

Др Марина Свичевић, др Александар Миленковић, Соња Галовић

**МОБИЛНА АПЛИКАЦИЈА ЗА РЕШАВАЊЕ ЗАДАТАКА  
КОЈИ ИМАЈУ ЗА ЦИЉ РАЗВИЈАЊЕ СПОСОБНОСТИ  
ЗД ВИЗУАЛИЗАЦИЈЕ**

**Увод**

Технолошки напредак изменио је и привреду и друштво. Промене које су наступиле имале су утицај на све сфере живота, па тако и на начин на који деца проводе своје слободно време. Међутим, и поред промена које су се одиграле, дечија природна потреба за учењем кроз игру остала је стална. Изазов који се ставља пред едукаторе јесте да ту дечију потребу задовоље, на начин који деци омогућава да стекну вештине потребне за сналажење у свакодневним околностима и које ће им представљати основу за озбиљније бављење науком у будућности.

За децу игра није само забавна активност уз коју проводе слободно време, већ игра може имати кључну улогу у усвајању нових знања и вештина потребних за сналажење у различитим животним ситуацијама. Дете себе види способним да изврши одређени задатак или реши проблем који је пред њим постављен. Кроз игру, деца сазревају и стичу самопоуздање потребно за укључивање у нова искуства и окружења.

Развијање способности 3Д визуализације од великог је значаја за децу предшколског и школског узраста. Ове способности се могу развијати кроз циљано одабране задатке. У овом раду ћемо представити мобилну апликацију помоћу које ученици школског узраста, као главни корисници, могу решавати интересантне задатке и на тај начин развијати своје способности 3Д визуализације. Мотивација за креирање и развијање ове апликације био је један задатак који су ученици решавали на такмичењу Кенгур без граница. Идеја тог задатка је разрађена, тако да су задаци у мобилној апликацији подељени у три групе, па ће деца кроз игру моћи да тестирају своје способности успостављања веза између приказа 3Д фигура у простору и одговарајућег табеларног представљања тих фигура. Апликација пружа интерактивно искуство учења, које побуђује интерес ученика и подстиче их на размишљање.

### Математичка позадина задатака представљених у мобилној апликацији

Улога репрезентација појмова је да олакшају прелазак из конкретног у апстрактно размишљање. У процесу учења, репрезентације концепата користе се како би се помогло ученицима да разумеју те концепте и повежу их с другим концептима. Вишеструке репрезентације нуде различите перспективе на посматрани објекат, омогућавајући посматрачу да анализира карактеристике објекта из различитих перспектива [6]. Категоризација репрезентација појмова била је предмет великог броја истраживања. Разматрају се две главне групе репрезентација: унутрашње репрезентације, које се формирају у уму ученика, и спољашње репрезентације, које се стварају у свести ученика [5]. Постоје различите класификације репрезентација засноване на њиховој природи [4]. Тако, рецимо неки аутори [2] разликују три основне врсте спољашњих репрезентација у математици: графичку, симболичку и табеларну репрезентацију. За ове ауторе, четврта репрезентација је геометријска, која се међутим некада може подвести под графичку репрезентацију, али с нагласком да то не може увек бити случај. Савремени истраживачи с великим интересовањем користе технологију за ангажовање вишеструких репрезентација и успостављање веза између њих [7].

Резултати одређених емпиријских студија указују на јаку и позитивну корелацију између разумевања просторних односа и постигнућа ученика из математике, природних наука и машинског цртања [3]. Неки аутори [1] под просторним способностима подразумевају репрезентацију и ротацију објеката у простору када су они приказани у равни.

Током бављења математиком, приликом усвајања нових знања и умења, али и за решавање различитих задатака, често је пожељно, некада и неопходно, познавање вишеструких репрезентација одређених појмова, као и способност појединца да без превеликог когнитивног напора врши прелазак с једне репрезентације на другу. Познато је да аналитичка геометрија представља грану математике у којој је успостављена веза између геометријских особина математичких објеката и њихових графичких приказа с једначинама тих објеката. У задацима из аналитичке геометрије, да бисмо одредили тачку у простору, праву, кружницу или геометријско место тачака генерално, морамо да решавамо одређене једначине или неједначине, односно да с графичке репрезентације појмова пређемо на баратање алгебарским репрезентацијама тих појмова, а некада и да добијено решење интерпретирамо одговарајућим графичким приказом. Прелазак с једне репрезентације на другу је карактеристичан и приликом примене извода функције (одређивање једначине тангенте на график функције у датој тачки), затим код примене одређеног интеграла (израчунавање површине дела равни, површине и запремине обртних тела), док се и решавање бројних задатака из планиметрије и стереометрије своди на решавање одређених једначина или одређивање вредности израза. Стога је неопходно код ученика развијати могућност вишеструких репрезентација појмова и преласка с једне репрезентације на другу.

Имајући све горе наведено у виду, приликом осмишљавања задатака које

ученици могу решавати коришћењем ове апликације, одлучили смо да креирамо три врсте задатака. У првом нивоу задатака представљене су геометријске репрезентације 3Д објеката, а од ученика се очекује да задати модел преведу у табеларни приказ који одговара неком од понуђених одговора. У другом нивоу задатака ученици, на основу датог табеларног приказа, треба да одаберу 3Д модел који одговара датом табеларном приказу, бирајући један од понуђених одговора. Дакле, за решавање задатака који припадају једном од прва два нивоа ученици треба да направе прелаз с једне репрезентације објекта на други, комбинујући геометријски и табеларни приказ објекта. Трећи ниво задатака је захтевнији и може се рећи да представља комбинацију претходна два нивоа (уједно је и најсложенији део игре). У задацима који припадају трећем нивоу приказани су табеларни приказ објекта и геометријски приказ непотпуног објекта, односно приказ дела објекта. На основу та два приказа, ученици треба да одреде геометријску репрезентацију објекта којим први део објекта (такође задат геометријски) треба допунити како би се добио објекат који у потпуности одговара датом табеларном приказу. На основу карактеристика задатака, очигледно је да је циљ ових задатака развијање вишеструких репрезентација математичких објеката с једне стране и развијање способности мисаоног сналажења у простору, односно 3Д визуелизације с друге стране.

### **Кориснички интерфејс и функционалности мобилне апликације**

Кориснички интерфејс апликације дизајниран је тако да обезбеди интуитивно корисничко искуство које ће омогућити учење и развијање разумевања особина 3Д фигура. Срж апликације чини сам квиз, путем кога корисници тестирају своје знање и вештине кроз задатке различитих нивоа и тежина.

При покретању апликације, приказује се почетни екран с поздравном поруком. За коришћење апликације није потребна регистрација, већ је идеја да свако може врло једноставно да започне игру и тестира своје знање. Кликом на дугме „Започни игру“, корисник се пребацује на страницу с питањима (Слика 1).

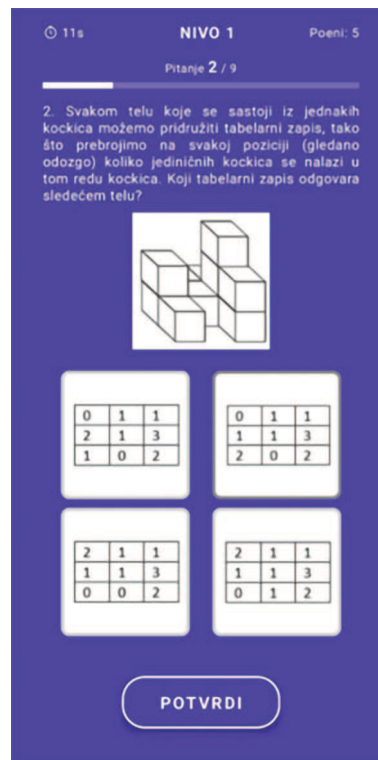
На слици 2 приказан је ток игре. За сваку игру су генерисана насумична питања из базе питања. Као што је раније речено, питања су подељена у три нивоа, где је сваки ниво вреднован различитим бројем поена.

На самом врху екрана, приказују се штоперца која мери време протекло од почетка игре и број до сада освојених поена. Такође, на екрану је приказано које питање по реду корисник тренутно решава, а дата је и трака која прати напредак ученика. Затим су приказани текст питања и једна (или више) слика које су део формулације задатка. Испод самог питања, кориснику је понуђено више различитих одговора. За свако питање постоји један тачан одговор међу понуђеним одговорима.

Одговори на питања дати су у виду табеларних приказа (матрица) или 3Д фигура, где је један одговор представљен једном сликом, у зависности од тога ком нивоу задатак припада. Корисник бира одговор кликом на слику одговора. Након



Слика 1

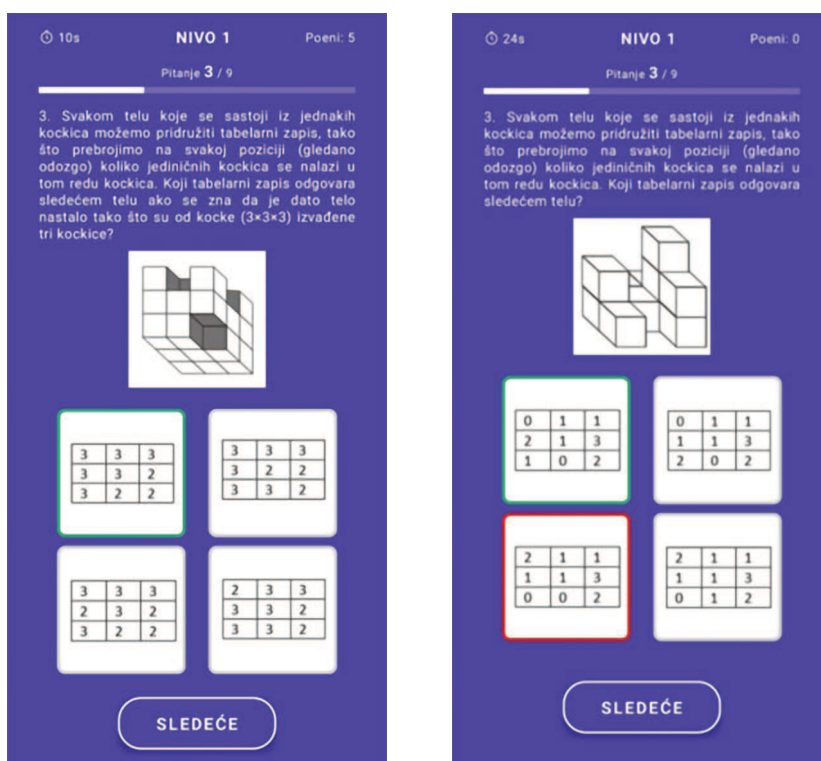


Слика 2. Ток игре

што изабере одређени одговор, оквир изабраног одговора ће се благо затамнити, како би корисник у сваком тренутку знао који је одговор изабрао. Корисник и након овога има могућност да се предомисли и изабере други одговор. Испод свих одговора, налази се дугме за потврду. Тек након што кликне на дугме „Потврди“, корисник потврђује да је изабрани одговор коначан на дато питање. Након тога корисник више нема могућност измене одговора. У случају да је изабрани одговор тачан, његов оквир постаје зелене боје и кориснику се додају поени. Слика 3 приказује изглед екрана у случају избора тачног одговора, али и у случају избора нетачног одговора. У случају да изабрани одговор није тачан, његов оквир добија црвену боју, а оквир тачног одговора постаје зелен. На овај начин корисник има увид у своју грешку и сазнаје који одговор је био тачан.

Након што корисник потврди изабрани одговор, испод одговора се приказује дугме „Следеће“ које служи за прелазак на следеће питање у квизу. Притиском на дугме „Следеће“, кориснику се приказује ново питање. Након задатака првог нивоа, приказују се задаци другог нивоа и на крају задаци трећег нивоа. Изглед апликације и форма задатака по нивоима, приказана је на слици 4.

Оног тренутка када корисник стигне до краја квиза (налази се на последњем питању), након што потврди изабрани одговор на питање, на дугмету испод одго-



Слика 3. Избор одговора

вора пише „Заврши“. Кликом на дато дугме, корисник се преусмерава на екран са статистиком игре. Корисник може да види број поена које је освојио током последње игре, време за које је решио задатке, успешност решавања тачних одговора (изражен у процентима) у односу на укупан број питања, затим укупан број питања и број тачних и нетачних датих одговора. На овај начин корисник може да сагледа своју успешност у решавању квиза (Слика 4).

На екрану су, осим статистика, приказана и два дугмета. Кликом на дугме „Нова игра“, корисник бива пребачен на почетак квиза. Питања се поново генеришу и почиње нова игра.


Кликом на дугме „Издаз“, корисник напушта апликацију и добија поруку при затварању апликације.

### Закључак

У овом раду представљена је мобилна апликација као ефикасан алат за подршку учењу и развоју способности 3Д визуализације код деце. Разматрајући предности ове апликације, може се закључити да је она корисна допуна традиционалној настави математике.

1m10s **NIVO 1** Poeni: 5  
Pitanje 1 / 3

1. Svakom telu koje se sastoji iz jednakih kockica možemo pridružiti tabelarni zapis, tako što prebrojimo na svakoj poziciji (gledano odozgo) koliko jediničnih kockica se nalazi u tom redu kockica. Koji tabelarni zapis odgovara sledećem telu ako se zna da je dato telo nastalo tako što su od kocke (3×3×3) izvađene tri kockice?



3	3	3
3	3	2
3	2	2

3	3	3
3	2	2
3	3	2

3	3	3
2	3	2
3	2	2





2	3	3
3	3	2
3	3	2

SLEDEĆE

1m40s **NIVO 2** Poeni: 5  
Pitanje 2 / 3

2. Svakom telu koje se sastoji iz jednakih kockica možemo pridružiti tabelarni zapis, tako što prebrojimo na svakoj poziciji (gledano odozgo) koliko jediničnih kockica se nalazi u tom redu kockica. Koje od ponuđenih tela odgovara datom tabelarnom zapisu ako je rotiranje tela dozvoljeno (tako da gornja strana tela ostane gore)?

2	3	3
2	2	3
3	3	3











SLEDEĆE

1m46s **NIVO 3** Poeni: 5  
Pitanje 3 / 3

3. Kojim telom treba dopuniti telo dato na slici desno tako da dobijeno telo odgovara datom tabelarnom zapisu?

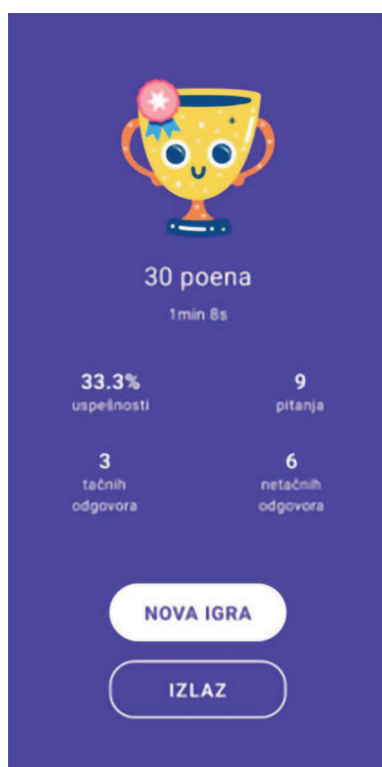
3	2	2
2	2	2
1	0	0



PRESKOĆI

Слика 4. Задаци по нивоима



Слика 5. Приказ статистике

Представљена апликација је пример на који начин се софтверски алати могу искористити за подстицање учења кроз игру и развој различитих вештина код деце. Решавањем задатака које ученици решавају у оквиру ове апликације, они развијају способност представљања математичких (у овом случају геометријских објеката) коришћењем вишеструких репрезентација. Конкретно, преласком на геометријску репрезентацију с табеларне и обратно, ученици стичу једну од основних компетенција за касније бављење различитим гранама математике и стварају основу за разумевање одговарајућих наставних садржаја из математике. Додатна употребна вредност ове мобилне апликације (и задатака који су у њој представљени) огледа се у проширивању и продубљивању знања ученика када је реч о запремини као мери. Наиме, након одређивања табеларног приказа који одговара 3Д фигури, ученици добијају матрицу, па сабирањем свих елемената те матрице, ученици откривају из колико јединичних коцкица се 3Д фигура састоји чиме заправо одређују њену запремину. Стога, наставници математике могу користити апликацију у свом раду пре часова обраде запремине полиедара (како у млађим, тако и у старијим разредима основне школе). У описима задатака и функционалности мобилне апликације користили смо појам матрице за табеларну репрезентацију датих 3Д објеката, што очигледно представља још једну пред-

ност примене ове апликације, а она се огледа у упознавању ученика с чињеницом да се не могу све величине представити једним бројем (био он природан, цео, рационалан или ирационалан), као ни уређеним паровима или тројкама бројева, већ да нам је некада потребан другачији, матрични запис.

Кроз даља истраживања и развој оваквих алата надамо се да ћемо допринети бољој припреми ученика различитих узраста (кроз игру) за изазове који их очекују, како у њиховом формалном образовању, тако и за разне ситуације у свакодневном животу. Жеља нам је да на овај начин пружимо могућност ученицима да продубљују и проширују своја знања о неким основним математичким концептима, као и да им омогућимо да стварају основу за касније усвајање сложенијих математичких садржаја.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] N. Barnea, *Teaching and learning about chemistry and modelling with a computer managed modelling system*, In: J. K. Gilbert, C. J. Boulter (eds.), *Developing Models in Science Education*, Kluwer Academic, 2000, Dordrecht.
- [2] J. D. Font, J. D. Godino, B. Amore, *An onto semiotic approach to representations in mathematics education*, *For the Learning of Mathematics*, **27** (2) (2007), 3–9.
- [3] T. Huk, *Who benefits from learning with 3D models? The case of spatial ability*, *Journal of Computer Assisted Learning*, **22** (2006), 392–404.
- [4] А. Миленковић, *Визуализација наставних садржаја из вишеструких интеграла – когнитивни конфликти*, докторска дисертација, Природно-математички факултет Универзитета у Новом Саду, 2021.
- [5] T. Nakahara, *Cultivating mathematical thinking through representation – utilizing the representational system*, АРЕС-TSUKUBA International Congress, Japan, 2008.
- [6] S. A. Ozgun-Koca, *Students' use of representations in mathematics education*, Presented at the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Raleigh, NC, 1998.
- [7] M. A. Rau, J. E. Michaelis, N. Fay, *Connection making between multiple graphical representations: A multi-methods approach for domain-specific grounding of an intelligent tutoring system for chemistry*, *Computers & Education*, **82** (2015), 460–485.

Институт за математику и информатику, Природно-математички факултет Универзитета у Крагујевцу

*E-mail:* marina.svicevic@pmf.kg.ac.rs, aleksandar.milenkovic@pmf.kg.ac.rs