

Др Војислав Андрић и др Владимира Мићић

МАТУРСКИ ЗАДАТAK ДЕСАНКЕ МАКСИМОВИЋ<sup>1</sup>

(повојом стогодишњице Десанкине матуре)

„Кроз измаглицу нејасних речи осећам лепоту песме.“

„Пси дуго памте учиљено им добро. Човек заборавља.“

Десанка Максимовић

Увод

Наша велика песникиња Десанка Максимовић, рођена је 3. маја 1898. године (по старом календару, тј. 15. маја по новом календару) у селу Рабровица (округ ваљевски) – кћи Драгиње и Михаила Максимовића (учитеља у Бранковићи, чувеног по свом песничком умећу). Матурирала је у Ваљевској гимназији пре тачно сто година – у септембру 1919. године.



Из документације која се брижљиво чува у Ваљевској гимназији, у књизи „Главног протокола испита зрелости из школске 1918/19. године“ под редним бројем 8 заведена је матуранкиња Десанка Максимовић. Из главног протокола

<sup>1</sup>Рад је изложен на научној конференцији “Research in Mathematics Education”, одржаној у Београду 10–11. маја 2019. године. Верзија овог чланска с илустрацијама у боји може се наћи на адреси [elib.mi.sanu.ac.rs/journals/nm](http://elib.mi.sanu.ac.rs/journals/nm).

се види да је полагала матурски испит који се састојао од 7 наставних предмета: српски језик, латински језик, француски језик, математика, историја општа и народна са земљописом, физика са хемијом и јестаственица.

Математика је, несумњиво, (јесмо ли пристрасни?) део опште културе човека. Ипак, често ћемо чути, да се неко, ко припада кругу стваралаца, чак хвали чињеницом да није знао (или волео) математику. Десанка Максимовић је и знала и волела математику.

На основу одлично урађеног писменог матурског задатка из математике, ослобођена је усменог испита и добила закључну оцену одличан.

Више од самог испита зрелости у Ваљевској гимназији у септембру 1919. године, о томе говоре њени јавни наступи, песничке вечери и разговори у њеној гимназији, где је знатижељним ученицима о тој својој љубави, лепоти и значају математике и вези са поезијом надахнуто говорила.

Десанка Максимовић је писмени матурски испит из математике полагала 17. септембра 1919. године. Судећи по записнику са испита зрелости (на страници 13), матурантима су као избор понуђене две групе задатака<sup>2</sup>:

ПРВА ГРУПА

1. Неко прода извесну робу са добитком 15% за 66,70 динара. Пошто би продао да је зарадио 20%?

<sup>2</sup>Текст задатака је дат у форми истоветној са записником у Главном протоколу Ваљевске гимназије из 1919. год.

- Решити систем једначина:  $x^2 + y^2 = 20$ ;  $\log x + \log y = 0,90309$ .
  - Једна призма од ливеног гвожђа има за основу равнострани троугао чија је страница  $a_3 = 2\text{ m}$ , висина призме једнака је двострукој висини троугла у основи. Тражи се тежина ове призме [спец. тежина лив. гвожђа  $7,2\text{ кгр}$ ].

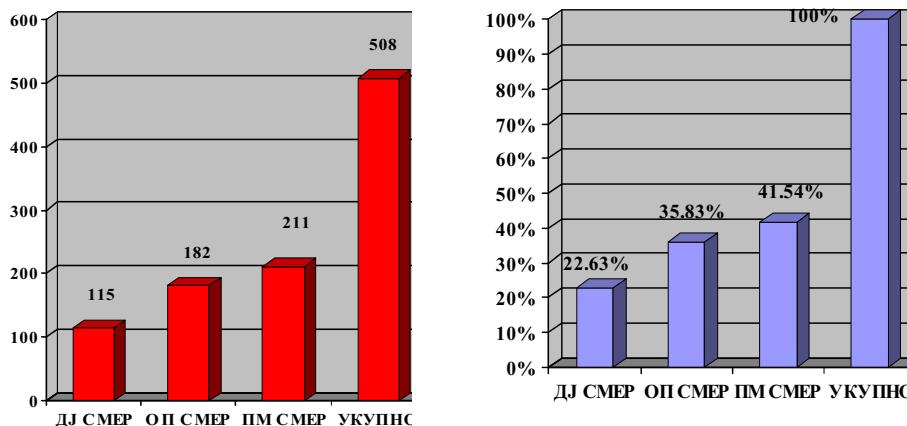
## ДРУГА ГРУПА

- Две суме имају се платити, једна за годину дана, друга која превазилази прву за 10 000 динара, за 15 месеци. Есконтовања по 4,5% дају укупан есконт од 3600 динара. Које су то суме?
  - Решити систем једначина:  $5\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 11$ ;  $4\sqrt{x} - \frac{1}{2}\sqrt{y} = 24$ .
  - У коцки чија је ивица  $a$  уписана је и описана облица. Каква је разлика запремина те две облице?

Одлучили смо се да дате задатке искористимо за мало истраживање чији је циљ компарација постигнућа гимназијалаца пре сто година и садашњих ученика гимназија (на истим задацима). Задатке смо прилагодили уз мање модификације у језику и формулатији, а све због отклањања могућих језичких и математичких недоумица. Први задатак у другој групи смо променили због усаглашавања са важећим наставним програмима, који у гимназијама немају каматни рачун: Три молера за четири дана окрече пет станова. а) Колико станова ће окречити 24 молера за 7 дана? б) Колико молера за 9 дана окречи 30 станова? в) За колико дана ће 12 молера окречити 50 станова?

## 2. Узорак

У току истраживања, експериментални матурски писмени задатак је радио 508 ученика из 10 гимназија (8 градова) и 20 гимназијских одељења у Србији, што чини око 3,2% од укупног броја свих матураната у гимназијама у Србији у школској 2018/19. години. Узорак чине 5 одељења друштвено-језичког смера, 7 одељења општег смера и 8 одељења природно-математичког смера.



### 3. Ток истраживања

Истраживање је реализовано у току марта месеца 2019. године.

Све школе у којима је реализовано истраживање добиле су:

- текстове задатака;
- упутство за реализацију истраживања;
- кључ за преглед и оцену задатака;
- формулар за статистичку обраду резултата.

Непосредном израдом задатака руководили су колеге – професори математике из десет гимназија у Србији или дугогодишњи сарадници аутора истраживања.

Ученици су експериментални матурски писмени задатак радили један школски час (45 минута). Колеге су осим контроле решавања задатака, извршили и преглед решења задатака и статистичку обраду података добијених на основу прегледа задатака.

Решења свих задатака су бодована по јединственом кључу. Најважнија намена кључа је да се, колико је то могуће, елиминише субјективни фактор, уједначе критеријуми бодовања сваког појединачног задатка, али и уједначи вредновање сваког рада у целини.

### 4. Опис резултата истраживања

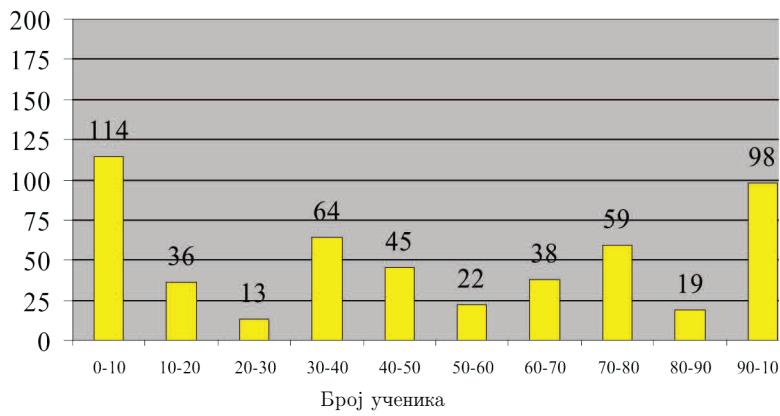
Задаци су бодовани са  $30 + 40 + 30 = 100$  бодова, а одређеним бројем бодова оцењивана су и делимична решења проблема.

Резултати истраживања су обрађивани на основу следеће скале за оцењивање: од 0–29 бодова – недовољан (1), од 30–49 бодова – доволjan (2), од 50–69 бодова – добар (3), од 70–85 бодова – врло добар (4), од 86–100 бодова – одличан (5).

Приказ резултата истраживања дат је у следећој табели, при чему је посматрано десет интервала постигнућа:

| Интервал | Апсолутна фреквенција | Релативна фреквенција |
|----------|-----------------------|-----------------------|
| 0–10     | 114                   | 0,224                 |
| 10–20    | 36                    | 0,071                 |
| 20–30    | 13                    | 0,026                 |
| 30–40    | 64                    | 0,126                 |
| 40–50    | 45                    | 0,089                 |
| 50–60    | 22                    | 0,043                 |
| 60–70    | 38                    | 0,075                 |
| 70–80    | 59                    | 0,116                 |
| 80–90    | 19                    | 0,037                 |
| 90–100   | 98                    | 0,193                 |
| $\Sigma$ | 508                   | 1                     |

Претходна табела даје преглед броја ученика по оствареним бодовима на узорку од 508 ученика, што се може прегледније илустровати и следећим графиконом:

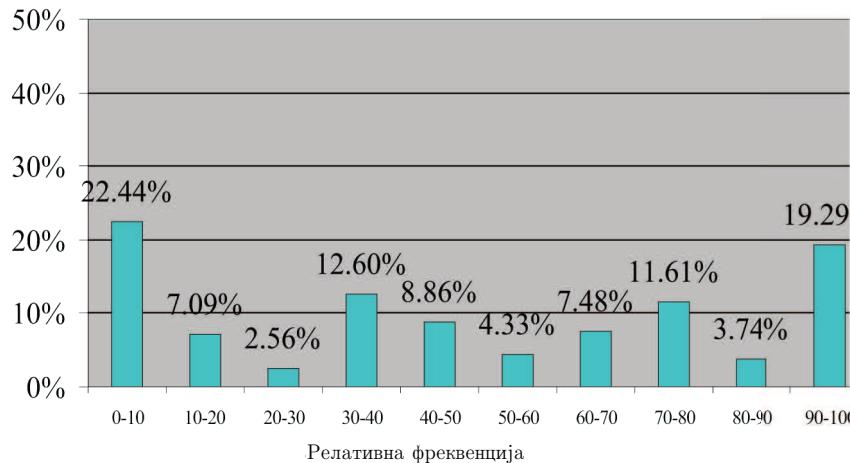


Процентуалну дистрибуцију броја ученика по оствареним бодовима на узорку од 508 ученика даје графикон на следећој страни.

Дескриптивна статистичка анализа резултата истраживања урађена је на основу многобројних података које су нам доставиле колеге после спроведене израде експерименталних матурских писмених задатака.

Изабрани су интервали дужине 10 бодова, а посматрани су класични статистички параметри. Израчунате су и две аритметичке средине: апсолутна (46,52

бода) и пондерисана (48,68 бодова). Медијана је 46,00 бодова, а средње апсолутно одступање је 29,69 са стандардном девијацијом од 33,362. Средња оцена успеха је 2,69.



Најфреквентнији је интервал од 0 до 10 бодова (114 ученика – 22,4%), при чему је разочарајући податак да је чак 94 ученика (18,50%) ученика имало нула бодова (без обзира да ли је тај податак резултат незнაња или слабе мотивације). Други по фреквентности је интервал од 90–100 поена (98 ученика или 19,29%), што је одличан податак поготову када се дода чињеница да је чак 68 ученика (13,40%) имало максималних 100 бодова.

Из датих графика јасно је да је расподела бодова неправилна, чак „анти-нормална“ јер уместо да крајњи интервали буду најмање фреквентни, они су најфреквентнији.

## 5. Интерпретација добијених резултата и важне напомене

Резултате истраживања дајемо и по свим параметрима које смо статистички посматрали уз неколико важних напомена.

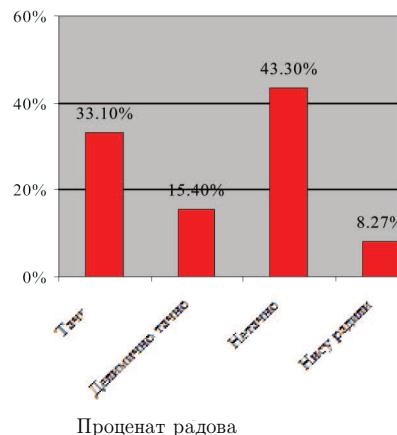
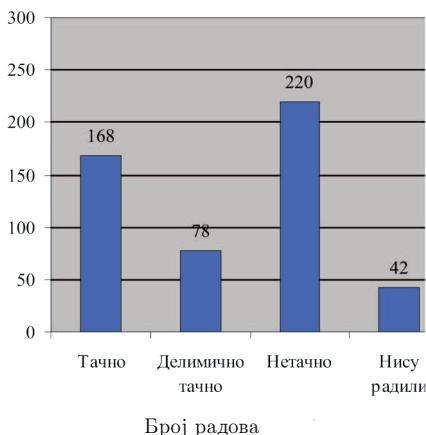
Прва се односи на компарацију резултата садашње генерације са резултатима које су на матури 1919. године постигли Десанка Максимовић и њени школски другови. То поређење не смemo поставити толико строго јер је евидентна разлика у релативно малом узорку генерације од пре сто година (свега 34 ученика) и прилично солидном узорку истраживање генерације (508 ученика). Али и у структури популације која је пре сто година чинила мање од 10% младих обухваћених гимназијским образовањем и која је у школској 2018/19. години, по званичним резултатима Републичког завода за статистику Србије много већа и чини 26% од укупног броја средњошколаца у Србији. То говори и о значајно већој елитистичкој карактеристици гимназија у тадашњем периоду и сигурно квалитетнијем ученичком потенцијалу, јер су популацију ученика гимназија чинили 5–10% најбољих у генерацији.

Друга напомена се тиче мотивације ученика, јер није исто полагати испит зрелости и радити неформални писмени задатак за потребе „тамо неког“ истраживања.

Трећа напомена се односи на процес обнављања градива који је значајно присутнији на матурском испиту него неколико месеци пред матуру. Мада се овде мора рећи и да се већина садашњих гимназијалаца у време реализације истраживања интензивно припрема за пријемне испите на факултетима и да је због тога проблем заборављања садржаја значајно мање присутан.

### ПРВИ ЗАДАТAK

- (I) Неко прода извесну робу са добитком од 15% и оствари приход од 66,70 динара. Колики би био остварени приход ако би добитак био 20%? (30)
- (II) Три молера за четири дана окрече пет станова. а) Колико станова ће окречити 24 молера за 7 дана? б) Колико молера за 9 дана окречи 30 станова?  
в) За колико дана ће 12 молера окречити 50 станова? (30)



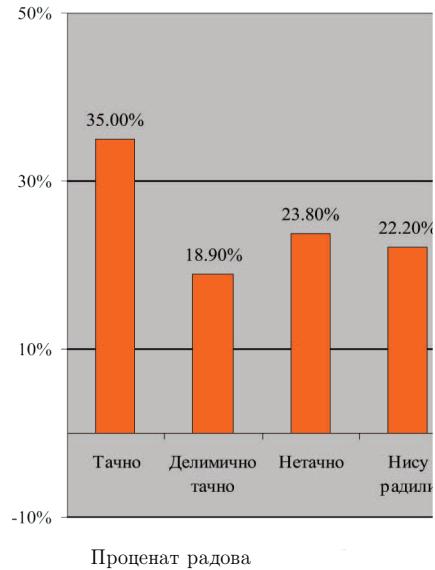
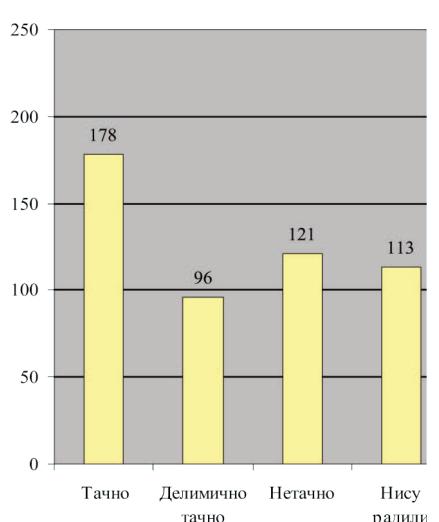
Пропорционалност величина у потпуности је савладала приближно трећина тестирањих ученика. Преко 50% ученика су показали да нису у могућности да реше било проблем прихода, било проблем молера. Анализа прегледаних радова ће нас недвосмислено уверити да ученици формално умеју да реше пропорцију, али и да је та пропорција врло често погрешно постављена. Као и да је критички однос према добијеним резултатима веома слаб и да упитаност ученика везана за реалност добијеног резултата не постоји (на пример, више молера за више дана окрече мање станова него мање молера за мање дана . . . ).

Све ово говори да је мисаона активност данашњих генерација прилично слаба, углавном механичка и формална, чак и када се ради о најкарактеристичнијим примерима примене пропорционалности у свакодневном животу. Са аспекта трајности знања, процес заборављања код оваквих проблема просто не сме постојати, јер разни проблеми пропорционалности су присутни код доношења многих важних животних одлука и недостатак математичке културе у овој области може

бити штетан за егзистенцију породице, напредак фирмe, процене пословних потеза  
...

### ДРУГИ ЗАДАТАК

- (I) Ако је  $\log 2$  приближно једнак 0,30103, решити систем једначина:  $x^2+y^2 = 20$ ;  $\log x + \log y = 0,90309$  (40).
- (II) Решити систем једначина:  $5\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 11$ ;  $4\sqrt{x} - \frac{1}{2}\sqrt{y} = 24$  (40).

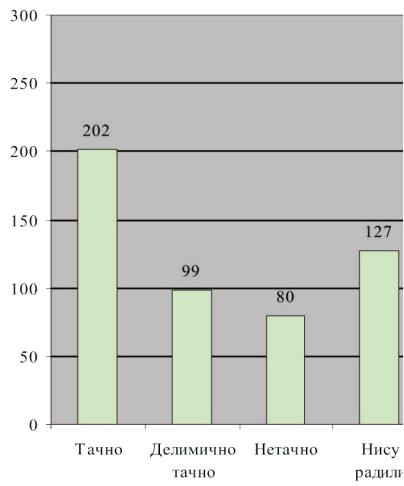


Системима једначина у приличној мери овладало је преко половине тестиралих ученика, а нетачних задатака је 46%. Нешто боље је решен систем линеарних једначина, али проценат оних који су делимично тачно решили систем (18,90) углавном отпада на непажљивост код решавања система логаритамских једначина, где су бодови одбијани код задатака где недостаје друго решење, или тамо где су присутна негативна решења.

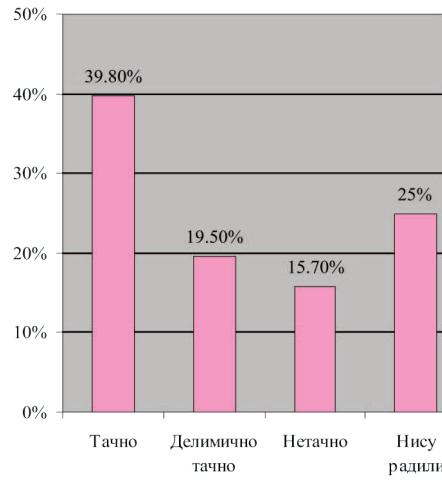
Овај задатак показује да се ученици гимназија много боље сналазе на формалном терену и да им је техника мањи проблем, него суштинско разумевање материје.

### ТРЕЋИ ЗАДАТАК

- (I) Једна призма од ливеног гвожђа има за основу једнакостранични троугао чија је страница 2 m, а висина призме једнака је двострукој висини троугла у основи. Колика је маса ове призме ако је густина ливеног гвожђа  $7200 \text{ kg/m}^3$ . (30)
- (II) У коцку чија је ивица  $a$  уписана је и око ње описана облица (ваљак). Колика је разлика запремина те две облице? (30)



Број радова

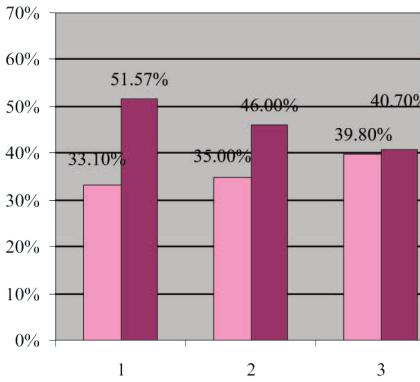


Проценат радова

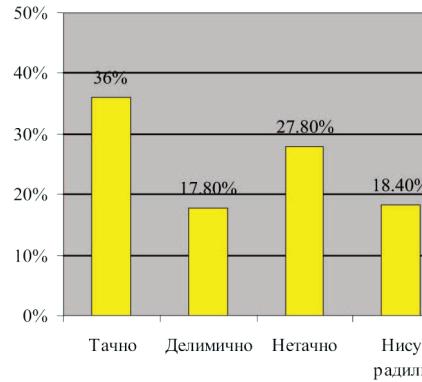
Овај задатак потпуно тачно је решило близу 40% ученика, а нетачно мало више од 40% ученика. И ово је задатак примене, али је боље решен од првог.

Логично објашњење за то постоји и садржано је у чињеници да познавање формула за запремину призме, односно валька, дакле опет формална знања, воде директно до решења без неких већих мисаоних дилема. Али и у чињеници да је стереометрија рађена у претходном – трећем разреду. Детаљнија анализа радова говори о томе да су грешке у решавању овог проблема углавном у непознавању формула или слабом рачунању било са конкретним, било са општим бројевима.

### СВА ТРИ ЗАДАТКА



Тачно и нетачно решени задаци



Проценат радова

Најбоље решен је трећи, стереометријски задатак, а најлошије први задатак везан за пропорционалност величина. У сва три задатка број, па самим тим и

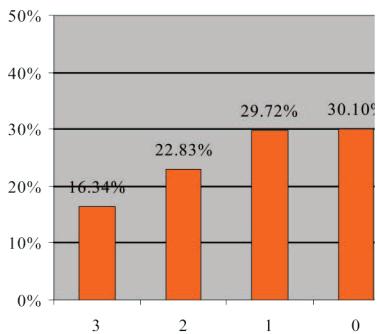
проценат нетачних и нерешаваних задатака је већи од процента тачно решених задатака. Најдрастичнија разлика је код првог задатка (18,47%), док је код другог 11%, а код трећег сасвим незнатна (мање од 1%).

Укупно гледајући сва три задатка, 36% задатака су потпуно тачно решени, има и још 17,80% делимично тачно решених задатака, што је укупно 53,80%. Нетачних задатака је 27,80% и нерешаваних 18,40%, што је укупно 46,20%. Мислимо да је овај последњи податак забрињавајући.

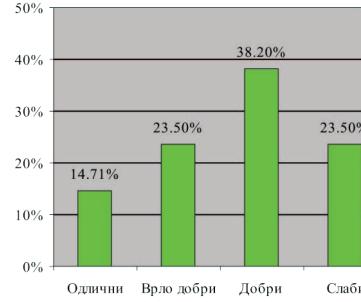
### СТРУКТУРА ПОТПУНО ТАЧНО РЕШЕНИХ ЗАДАТКА

Ако се анализира структура потпуно тачно решених задатака, онда се може закључити да сва три решена задатка има 16,34%, два задатка 22,83%, један задатак 29,72% и ниједан задатак 31,10% ученика.

Када се погледају резултати из 1918/19. и упореде са резултатима 2018/19. године, види се да у оба случаја имамо расподелу која има форму „померене“ нормалне расподеле. Проценти су наравно различити, али одступања нису велика.



Процент радова 2018/19.

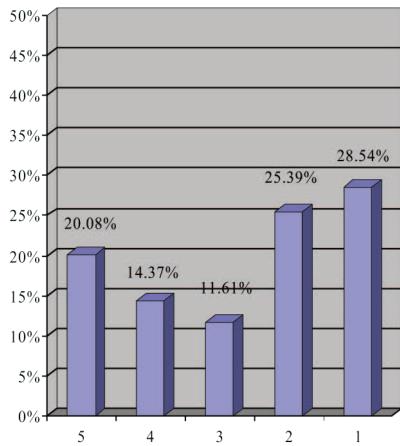


Процент радова 1918/19.

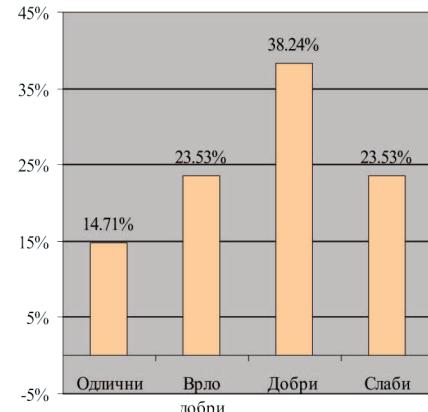
Ако се матуранти генерације 2018/19. који су редом решили три, два, један и ниједан задатак посматрају као одлични, врло добри, добри и слаби по класификацији из 1918/19, онда је очигледно да у данашњој генерацији матураната има незнатно више одличних (2%), скоро једнако врло добрих, значајно више слабих (7%) и скоро 10% мање добрих радова.

### ОПШТИ УСПЕХ НА ТЕСТУ

Већ је речено да је компарација резултата успеха матураната из генерације 1918/19. и генерације 2018/19. условна и са много напомена. Ако ипак све то занемаримо и направимо поређење, онда је јасно да је нешто бољи успех старије генерације. Такав закључак произилази из чињенице да је у генерацији 1918/19. проценат позитивног успеха 76,47%, а у генерацији 2018/19. – 71,46%. Још убедљивије о томе говори директно упоређивање броја одличних, врло добрих и добрих ученика (46% данас и 76% некад) и занемаривање довољних (а то је огромних 25,39% узорка) који су чини се ближи оцени слаб, него оцени добар.



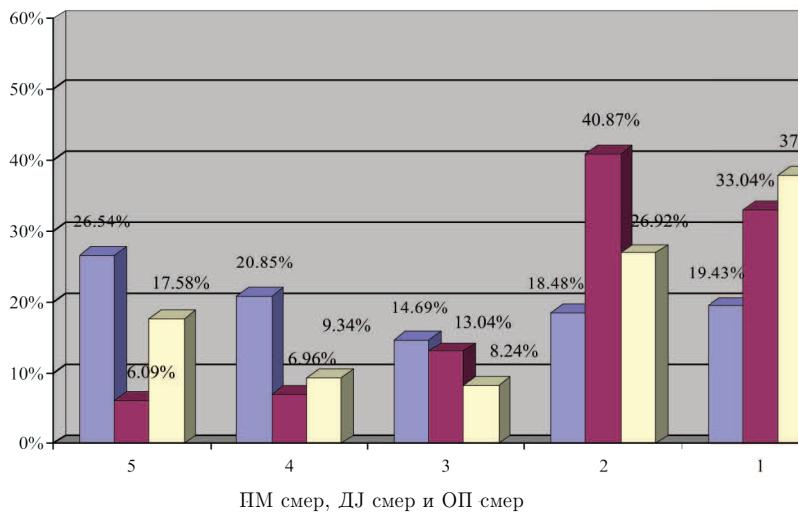
Успех генерације 2018/19.



Успех генерације 1918/19.

Међутим, пластичније о томе говори параметар средње оцене, која је по резултатима истраживања 2,72, а по резултатима матураната – генерацијских другова Десанке Максимовић за 0,46 већа ако оцену слаб третирамо као 1,5 (средња оцена генерације је 3,18), а за 0,34 већа ако оцену слаб третирамо као 1,0 (средња оцена генерације је 3,06).

Интересантан је и феномен расподеле успеха генерације 2018/19. који показује „анти-нормалну“ тенденцију, јер су периферијска обележја (оцене 5, 2 и 1) далеко фреквентнија од оних који би при нормалној расподели требало да буду најфреквентнији (оцене 3 и 4).



ПМ смер, DJ смер и OP смер

У оквиру ових разматрања би било интересантно посматрати и успех по смеровима, мада се чини да је за сваки смер узорак прилично нерепрезентативан.

ван, па изведене ставове не треба посматрати са нешто већом строгошћу. Ако судимо по проценту недовољних оцена на тесту, онда најбољи успех има природно-математички смер, а најлошији општи смер. А ако као критеријум узмемо средњу оцену успеха онда је опет најбољи природно-математички смер (3,17), па следи општи смер (2,41), а најлошији је друштвено-језички смер (2,12). Занимљиво је да ПМ и општи смер имају „анти-нормалну“ дистрибуција успеха на тесту.

## 6. Закључак

1) Проблеми у истраживању, задати као матурски задаци (по три у две групе) су у обе групе средњег образовног нивоа, јер су прилично удаљени од просте репродуктивности знања (основног нивоа), у себи садрже извесне елементе примене стечених знања и нису проблеми који траже нестандартне и високо креативне приступе њиховом решавању (што је карактеристично за проблеме напредног нивоа).

2) На основу претходног се модели матурских писмених задатака из математике пресликани са матурског испита Десанке Максимовић из 1918/19. школске године могу сматрати одмереним (нити су превише лаки, а ни много тешки), уз напомену да би данас такав модел од три задатка био вероватно конструисан другачије (по један задатак основног, средњег и напредног нивоа).

3) Садашњи гимназијски матуранти су успешнији у формалним операцијама и проблемима који имају шематизован систем решавања и да су нешто слабији када је реч о проблемским задацима у којима је логичко закључивање примарно.

4) Код свих задатака који су током истраживања реализовани најзаступљенија категорија су нетачно решени задаци (први са 51,27%, други са 46,00%, трећи са 40,70%), а генерално нетачних задатака има 46,52%.

5) Велики број ученика (28,54%) би на евентуалном матурском испиту организованом на моделу задатака које је на свом матурском испиту пре сто година полагала Десанка Максимовић добио недовољну оцену.

6) Идеали постигнућа по образовним нивоима садржани у нашим образовним документима (80% основни ниво, 50% средњи ниво и 25% напредни ниво) нису остварени јер је очигледно да су сви ученици који су показали недовољан успех, а њих је скоро 30%, испод основног нивоа. Ако, упрошћено, све ученике који су постигли одличан успех на тесту, посматрамо као ученике који су достигли напредни ниво, онда опет није достигнуто жељених 25%, јер је проценат одличних 20,08%.

7) Средња оцена на истраживаном узорку од 508 тестиралих матураната гимназија једнака је 2,72, што сматрамо да није жељени успех (од на пример, просечних 3,00).

8) Тешко је утврдити проценат заборављања стечених знања, јер нисмо имали иницијално тестирање којим би се утврдио полазни степен овладаности програмом у тренутку обраде материје коју третирају проблеми садржани у датом матурском испиту.

9) Ако

- резултате реализованог истраживања посматрамо у целини,
- за еталон узмемо дистрибуцију постигнућа генерације матураната 1918/19.
- узмемо у обзир све учињене напомене и резерве које третирају разлику између две матурске генерације (једне из далеке 1918/19. и друге експерименталне из 2018/19.)
- учинимо позитивну толеранцију од 10% од једне генерације ка другој,

онда се може констатовати да:

- не можемо бити задовољни квантитативним резултатима јер преко 31% ученика није решило ниједан задатак, а 28,54% ученика су на експерименталном писменом задатку показали нездовољавајући успех;
- не можемо бити задовољни ни чињеницом да ученици боље владају формалним него мисаоним операцијама, што је видљиво из чињенице да су задаци формалног типа боље решени него проблемски задатак;
- можемо бити задовољни бројношћу и процентуалном заступљеношћу ученика који су постигли одличан резултат (око 20% ученика), а нешто више од 13% ученика и максималних 100 бодова.

B.A: *E-mail: voja.andric@gmail.com*

B.M: *E-mail: vladimic@mts.rs*