

## ТАКМИЧЕЊА ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Мирјана Катић

### МЕЂУНАРОДНО ТАКМИЧЕЊЕ StemCo<sup>1</sup>

StemCo је међународно такмичење на коме учествује око 40 држава из целог света.

Категорије такмичења, које су релевантне ученицима Математичке гимназије, јесу „Secondary Junior“, у коме се такмиче ученици од 7. разреда основне до 1. разреда средње школе, и „Secondary Senior“ за ученике од 2. до 4. разреда средње школе. Осим њих, постоје и категорије за млађе разреде основне школе.

У обе категорије за ученике старије од 7. разреда основне школе постоје четири различита такмичења: PhysCo, ChemCo, MathematiCo и BioCo – такмичења из физике, хемије, математике и биологије.

Градиво које долази у обзир на такмичењима је редовно школско за наведене разреде. Питања нису „стандартног олимпијског“ облика, већ је циљано да се не тестира учење информација напамет, већ разумевање градива и аналитичко размишљање, као и брзина рада.

Дозвољено је искључиво коришћење уграђеног AI ChatGPT у оквиру такмичарског окружења, док напуштање простора није дозвољено.

Постоје 4 круга такмичења у току године: зимски, пролећни, летњи и јесењи, а свако такмичење је организовано у школи и ради се на школским компјутерима. Такмичење из сваког појединачног предмета траје 2 сата.

Задаци на сваком такичењу деле се на лаки, средњи и тежи ниво. Сваки задатак има 4 понуђена одговора, од којих је само један тачан; негативних поена нема.

Такмичење је оригинално на енглеском језику, постоје преводи на неколицину језика, међу којима нажалост још увек нема опције за превод на српски језик.

У наставку следе примери задатака са сваког од нивоа на такмичењу из математике (тачни одговори су „болдовани“).

#### Лаки ниво

- Бранислав баца две стандардне коцкице за игру, чије су стране нумерисане бројевима од 1 до 6. Томислав је претходно бацјо коцкице и добио збир 11

<sup>1</sup> Чланак је заснован на предавању, одржаном на Државном семинару Друштва математичара Србије, 2024. године.

када је сабрао бројеве на својим коцкицама. На колико начина Бранислав може бацити коцкице тако да добије већи збир него Томислав?

- 1) 5;    2) 10;    3) 3;    **4) 1**
2. Огњен, Јован и Урош су три бизнисмена. Свако од њих има продавницу кућних љубимаца. Огњен продаје мачке, Јован псе, а Урош рибице. Познато је да је цена 6 паса једнака цени 7 мачака и 10 рибица заједно, а да је цена 2 мачке једнака цени 10 рибица. Купац Матеја је за 4 рибице платио 200 \$. Које су цене љубимаца?
- 1) рибица – 50 \$, мачка – 375 \$, пас – 250 \$.  
2) рибица – 20 \$, мачка – 100 \$, пас – 200 \$.  
**3) рибица – 50 \$, мачка – 250 \$, пас – 375 \$.**  
4) рибица – 200 \$, мачка – 1000 \$, пас – 1500 \$.

### Средњи ниво

1. Стаклени термометри се користе у лабораторијама за мерење температуре. Некада су били пуњени живом, али се данас чешће користи алкохол јер је жива отровна. На  $-30^{\circ}\text{C}$  висина алкохолног стуба је 4 см, а на сваких  $10^{\circ}\text{C}$  се повећа за 1,5 см. Које од следећих тврђења је тачно?
- 1) Висина алкохолног стуба обрнуто је пропорционална температури у  $^{\circ}\text{C}$ .  
**2) Ако је температира у соби  $30^{\circ}\text{C}$ , онда је висина алкохолног стуба 13 см.**  
3) Висина алкохолног стуба је директно пропорционална температури у  $^{\circ}\text{C}$ .  
4) Ако је висина алкохолног стуба 8 см, онда је температура  $-15^{\circ}\text{C}$ .
2. Џон путује сваког дана авионом из Лос Анђелеса за Њујорк. При нормалним условима пут траје 5 h (ваздушни саобраћај је у последње време врло густ). На дан лета дувао је јак ветар који узрокује смањење брзине авиона за 10% сваког сата лета, почевши од првог сата након полетања. Колико сати ће лет приближно трајати (заокругљено на најближи сат)?
- 1) 11;    2) 5;    **3) 6;**    4) 9

### Тежи ниво

1. ChatGPT је вештачка интелигенција која је брзо постала позната по својој способности да даје детаљне одговоре на питања корисника. Анђела жели да користи ChatGPT да јој напише саставе из српског, али с обзиром да он није сасвим поуздан њени састави имају 40% шансе да добију 100 поена, 50% шансе да добију 50% поена и 10% шансе да добију 20 поена. Ако Анђела преда 3 састава, колика је шанса да добије 140 поена на њима?
- 1) 1,2%;**    2) 10%;    3) 2%;    4) 4,8%

2. У гасу се свака честица креће неком брзином у неком правцу. Посматрајмо поједностављени модел у коме су честице ограничene на кретање у једној димензији (могу да се крећу само лево или десно, с тим да у случају кретања честице лево њену брзину сматрамо негативном). Средња брзина  $n$  честица гаса је

$$\langle v \rangle = \frac{1}{n}(v_1 + v_2 + \dots + v_n),$$

где су  $v_1, v_2, \dots, v_n$  појединачне брзине честица. Али у термодинамици је често кориснија средња квадратна брзина

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{1}{n}(v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2)}.$$

Које од следећих тврђења је тачно?

- 1)  $v_{rms}$  може бити само позитивно, док  $\langle v \rangle$  може бити и негативно.
  - 2)  $\langle v \rangle$  може бити само позитивно, док  $v_{rms}$  може бити и негативно.
  - 3) Обе вредности,  $\langle v \rangle$  и  $v_{rms}$ , могу бити само позитивне.
  - 4) Обе вредности,  $\langle v \rangle$  и  $v_{rms}$ , могу бити и позитивне и негативне.
3. Лек против болова се састоји од две активне компоненте, парацетамола (200 mg) и ибупрофена (300 mg). Нека су функције које изражавају део лека који остане у пацијенту након времена  $t$  дате као:

$$k_{\text{парацетамол}} = e^{-0,5t}, \quad k_{\text{ибупрофен}} = 1 - 0,2t.$$

Када остане 100 mg парацетамола у организму, тада је преостала маса ибупрофена приближно једнака:

- 1) 73 mg;
- 2) **217 mg**;
- 3) 83 mg;
- 4) 150 mg

### Задаци с неких од претходних такмичења

1. Приказан је график информација о COVID-19 новембра 2020. Који је од следећих закључака погрешан?

Location	Total cases ↓	New cases (1 day*)	New cases (last 60 days)	Cases per 1M people
Worldwide	55,074,994	No data		7,083
United States	11,279,503	166,581		34,226
India	8,873,541	28,414		6,522
Brazil	5,876,464	13,371		27,806
France	1,992,552	9,072		29,706
Russia	1,932,711	22,562		13,171
Spain	1,496,864	38,273		31,780
United Kingdom	1,390,681	21,363		20,933
Argentina	1,318,384	7,893		29,337
Italy	1,205,881	27,352		20,017

- 1) Италија је имала више од милион случајева укупно.
- 2) Мање од 100 000 нових случајева се појави у САД дневно.**
- 3) Број нових случајева се смањива у Индији у току последња 2 месеца.
- 4) Број нових случајева расте глобално.
2. За природан број  $n$ , са  $?(n)$  означавамо број позитивних делилаца тог броја. На пример,  $?(6) = 4$ . Три природна броја  $a$ ,  $b$  и  $c$  су такви да је  $?(a)+?(b)+?(c)$  паран број. Која је најмања могућа вредност за  $a+b+c$ ?
- 1) 2;    2) 3;    **3) 4;**    4) 5.
3. Математичар Милош учествује у наградној игри која се одвија по следећим правилима: он без гледања вади куглице из кутије која садржи по 100 златних и сребрних куглица. За извлачење сваке куглице плаћа 10 \$, а ако успе да изведи 19 куглица исте боје, добија 2000 \$. Колики је најмањи број куглица које Милош мора да извуче како би добио у наградној игри?
- 1) 13;    2) 19;    **3) 37;**    4) 51.
- 
4. Популаран трик који пси могу да изведу је да погађају локацију посластица сакrivених испод шоља. Три шоље се ставе у праву линију као што је приказано на слици. Једна посластица је тајно сакривена испод једне од шоља. Ако пас погоди под којом шољом је посластица сакривена, добија посластицу. У супротном се посластица тајно премешта у једну од шоља поред оне у којој је првобитно била. На пример, ако је посластица испод леве шоље, а пас то не погоди, онда се посластица помера у централну шољу и пас може поново да погађа. Ако пас прати најбољу стратегију, колико најмање погађања му треба да би осигурао да добије посластицу?
- 1) 2;**    2) 4;    3) 3;    4) 1.

Математичка гимназија, Београд, Краљице Наталије 37  
*E-mail:* direktor@mg.edu.rs