

Андреја Павловић**МАТЕМАТИЧКА ПИСМЕНОСТ КРОЗ ПРОЈЕКТНО УЧЕЊЕ:
ОД ЗАДАТКА ДО РАЗУМЕВАЊА СВЕТА**

Сажетак. У раду се разматра значај функционалне математичке писмености код ученика основне школе кроз примену пројектно оријентисане наставе. Коришћењем аутентичних примера из педагошке праксе аутора, представљени су пројекти који повезују математичко знање са свакодневним ситуацијама ученика, као што су анализа исхране и буџетирање екскурзије. Посебан акценат стављен је на развој вишеструких компетенција, од статистичке и дигиталне писмености до критичког мишљења и саморефлексије. Теоријски оквир ослоњен је на савремене приступе учењу, укључујући конструктивизам, ситуирано учење и рефлексивну праксу. Рад указује на значај флексибилности наставника, али и на системски потенцијал пројектне наставе за оснаживање математичког образовања. Закључује се да математика може бити алат за разумевање света када је ученик активан истраживач, а школа простор за повезивање знања и живота.

1. Увод

Савремено друштво утемељено је на подацима, бројевима, анализама и доношењу одлука које подразумевају разумевање квантитативних односа и логичких структура. У таквом контексту, математичка писменост постаје један од основних предуслова за функционално и одговорно учешће појединца у свакодневном животу, али и у друштвеним, економским и политичким процесима. Ипак, упркос присутности математике у школама, истраживања показују да велики број ученика напушта образовни систем без развијене способности да стечено знање примени у реалним ситуацијама [1]. Проблем не лежи само у садржају већ и у начину на који се то знање стиче и вреднује.

Традиционални приступи настави математике, засновани претежно на фронталном раду, формализованом решавању задатака и усмерености на тачан резултат, често занемарују суштинско разумевање, контекстуализацију и повезивање

Фондација Varkey Foundation која, у сарадњи са UNESCO-ом, додељује награду “Global Teacher Prize”, објавила је да је Андреја Павловић, финалиста српске награде за најбољег наставника „Просветитељ“ и наставник у основној школи „Јован Цвијић“ из Смедерева, изабран међу 50 најбољих наставника у свету.

Андреја Павловић је рођен у Смедереву, дипломирао је на Математичком факултету у Београду и завршио специјалистичке курсеве „Квантитативне методе истраживања“ (ФПН, Београд) и „Праведне транзиције на Балкану“ (ФЕФА, Београд). Рангиран је у 2% најбољих наставника у свету на Међународној наставничкој олимпијади. [Преузето са сајта Математичког факултета у Београду]

са животним искуством ученика. Такав образовни модел може код ученика да изазове осећај одбојности и отуђености од предмета, стварајући перцепцију да је математика скуп апстрактних правила који нема додира са стварношћу. На супрот томе, савремени педагошки модели указују на важност активног, конструктивног приступа у коме је ученик субјект сопственог учења, а знање се гради кроз истраживање, експериментисање, сарадњу и рефлексију [2], [3].

Јо Боалер [4] истиче да традиционална настава математике често фаворизује брзо решавање задатака и прецизност, док занемарује процес размишљања и разумевања, што може дугорочно нарушити учениково самопоуздање и однос према предмету. Слично томе, Килпатрик, Свафорд и Финдел [5] наглашавају да математичка писменост не обухвата само процедурално знање, већ и адаптивно резонување и стратешку компетенцију, способност да се математичке идеје примењују у новим контекстима.

На националном нивоу, стратегије образовања у Србији (Стратегија развоја образовања и васпитања у Републици Србији до 2030. године, „Сл. гласник РС“, бр. 63/2021) такође препознају значај функционалног знања и траже од наставника да усмере своје методе ка развијању практичних вештина и повезивању градива са животом ученика. Ипак, у пракси је примена ових принципа често ограничена ригидношћу плана и програма, недостатком времена и доминацијом репродуктивног вредновања које подстиче механичко учење.

У овом чланку биће представљена искуства из праксе увођења пројектно оријентисане наставе математике, која има за циљ развој математичке писмености код ученика основне школе. Фокус је на осмишљавању и реализацији наставних пројеката који повезују математичке концепте са свакодневним животним ситуацијама, омогућавајући ученицима да знање доживе као лично релевантно и применљиво. Биће размотрени теоријски темељи овог приступа, затим приказани конкретни примери пројеката реализованих у учионици, као и ефекти које су ти пројекти имали на разумевање и мотивацију ученика. Посебна пажња посвећена је анализи два пројекта: „Ужина под лупом: храна на школском одмору“ и „Екскурзија под лупом: колико коштају успомене?“, који се баве питањима потрошње, здравља, планирања и одговорног одлучивања.

Циљ рада јесте да укаже на могућности трансформације наставе математике из формалистичког и статичног модела ка динамичном, истраживачком и ученику релевантном приступу, који афирмише не само репродукцију знања, већ и његово разумевање, критичку примену и смислено повезивање са свакодневним ситуацијама. Такође, чланак има за циљ да допринесе дискусији о функционалној писмености у савременом образовању, са посебним нагласком на математичку димензију као темељ за развој компетенција потребних за ново доба 21. века.

2. Теоријски оквир

Математичка писменост, према дефиницији ОЕCD-а коришћеној у оквиру PISA истраживања, означава „способност појединца да формулише, користи и интерпретира математику у различитим контекстима. Она укључује математичко резонување и коришћење математичких концепата, процедура, чињеница и алата

за описивање, објашњавање и предвиђање појава“ [1]. Другим речима, математичка писменост превазилази техничку вештину решавања задатака и усмерена је на функционално знање, знање које се користи ван оквира школе, у свакодневним и професионалним ситуацијама.

Национални савет за наставне стандарде из математике (NCTM) у свом документу “Principles and Standards for School Mathematics” [6] наглашава да су кључни циљеви наставе развој разумевања, флексибилности у решавању проблема, комуникације и повезивања знања са реалним светом. Истовремено, Килпатрик и сарадници [5] идентификују пет компоненти математичке компетенције: концептуално разумевање, процедурална тачност, стратешка компетенција, адаптивно резонување и продуктивна диспозиција.

У пракси, међутим, ове компоненте често остају у сенци због доминантног ослањања на формалне тестове знања, чији задаци ретко одражавају комплексност стварног света. Учионица често постаје простор репродукције, а не примене знања. Из мог искуства, када ученици добију задатак да израчунају просечну потрошњу новца на ужину током недеље и да то представе графички, они не само да примењују знање о математичким појмовима, већ га контекстуализују, процењују сопствене навике и из тога изводе личне закључке. Тада се знање не само користи већ се и развија.

Теоријски оквир оваког приступа чврсто је утемељен у конструктивистичкој педагогији. Виготски [3] указује на значај „зоне наредног развоја“, где ученици, уз подршку, прелазе из онога што знају ка ономе што могу да науче. Брунер [2] додаје да је знање истински усвојено тек када се може применити у новој ситуацији, а не само поновити у идентичној. Пројектно учење се ослања управо на те принципе: ученик је активни учесник, знање је средство за решавање проблема, а процес учења динамичан, вишеслојан и отворен за истраживање.

Важно је истаћи и улогу теорије ситуираног учења [7], која полази од става да се знање стиче и развија кроз активно учествовање у друштвено релевантним активностима. Према овом приступу, знање није универзално преносиво, већ дубоко укорењено у контексту и култури учења. То значи да математика постаје смисленија и дугорочније усвојена када се учи кроз задатке који имају јасно дефинисан циљ у реалном окружењу, што пројектна настава омогућава.

Добре праксе широм света потврђују вредност пројектно оријентисаног учења у развоју математичке писмености. У Финској, захваљујући иницијативама као што је LUMA центар (Национална финска мрежа за промоцију математичко-природнонаучног образовања), пројектно оријентисано учење математике интегрише теме личних финансија, екологије и планирања путовања, чиме се ученицима приближава примена математике у реалним животним ситуацијама. У Канади се развијају програми где ученици воде сопствени мали бизнис (у оквиру “Shark Tank” симулација), прорачунавајући трошкове, приходе и порезе, презентују „инвеститорима“, све у склопу редовне наставе математике. Овакви модели не само да подстичу учење, већ и развијају финансијску, грађанску и дигиталну писменост, што додатно потврђује мултидимензионални значај математичког образовања.

У том светлу, математичка писменост није статична категорија. Она се развија у интеракцији са контекстом. Пројекти који укључују реалне податке, као што су лична потрошња, калоријска вредност хране или буџетирање екскурзије, показују како математика постаје алат за разумевање себе и света. Када ученици схвате да математика може да им помогне да донесу бољу одлуку, да ли купити сендвич или воћку или колико да понесу новца на излет, тада она престаје да буде још један „школски предмет“ и постаје део њихове свакодневице.

Пројектна настава не само да подстиче математичко размишљање, већ развија и осећај за одговорност, рефлексiju и друштвену употребу знања. Увођење пројектне наставе у редовни образовни процес, уз одговарајућу обуку наставника и флексибилнији приступ планирању, представља један од могућих праваца у реформи математичког образовања. У овом раду биће приказано како овакви приступи изгледају у пракси и какве ефекте могу да имају на ученике основношколског узраста.

3. Педагошки приступ пројектном учењу у математици

Пројектно учење у контексту наставе математике представља методолошки оквир који надилази пуко решавање задатака и поставља ученике у центар образовног процеса. Уместо да репродукују знање, ученици га истражују, примењују и конструишу у реалним и комплексним ситуацијама. У том смислу, успешна имплементација пројектне наставе захтева пажљиво планиране фазе рада, јасан педагошки концепт и сталну рефлексiju наставника и ученика. У наставку биће описане кључне фазе реализације пројеката и методолошки принципи који су се показали као најефикаснији у развоју математичке писмености.

3.1. Избор теме и дефинисање контекста

Сваки успешан пројекат у настави математике започиње избором теме која је блиска искуству ученика, али истовремено довољно комплексна да покрене вишедимензионално размишљање и да носи педагошки потенцијал за развој математичких вештина. Теме као што су буџетирање екскурзије, анализа трошкова ужине или лична потрошња (које ће бити описане), као и анализе свакодневних навика, омогућавају ученицима да математику доживе као средство за решавање проблема које препознају као лично важне. Кључно је да ученици разумеју зашто је задатак важан и како се односи на њихове животе и управо ту се рађа унутрашња мотивација. Дobar наставник у овој фази не намеће задатак, већ га гради заједно са ученицима кроз разговор, предлоге и постављање проблема из свакодневице.

3.2. Постављање питања и планирање активности

Након што је тема одабрана, следи формулација централних питања која усмеравају рад: „Колико новца потрошимо на ужину у једној недељи?“, „Који је најекономичнији оброк који можемо да купимо у школи?“, „Да ли су дечаци и девојчице склони различитим потрошачким навикама?“ или „Који је просечан трошак екскурзије по ученику?“. Питања ученике воде ка истраживању, прикупљању података и анализи. Планирање активности укључује избор метода за прикупљање

и обраду података, као и техничку поделу улога у групи. Ова фаза захтева развијање тзв. „пројектног мишљења“ код ученика: способности да разложи комплексан задатак на кораке, поставе приоритете и преузму одговорност за део посла. Овакав приступ се ослања на принципе кооперативног учења [8], које подстиче међусобно учење и развој социјалних вештина.

3.3. Истраживање и прикупљање података

Ова фаза доноси највећу разлику у односу на традиционалну наставу, ученици излазе из школских шаблона и улазе у свет реалних бројева, несавршених података и непредвидивих резултата. Прикупљање података може укључивати анкетирање вршњака, бележење личних навика, анализирање рачуна из продавница или коришћење отворених база података. У овој фази се учи и о тачности, поузданости и критичком односу према бројкама и информацијама, компетенцијама које су кључне за функционалну писменост.

Ученици напуштају оквире уџбеника и сусрећу се са стварним, ненамештеним подацима. Кроз анкетирање вршњака, вођење дневника потрошње или коришћење интернет извора, развијају критички однос и анализу према информацијама и стичу вештине статистичке писмености. Ова активност омогућава развој више PISA компетенција: интерпретацију, формулацију и примену математичких модела [1].

Осим тога, ученици стичу важно искуство које има непосредну примену у савременом друштву и њиховим будућим пословима. У ери података и информација, истраживање постаје саставни део готово сваког посла, од економије и медицине до менаџмента, образовања и медија. Доношење одлука заснованих на доказима више није привилегија научних институција, већ очекивани стандард у модерном професионалном окружењу. Кроз овакве пројекте ученици уче да добра одлука није ствар интуиције, већ резултат квалитетног увида у податке и способности да се ти подаци тумаче одговорно и промишљено.

3.4. Обрада података и математичка анализа

Ово је срж математичког рада: ученици организују податке у табеле, израђују графиконе, израчунавају просеке, разлике, проценте. Наставник овде помаже да се избор метода прилагоди циљевима пројекта, али ученици су ти који одлучују како да представе информације. Ученици тако уче да је математика језик који помаже да објаснимо свет, али и средство које захтева прецизност, логику и етичку одговорност. Ова фаза пружа идеалан простор за повезивање више области математике као што су аритметика, статистика, пропорција, па чак и елементарна алгебра или геометрије (нпр. када се пројектује изглед постера или презентације).

Обрада података укључује организацију информација у табелама, израду графикона и извођење основних статистичких закључака. У зависности од узраста ученика, користе се операције сабирања, израчунавање просека, рад са процентима, пропорционалности, па и линеарне функције. Ученици могу користити дигиталне алате попут Excel-а, GeoGebra-е, Google Sheets-а, али и напредније едукативне платформе као што су CODAP (Common Online Data Analysis Plat-

form), Canva (за визуелизацију података) или чак Python (у каснијим фазама школовања).

Правилан избор алата и јасно препознавање врсте података са којима се ради значајно доприноси разумевању проблема. Ученици се оспособљавају да идентификују релевантне информације, уоче обрасце, пореде промене и интерпретирају резултате. Тако дигитална и статистичка писменост постају међусобно повезане и природно развијане.

3.5. Интерпретација резултата и доношење закључака

Један од најважнијих циљева пројектне наставе јесте да ученици не стану код бројчаних вредности, већ да из њих изводе закључке. Зашто трошимо више новца у петак? Да ли су здравије ужине скупље? Шта би могло да смањи трошкове на екскурзији? Ученици уче да бројеви нису неутрални и апстрактни, да ако су део неког контекста могу да испричају причу. Ова етапа је кључна за развој аналитичког мишљења и способности доношења одлука на основу података, што представља саму срж математичке писмености.

Математика, када је смислена, треба да води до разумевања појава. Ученици не стају на нумеричком резултату, већ га повезују са стварношћу. Пример: ученик закључује да су чоколадице најскупљи извор енергије у школској понуди, али и најмање нутритивно вредне. Други закључује да су његови трошкови током екскурзије били значајно већи јер није планирао потрошњу унапред. Учење постаје рефлексивно, повезано са емоцијама и вредностима. Овакав вид когнитивне активације у корелацији је са теоријом дубоког учења [9], према којој знање стиче дугорочни смисао само када се интегрише са претходним искуствима и новим перспективама.

3.6. Презентација и размена

Завршна фаза сваког пројекта укључује презентацију резултата, која може бити усмена, писана или дигитална. Ученици креирају постере, презентације, инфографике па и мини-извештаје и видее. Презентације се одржавају у учионици, на школским паноима или интерним смотрама. Ученици добијају прилику да постану „наставници“, делећи своја открића са другима. Ова етапа не само да развија комуникационе вештине, већ и учвршћује разумевање јер ученици знање преносе другима. Такође, јавна презентација подстиче одговорност и понос због уложеног труда.

Размена знања, на овакав начин, има вишеструки ефекат: учвршћује разумевање, развија самопоуздање, али и подстиче културну димензију учења кроз заједничку валидацију нових значења [10].

3.7. Рефлексивност

Рефлексивност је фаза која се често прескаче, али која има изузетну вредност у развоју самосвесног ученика. У овој фази ученици, заједно са наставником, анализирају шта су научили, шта би могли да ураде другачије, уочавају евентуалне грешке и како су се осећали током процеса. Ова врста педагошке интроспекције

помаже ученицима да разумеју како уче и даје им алате да учење препознају и ван школе.

Рефлексија се реализује путем дискусије, писаних осврта или структурисаних упитника. У овој фази често се појављују увиди који нису чисто математички: „Нисам знао да сам способан да анализирам овако сложен проблем“, „Научио сам да не мора све одмах да успе“, „Схватила сам колико вреди тимски рад“. Према Шену [11], рефлексија у и над праксом чини основу професионалног раста и код ученика и код наставника.

Пројектно учење у математици није метод који се додаје већ представља филозофију учења, поглед на знање као процес, а не као збир информација. У том смислу, оно има трансформативни потенцијал како за ученике, тако и за наставнике који га примењују.

4. Пример 1: „Ужина под лупом“ – лична потрошња и калоријска анализа

Пројекат „Ужина под лупом: храна на школском одмору“ осмишљен је као педагошки експеримент са циљем да код ученика седмог разреда развије способност прикупљања, анализе и интерпретације података у реалном контексту. Конкретније, у вези са њиховим свакодневним прехранбеним навикама. Кроз овај пројекат, ученици примењују математичка знања на сопствени живот, истовремено развијајући функционалну писменост у области здравља, финансија и исхране.

4.1. Контекст и циљеви пројекта

Идеја за пројекат проистекла је из запажања да ученици свакодневно конзумирају различите врсте хране и пића у школи, најчешће без свести о нутритивној и финансијској вредности својих избора. Циљ пројекта био је да ученици кроз самостално прикупљање података дођу до увида у то колико троше новца, колико калорија унесе, какве навике имају и да те податке математички анализирају. У ширем смислу, циљ је и оснаживање ученика за доношење одговорних и информисаних одлука. Укључивање наставника из биологије и физичког васпитања доприноси бољем разумевању значаја праћења уноса и трошења калорија као пута ка здравом животу.

4.2 Методологија и план активности

Ученици су попуњавали анкетне листе у периоду од десет наставних дана, у којима су за сваки дан уносили податке о врсти хране и пића конзумираних током школског одмора, количини, процењеној калоријској вредности коју су добијали истраживањем података о храни и потрошеном новцу (слика 1). Такође су евидентирали основне антропометријске податке, висину и тежину, који су омогућили израчунавање индекса телесне масе (ВМИ). Пројектни задатак је тиме обухватио квантитативно праћење личног понашања, примену математичких знања и разумевање здравствених параметара.

Анализа података обухвата следеће параметре: укупну и просечну потрошњу по ученику, збир и просек унетих калорија, корелацију између потрошеног новца и

Упутство за попуњавање: Попуни податке у наставку искрено и тачно. Бележи само оно што си јео или пио током боравка у школи (укључујући и непосредно пре или после наставе). За сваку ставку унеси врсту намирнице, количину, процену калорија и укупно потрошени новац тог дана.

Одељење: 7/ __

Пол: ☐ Мушки ☐ Женски

Висина (у цм): _____ Тежина (у кг): _____ БМИ (накнадно израчунати): _____

Смена: ☐ Преподне ☐ ПоподнеСмена: ☐ Преподне ☐ Поподне

Понедељак, 5. мај 2025.

Храна/пиће	Количина	Калорије (ккал)	Потрошено (РСД)

Уторак, 6. мај 2025.

Храна/пиће	Количина	Калорије (ккал)	Потрошено (РСД)

Среда, 7. мај 2025.

Храна/пиће	Количина	Калорије (ккал)	Потрошено (РСД)

Четвртак, 8. мај 2025.

Храна/пиће	Количина	Калорије (ккал)	Потрошено (РСД)

Петак, 9. мај 2025.

Храна/пиће	Количина	Калорије (ккал)	Потрошено (РСД)

Понедељак, 12. мај 2025.

Храна/пиће	Количина	Калорије (ккал)	Потрошено (РСД)

Уторак, 13. мај 2025.

Храна/пиће	Количина	Калорије (ккал)	Потрошено (РСД)

Среда, 14. мај 2025.

Храна/пиће	Количина	Калорије (ккал)	Потрошено (РСД)

Четвртак, 15. мај 2025.

Храна/пиће	Количина	Калорије (ккал)	Потрошено (РСД)

Петак, 16. мај 2025.

Храна/пиће	Количина	Калорије (ккал)	Потрошено (РСД)

Слика 1

калоријске вредности obroка, поређење навика ученика из прве и друге смене (уз претпоставку да ученици у првој смени чешће доручкују у школи, док они из друге смене долазе након ручка), однос између ВМІ ученика и просечног калоријског уноса.

Посебан сегмент пројекта је усмерен на развој тзв. „здравствено-економске стратегије“, у оквиру које ће ученици, на основу прикупљених података, предложити здравији и нутритивно оптималнији оброк у истом ценовном рангу као и њихов најчешћи избор. У школама које, попут моје, имају функционалан школски ресторан, ови предлози могу послужити као темељ за креирање дневног менија са циљем да се ученицима понуди балансирана и приступачна ужина.

4.3. Математичке компетенције у фокусу

Пројекат развија широк спектар математичких компетенција: рачунање просека и укупне вредности, рад са реалним бројевима, сабирање новчаних износа, рад са пропорцијама и процентима, као и приказ података кроз графиконе и табеле. Планирана је и употреба дигиталних алата (Excel) за анализу, визуализацију и обраду података, чиме се доприноси и развоју дигиталне писмености. Осим нумеричких вештина, ученици развијају способност интерпретације резултата, доношења закључака на основу статистичких образаца и упоређивања реалних варијабли.

4.4. Педагошки увиди и очекивани резултати

На основу досадашњих активности и дискусија у учioniци, може се претпоставити да ће ученици кроз квантитативну анализу сопствених навика стећи дубље разумевање односа између исхране, трошкова и здравља. Пројекат већ сада показује потенцијал за повећање саморефлексије, критичког мишљења и одговорности код ученика. У појединим дискусијама ученици су изражавали изненађење сопственим резултатима: „Нисам знао да сваког дана поједем више од 1000 калорија за ужину“, или: „За исти новац могао сам да узмем нешто здравије.“

У складу са теоријом ситуираног учења [7], ученици овде знање не стичу из уџбеника, већ кроз непосредно искуство и интерпретацију сопствених података. Математика тиме постаје алат за разумевање личног света, а не апстрактна дисциплина. Очекује се да ће коначни резултати пројекта довести до креирања конкретних предлога за јеловник који би задовољио нутритивне стандарде, а истовремено остао у оквиру просечне дневне потрошње ученика. Тиме се овај пројекат позиционира као модел који интегрише математичко, здравствено и грађанско образовање, са јасним развојним потенцијалом за будућу примену у различитим школским контекстима, као и за обликовање школских политика у области исхране.

5. Пример 2: „Екскурзија под лупом“ – буџетирање екскурзије

Пројекат „Екскурзија под лупом: колико коштају успомене?“ реализован је током дводневне школске екскурзије ученика седмог разреда, са циљем да се анализирају потрошачке навике ученика у специфичном контексту, ван редовног школског окружења. Ученици су, кроз структурисану анкету, бележили колико новца су потрошили на различите категорије (храна/пиће, сувенири/поклони, забава), у којим местима и на који начин су донели одлуку о куповини. На основу тих података развија се низ важних компетенција: планирање, анализирање, вредновање и доношење одлука, све то кроз математички језик.

Важно је напоменути да је пројектна настава оваквог типа предвиђена и званичним планом и програмом математике за седми разред основне школе и то у последњем тромесечју школске године. У оквиру тог сегмента ученици треба да примене знања из области средње вредности, мода, медијане, као и обраде и презентације података. Управо из тог разлога овај пројекат је структуриран тако да повеже искуство са екскурзије са конкретним математичким садржајима предвиђеним курикулумом. Додатно, облик пројекта произашао је из стварне и честе потребе ученика и родитеља изражене непосредно пред полазак: „Колико новца треба да понесем?“. Један од циљева овог пројекта јесте управо да наредној генерацији ученика пружимо конкретан, подацима заснован, одговор на то питање.

5.1. Структура анкете и план активности

Анкета коју су ученици попуњавали садржавала је питања распоређена по местима која су обишли (Сокобања, Ниш, Лебане, Лесковац), и у оквиру сваког

места категорије на које су трошили новац: храна и пиће, сувенири, поклони, забавне активности и друго (слика 2). За куповину уносили су и процену да ли је била планирана или импулсивна, као и разлоге због којих су се одлучили за њу. Подаци су се уносили свакодневно, непосредно по повратку из сваке локације, а затим систематизовали у школи.

Експедиција под лупом: Колико коштају успомене?
Истраживачки дневник ученика седмог разреда

Пол(заокружити): М Ж Одељење: _____ Понео/ла новца: _____ РСД

ТАБЕЛА ТРОШКОВА ПО ДАНИМА И МЕСТИМА

Дан	Локација	Храна/пиће (РСД)	Сувенири/поклони (РСД)	Остало (забава итд.) (РСД)	Укупно (РСД)
1	Сокобања – шетња и пауза				
1	Ниш – Тврђава, Тело кула				
1	Ниш – вече				
2	Лебане – Царичин град				
2	Лесковац – музеј и ручак				
2	Манастир Свети Роман				
	Паузе на пумпама / пут				
	УКУПНО				

1. Колико новца сам укупно потрошио/ла? _____ РСД

2. Да ли сам потрошио/ла више на храну и пиће или на сувенире/поклоне? _____

3. Која је била најпаветнија куповина, а која најмање потребна? _____

4. Да ли сам испоштовао/ла свој план потрошње? (да/не) _____

5. Мој најбољи савет за будуће генерације седмака: _____

Слика 2

5.2. Математичке активности и компетенције

У овом пројекту ученици развијају следеће математичке вештине: сабирање и упоређивање новчаних износа по данима и местима, изражавање процентуалне расподеле по категоријама трошкова, израчунавање просечне дневне потрошње и укупне потрошње по ученику, поређење планираног и стварног буџета (ако постоји), идентификовање најчешћих облика потрошње у различитим контекстима, одређивање средње вредности у контексту индивидуалних и групних трошкова.

Као и код претходног пројекта, ученици податке уносе у табеле (ручно и дигитално), користите графиконе (кружни, стубичасти), а резултати се анализирају кроз тимску дискусију и индивидуалну рефлексiju.

5.3. Педагошки циљеви и очекивани резултати

Кроз овај пројекат ученици ће моћи да одговоре на питања: „Колико заиста кошта експедиција?“, „На шта трошимо највише?“, „Да ли сам својим новцем управљао рационално?“ Очекује се да ће ученици уочити велике разлике у потрошњи, као и чињеницу да најскупље ствари често нису и највредније. У

дискусијама које су већ започете након повратка, ученици су говорили о осећају задовољства због „корисне куповине“ или жаљења што су „потрошили све у прва два сата путовања“.

Увођењем питања о планираној и непланираној потрошњи, пројектна настава добија и елементе емоционалне и социјалне рефлексије: како доносимо одлуке под притиском групе, како реагујемо када нам се нешто свиђа, али знамо да то није исплативо? У овом аспекту пројекат се ослања на теоријске оквире доношења одлука под ограничењима (bounded rationality [12]) и емоционалне писмености.

5.4. Применљивост и наставак

Овај модел пројекта може да буде темељ за годишње праћење потрошачких навика ученика на свим школским излетима и екскурзијама, али и основа за развој модула из финансијског образовања. Посебна вредност је у томе што ученици постају аутори података које анализирају, улога која их охрабрује да мисле, преиспитују и предлажу.

Као завршну фазу пројекта, ученици ће креирати препоруке за будуће генерације седмака: како рационално планирати буџет за екскурзију, како избећи непотребну потрошњу и како се припремити за два аспекта екскурзије, едукативан и финансијски.

6. Анализа ефеката

Реализација пројекта „Ужина под лупом“ и „Екскурзија под лупом“ резултирала је низом позитивних образовних и педагошких ефеката, како на ученике, тако и на сам процес наставе. Анализа ефеката укључује квалитативна запажања, утемељена на свакодневном раду и опажањима наставника, као и теоријске увиде који потврђују значај пројектно оријентисаног приступа у развоју математичке писмености.

6.1. Ефекти на ученике: ангажовање, увид и одговорност

Приметна је значајна промена у нивоу ангажованости ученика, нарочито код оних који се у традиционалној настави ретко истичу. Пројекат је ученицима дао осећај власништва над учењем, што је резултирало повећаном пажњом, тачношћу у вођењу података и жељом да добијене резултате представе и одбране. За разлику од класичних задатака, овде су ученици добијали прилику да буду истраживачи сопственог понашања, што је код већине изазвало радозналост и жељу за додатним учењем.

Посебно је значајно што су ученици самоиницијативно долазили до закључака о нерационалним навикама, високој потрошњи или неусклађености између калоријског и економског аспекта исхране. На тај начин су почели да препознају обрасце и да математику виде као средство за разумевање света око себе.

6.2. Развој метакогнитивних и међупредметних вештина

Ученици су развијали и метакогнитивне вештине: научили су како да планирају сопствени рад, како да га самостално прате и коригују, као и да критички

промисле о свом процесу учења. Кроз самопроцену и тимску евалуацију, ученици су постајали свесни не само „шта“ знају, већ и „како“ су до тог знања дошли. Овај слој учења је у теорији познат као рефлексивна пракса [11], [13], а у пракси је кључан за развој одговорног и самосталног ученика.

Такође, пројекти су омогућили снажно међупредметно повезивање са биологијом (нутритивне вредности), физичким васпитањем (ВМІ), грађанским васпитањем (потрошачке навике, планирање) и информатиком (рад са табелама). Ова интердисциплинарна природа пројекта потврђује теоријски став Етиена Венгера о заједницама праксе, где се знање развија кроз вишеструке перспективе и друштвено учествовање [14].

6.3. Промене у наставничкој перспективи и професионални развој

Улога наставника у овим пројектима се значајно променила, од предавача ка фацилиторској улози, ментору и дизајнеру ситуација за учење. Уместо контроле, акценат је био на подстицању, усмеравању и постављању питања. Овакав приступ подразумева високу професионалну сигурност и спремност да се део одговорности за процес учења пренесе на ученике. Ово захтева како теоријско знање, тако и методичку креативност.

За наставника, овакви пројекти представљају облик професионалног учења кроз праксу, што је посебно значајно у контексту савремених образовних реформи које захтевају адаптабилност и иновацију. Увођење и евалуација оваквих пројеката доприноси личном развоју наставника као истраживача и креатора образовног процеса.

6.4. Ефекти на школску заједницу и шири систем

Оба пројекта су изазвала значајно интересовање у школској заједници, како међу колегама, тако и међу родитељима. Родитељи су често истицали да су први пут са децом разговарали о потрошњи, навикама у исхрани или планирању буџета. У оквиру наставничког колектива, покренуте су идеје и расправе о укључивању пројектне наставе у друге предмете и о могућностима заједничких међупредметних пројеката.

Овакви резултати показују да добро конципирани пројекти не остају затворени у учионици, већ имају потенцијал да утичу на целокупни образовни екосистем школе. Тиме се остварује и основна визија савременог образовања, школа као заједница учења.

6.5. Потврда важности математичке писмености у свакодневном животу

Ученици који су раније постављали питање: „Зашто учимо ово?“ сада сами долазе до одговора. Математика више није сврха сама себи већ постаје алат за разумевање света, за планирање и одлучивање. Пројекти попут ових доприносе развоју функционалне писмености, која не подразумева само способност решавања задатака, већ и примену знања у новим, непредвидивим ситуацијама.

Као што истиче Јо Боалер [15], најбоља настава математике јесте она која развија флексибилно мишљење и способност да се знање пренесе из учионице

у стварни живот. У том смислу, ефекти ових пројеката превазилазе тренутне исходе и отварају простор за развој трајних, релевантних и животно применљивих компетенција код ученика.

7. Дискусија и системска перспектива

Пројектна настава отвара важна питања о будућности математичког образовања и позицији наставника у савременом образовном систему. Њена вредност није само у реализацији наставних исхода, већ и у начину на који редефинише однос ученика према математици, наставника према процесу учења и школе према својој образовној мисији.

7.1. Математика ван учионице: промена парадигме

Традиционална настава математике често остаје затворена унутар оквира табли, збирки и тестова. Међутим, савремени ученик живи у свету који захтева повезивање, критичко мишљење и примену знања у променљивим ситуацијама. Пројекти показују да се математичка писменост најефикасније развија када ученици знање не примају, већ га граде кроз посматрање, анализу и закључивање. Ова промена парадигме у складу је са конструктивистичким и ситуираним теоријама учења, које наглашавају важност контекста и личне релевантности у процесу усвајања знања [2], [7].

7.2. Пројектна настава као модел за системску промену

Пројекти описани у овом раду нису инцидентни ни додатни део наставе, они су осмишљени тако да произлазе из образовних циљева и тематских целина, али их реализују у животно релевантним контекстима. Тиме се показује да пројектна настава може бити основ за интегрисано, смислено и функционално учење. Такав приступ се уклапа у савремене европске образовне политике које теже развоју кључних компетенција, међу којима је математичка писменост препозната као темељна [16].

У том светлу, ови пројекти отварају могућности за хоризонтално ширење, увођење сличних модела у друге разреде, предмете, па и међупредметне пројекте који повезују математику са економијом, биологијом, физичком културом, грађанским васпитањем и дигиталним компетенцијама.

7.3. Наставнички простор за иновацију и флексибилност

Иако постоје формални оквири наставе, ови пројекти показују колико је важно да наставницима буде остављен педагошки простор за експериментисање и креативност. Увођење оваквог приступа захтева подршку: кроз стручна усавршавања, ресурсе и афирмацију оних који иновирају. Истовремено, потребно је системски препознати и вредновати овакве облике наставе, не као изузетке који завесе од појединца, већ као пожељне образовне праксе.

7.4. Пројекти као доказ да се и једноставно може бити ефикасан

Важно је нагласити да представљени пројекти, иако по обиму релативно једноставни и временски ограничени, имају потенцијал да изазову дубоке промене у

начину размишљања ученика и наставника. Управо њихова доступност и практичност чине их примерима добре праксе јер доказују да успешна пројектна настава не мора бити комплексна да би била делотворна.

Ово је посебно важно нагласити у образовној култури у којој постоји латентни отпор према променама из страха да је „пројекат“ синоним за логистички и временски презахтеван подухват. Ови примери показују супротно: сваки наставник може и треба да започне, макар са малим, тематски блиским пројектом и да постепено развија свој приступ. И што је још важније, да не одустане ако пројекат не да одмах савршене резултате. Педагошка пракса није егзактна и линеарна. Она је динамична, итеративна и зависи од контекста.

7.5. Наставник као дизајнер искуства учења

Реализација оваквих пројеката потврђује идеју да је савремени наставник више од преносиоца знања, он је дизајнер образовног искуства, рефлексивни практичар и лидер у учионици. Он послушнује свакодневницу ученика, претвара реалне проблеме у задатке, и усмерава ученике да кроз решавање тих задатака развијају академске и животне вештине.

Ова улога је у складу са савременим приступима професионалном развоју наставника, у којима се наглашава значај учења кроз акцију, рефлексiju и сарадњу [17]. Пројекти овог типа могу послужити и као форма акционог истраживања у коме наставник осмишљава, примењује, анализира и унапређује властиту праксу на темељу реалних података.

7.6. Потреба за мрежом добре праксе и институционалном подршком

Искуства стечена кроз различите пројекте треба делити. Потребни су механизми који омогућавају видљивост наставничких иновација, као што су стручни часописи, конференције, дигиталне платформе за размену примера, као и институционална подршка кроз признања и професионални развој. Пројекти и идеје не би требало да остану на нивоу ентузијазма појединаца, већ да постану део системског приступа подучавању и учењу математике.

Као друштво које тежи модернизацији образовања, неопходно је да охрабримо сваког наставника да размишља шире, делује локално, али види глобални значај свог рада. Управо таква је и природа математичке писмености: конкретна, универзална, флексибилна и најважније, применљива у свакодневном животу ученика.

8. Закључак

Овај рад показао је да математика, када се ослони на реалне контексте, може постати много више од збирке формула и задатака. Она може постати средство за разумевање света, али и алат за лични развој ученика. Пројекти „Ужина под лупом“ и „Екскурзија под лупом“ нису захтевали ни специјалне услове ни дуге припреме, али су произвели дубоке и вишеслојне ефекте. Њихова једноставна структура и блискост темама из свакодневног живота учинили су их dobrим

примерима како пројектна настава може ући у учионицу природно, спонтано и функционално.

Управо зато, важно је поручити колегама да пројектни приступ не треба да буде резервисан за „посебне прилике“ нити да се доживљава као нешто што је намењено искључиво високом нивоу организације и ресурса. Напротив, чак и најједноставнији пројекти, ако су добро осмишљени, могу произвести снажне увиде код ученика, развити њихове компетенције и мотивисати их да на математику гледају другачије.

Осим ових примера, већ сада се у пракси развијају идеје за наредне пројекте које би укључиле више предмета и животних ситуација, нпр. „Мој угљенични отисак“ (пројекат који комбинује математику, биологију и географију у израчунавању и праћењу индивидуалног утицаја на животну средину), „Планирај своје путовање“ (ученици користе математику, географију и информатику за креирање буџета, руте и распореда за виртуелно или стварно путовање), „Моје занимање из угла статистике“ (истраживање тржишта рада, просечних плата, неопходних квалификација, са елементима грађанског васпитања), „Енергетска потрошња мог домаћинства“ (прорачуни електричне енергије, рачуни, поређења са просеком у земљи, са елементима физике и економије).

У свету се слични приступи све чешће користе. У Канади постоји низ програма који подстичу ученике да развијају предузетничке вештине кроз практичне пројекте. На пример, организације попут Explorer Ноп и Impact Entrepreneurship Group нуде образовне програме који укључују симулације инвестирања, управљање буџетом, разумевање пореза и друштвену одговорност. Ови програми омогућавају ученицима да кроз конкретне активности стекну знања о финансијама и пословању.

У Шведској се спроводе образовни пројекти који укључују ученике у праћење и анализу потрошње енергије у домаћинствима. Иницијатива Energy Hunters омогућава ученицима да прате сезонске промене у потрошњи енергије и идентификују начине за њено смањење. Ови пројекти повезују математику са свакодневним животом и подстичу еколошку свест.

Естонија је позната по иновативном приступу образовању, посебно у интеграцији математике и програмирања. На пример, пројекат Computer-Based Math имплементиран је у естонским школама како би се ученици упознали са концептима статистике и вероватноће кроз употребу рачунара и симулација. Овај приступ омогућава ученицима да развију дубље разумевање математичких концепата и њихове примене у реалним ситуацијама. Ови примери потврђују да добра пројектна настава не познаје границе, већ само креативност и повезаност са реалним светом.

На крају, важно је нагласити да функционална математичка писменост није луксуз образовања већ је његов основни задатак. У времену све већих друштвених изазова, неопходно је образовати генерације које ће знати да анализирају, предвиђају, одлучују и разумеју последице својих избора. Математика томе може допринети само ако јој вратимо смисао, ако иза сваког броја ученик види причу, а иза сваког задатка препозна свет.

Позив колегама је јасан: будимо довољно храбри да покушамо, довољно стрпљиви да истрајемо и довољно рефлексивни да учимо заједно са својим ученицима. Ако сваки корак у учионици води ученике ближе разумевању себе и света, тада математика престаје да буде циљ и постаје пут.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] OECD, *PISA 2018 Results (Volume I): What Students Know and Can Do*, OECD Publishing, 2019.
- [2] J. Bruner, *The Culture of Education*, Harvard University Press, 1966.
- [3] L. S. Vygotsky, *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*, Harvard University Press, 1978.
- [4] J. Boaler, *Experiencing School Mathematics: Traditional and Reform Approaches to Teaching and Their Impact on Student Learning*, Lawrence Erlbaum Associates, 2002.
- [5] J. Kilpatrick, J. Swafford, B. Findell, *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*, National Academy Press, 2001.
- [6] National Council of Teachers of Mathematics, *Principles and Standards for School Mathematics*, NCTM, 2000.
- [7] J. Lave, E. Wenger, *Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation*, Cambridge University Press, 1991.
- [8] R. E. Slavin, *Cooperative Learning: Theory, Research, and Practice*, Boston: Allyn & Bacon, 1995.
- [9] F. Marton, Säljö, *On qualitative differences in learning: I. Outcome and process*, British Journal of Educational Psychology, **46** (1) (1976), 4–11.
- [10] J. Mezirow, *Transformative Dimensions of Adult Learning*, Jossey-Bass, 1991.
- [11] D. A. Schön, *The Reflective Practitioner: How Professionals Think in Action*, Basic Books, 1983.
- [12] H. A. Simon, *Models of Bounded Rationality*, MIT Press, 1982.
- [13] J. Dewey, *How We Think: A Restatement of the Relation of Reflective Thinking to the Educative Process*, D.C. Heath, 1933.
- [14] E. Wenger, *Communities of Practice: Learning, Meaning, and Identity*, Cambridge University Press, 1998.
- [15] J. Boaler, *What's Math Got to Do with It? Helping Children Learn to Love Their Least Favorite Subject - and Why It's Important for America*, Penguin Books, 2008.
- [16] Council of the European Union, *Council Recommendation of 22 May 2018 on Key Competences for Lifelong Learning*, Official Journal of the European Union, 2018.
- [17] L. Darling-Hammond, M. E. Hyster, M. Gardner, *Effective Teacher Professional Development*, Learning Policy Institute, 2017.

ОШ „Др Јован Цвијић“, Смедерево
E-mail: andreja_posao@yahoo.com