шести элементов не существует ни одна пара ортогональных квазигрупп. Однако, существует A_{36}-квазигруппа. Пусть $(T,L,\|)$ аффинная плоскость порядка 7, т.е. 8-сеть порядка 7 [7-8, 6]. Если из двух классов этой 8-сети, например, из L_1 и L_2,, выбросим по одной прямой, то она станет 8-полусетью[2] $(\overline{T},\overline{L}_1,\ldots,\overline{L}_8)$ удовлетворяющей следующими условиями:

а) $|\overline{L}| = |\overline{L}_2| = 6$,

б) $(\forall \ell)(\ell \in \overline{L}_1 \cup \overline{L}_2 \Rightarrow |\ell| = 6)$,

в) $|\overline{L}_3| = \ldots = |\overline{L}_8| = 7$,

г) в любом из классов $\overline{L}_3,\ldots,\overline{L}_8$ существует в точности по одной прямой из шести точек, и все прямые кроме этих из пяти точек,

д) $|\overline{T}| = 36$,

е) любая пара точек является колинеарной.

Отсюда, на основании утверждения 6, получаем, что A_{36}-квази-

---

1) A_6^6-квазигруппа, описанная на Таб. 1, не является дважды транзитивной [2]. В самом деле, каждая A_6^6-квазигруппа не является дважды транзитивной. В противном существовала бы аффинная плоскость парядка 6 [2].

2) 8-полусеть не являющаяся 8-сетью.

группы существуют. В этом построении можно использовать A_8^8-квазигруппу, описанную на таблице 1 и A_8^5-квазигруппу, например, принадлежащую классу, построенному в [3].

ЛИТЕРАТУРА

[1] Szamkolowicz L., On the problem of existence of finite regular planes, Colloq. Math., 9 (1962), 245 - 250.

[2] Пухарев,Н.К., Об A_n^k-алгебрах и регулярных конечных плоскостях, Сибирский Мат. ж., том. VI,№. 4 (1965), 892 - 899.

[3] Šiftar J., On the existence of A_n^k-quasigroups, Glasnik Mat., Vol. 18(38), 1983, 217 - 219.

[4] Ušan J., k-Seminets, Mat. Bilten, Skopje, 1 (XXVII), 1977, 41 - 46.

[5] Ушан Я., О одном классе конечных k-полусетей, Review of Research Faculty of Science -University of Novi Sad, Vol. 12 (1982), 387 - 398.

[6] Ušan J., On k-seminets, Rev. of Research Fac. of Science - Univ. of Novi Sad, Vol. 15-2(1985).

[7] Белоусов В.Д., Алгебраические сети и квазигруппы, Кишинев, "Штиинца", 1971.

[8] Dénes J. and Keedwell A.D., Latin Squares and their Applications, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1974.

[9] Ušan J., Stojaković Z., Orthogonal Systems of Partial Operations, Zb. Rad. Prirod.-Mat. Fak. u Novom Sadu, 8, 1978, 47 - 51.

[10] Ушан Я., Тошич Р., Сурла Д., Один способ построения ортогональных систем латинских прямоугольников, кодов и k-семисетей, Zb. Rad. Prirod.-Mat. Fak. u Novom Sadu, 9, 1979, 191 - 197.

[11] Ушан Я., Стоякович З., D-польные ортогональные системы частичных квазигрупп, Zb. Rad. Prirod.- Mat. Fak. u Novom Sadu, 9 (1979), 175 - 184.

[12] Ušan J., Stojaković Z., Partial quasigroups, Proc. of Algebraic Conference, Skopje, 1980, 73 - 85.

[13] Dénes J., Gergely E., Groupoids and codes, Colloqvia Mathematica Societatis, János Bolyai, 16, Topics in Information Theory, Keszthely (Hungary), 1975, 155 - 162.

[14] Bonisoli A., Deza M., Orthogonal Permutation Arrays and Related Structures, Acta Universitatis Carolinea - Mathematica et Physica, Vol. 24, №. 2, 1983, 23 - 38.

[15] Картеси Ф., Введение в конечные геометрии, Москва, "Наука", 1980.

[16] Sperner E., Affine Räume mit schwacher Inzidenc und zugehörige algebraische structuren, J. Reine und angew. Math., 1960, 204, S. 205 - 215.

[17] Čupona G., Ušan J., Stojaković Z., Multiquasigroups and some related structures, Macedonian Academy of sciences and arts, Contributions, section of Mathematical and Technical sciences, 12, 1980, 5-12.

[18] Stinson D.R., A short proof of the nonexistence of a pair of orthogonal Latin squares of order six, J. Combin. Theory Ser. A 36 (1983), 3, 373 - 376.

[19] Hartmanis J., Generalized Partitions and Lattice Embedding Theorems, Proc. of Symposium in Pure Math., Vol. II, Lattice Theory, Amer. Math. Soc. (1961), 22 - 30.

REZIME

A_t-KVAZIGRUPE

U radu se uvode A_t-kvazigrupe kao jedno uopštenje A_t^m-kvazigrupa [2], odnosno A_t^3- i A_t^4-algebri [1]. Pomoću A_t^m-kvazigrupa mogu se koordinatizirati konačne regularne ravni čije prave ℓ zadovoljavaju uslov $|\ell| \geq 3$ [3]. U ovom radu je pokazano da se pomoću A_t-kvazigrupa mogu koordinatizovati konačne TCL-geometrije čije prave sadrže bar po tri tačke. U posebnom slučaju, na taj se način mogu koordinatizovati i konačne k-polurešetke [4] u kojima je svaki par tačaka kolinearan a prave imaju bar po tri tačke.k-Polurešetke se, inače, mogu koordinatizovati pomoću regularnih sistema regularnih parcijalnih kvazigrupa [4], a u tesnoj su vezi sa jednom klasom kodova [9-13], sa r-dizajnima [14], sa afinim i projektivnim prostorima Spernera [5], kao i sa jednom klasom parcijalnih < m,n >-kvazigrupa [17].

Received by the editors March 26, 1986.