
ТАКМИЧЕЊА ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Др Зоран Каделбург, др Миљан Кнежевић

35. БАЛКАНСКА МАТЕМАТИЧКА ОЛИМПИЈАДА

Београд, 7–12. маја 2018. године

Србија и град Београд били су домаћини 35. балканске математичке олимпијаде, која је одржана од 7. до 12. маја ове године. Организатор такмичења било је Друштво математичара Србије, а такмичење је одржано у Студентском одмаралишту „Радојка Лакић“ у подножју Авале. Председник Организационог одбора био је *др Миљан Кнежевић* (Математички факултет, Београд). У званичној конкуренцији учествовале су шесточлане екипе из 11 балканских земаља (Албанија, Босна и Херцеговина, Бугарска, Грчка, Кипар, Македонија, Молдавија, Румунија, Србија, Турска и Црна Гора), док је у незваничној конкуренцији било још 7 екипа (Азербејџан, Велика Британија, Италија, Казахстан, Саудијска Арабија, Србија Б и Туркменистан).

Екипе су стигле у Београд у понедељак, 7. маја. Наредног дана састао се Међународни жири Балканијаде, који су чинили руководиоци свих екипа из званичне конкуренције, а којем је председавао *проф. др Зоран Каделбург* (Математички факултет, Београд), именован од стране домаћина. На том састанку Жирију је презентован ужи избор од 20 задатака који су, између свих послатих предлога земаља учесница, одредили *др Душан Букић* (Машински факултет, Београд) и *др Марко Радовановић* (Математички факултет, Београд). Од тих задатака, Жири је одабрао четири за само такмичење. Ти задаци су затим преведени и умножени тако да сваки такмичар, осим званичне енглеске верзије, добије текст и на свом језику.

Балканијада је свечано отворена у среду, 9. маја у одмаралишту „Радојка Лакић“. Такмичаре, пратиоце и госте су поздравили *др Војислав Андрић*, председник Друштва математичара Србије, и *Теодор фон Бург*, наш далеко најуспешнији такмичар свих времена, који је и званично отворио такмичење. После кратког пригодног уметничког програма, такмичари су се распоредили по унапред предвиђеним радним местима, где су у периоду од 4 сата и 30 минута решавали постављене задатке.

Наредног дана руководиоци екипа прегледали су радове својих такмичара, док су копије тих радова истовремено прегледали координатори које је именовао организатор. Затим су руководиоци екипа и координатори усаглашавали оцене тих радова. Важно је нагласити да овом приликом није дошло ни до једног случаја

несагласности између руководиоца и координатора (за такве случајеве је према Правилнику предвиђено да их решава читав Међународни жири), што сведочи о врло квалитетном избору координатора које је учинило Друштво математичара Србије. То су потврдили и сви руководиоци делегација.

Координатори су били: *Марко Радовановић* (председник комисије), *др Владимир Балтић*, *др Борђе Баралић*, *Душан Дробњак*, *Милош Ђорић*, *др Душан Ђукић*, *Марија Јелић*, *Катарина Лукић*, *Растко Маринковић*, *др Петар Марковић*, *др Лука Милићевић*, *Никола Милосављевић*, *др Бојана Милошевић*, *др Никола Петровић*, *Максим Стокић*, *др Борис Шобот*.

Док су руководиоци екипа били заузетим овим послом, за такмичаре је организовано разгледање Београда, укључујући посету Зоолошком врту. С њима су тада (као и током читаве Балканијаде) били водичи (guides), а то су били студенти Математичког факултета и ученици Математичке гимназије у Београду. Координатори ових активности и организатори тог посла биле су професорке Математичке гимназије *Гордана Зарић* и *Бојана Матић*.

Званичне резултате Балканијаде усвојио је Међународни жири на свом завршном састанку, одржаном у четвртак, 10. маја. Том приликом су, у складу са Правилником, одређене границе на основу којих су додељене медаље – златне, сребрне и бронзане. Укупно је у званичној конкуренцији додељено 9 златних медаља (за освојених максимално могућих 40 поена), 14 сребрних (29–39 поена) и 19 бронзаних медаља (15–28 поена). Сем тога, похваљени су сви такмичари који су у потпуности решили један од постављених задатака. Гостујући такмичари добили су такође признања, према истом критеријуму као званични (уз назнаку “као гост”), тако да су њима додељене 2 златне, 4 сребрне и 27 бронзаних медаља.

Екипа Србије за ову Балканијаду одређена је на основу резултата Српске математичке олимпијаде која је одржана у Београду 30. и 31. марта ове године. Њу су сачињавали: *Алекса Милојевић*, *Павле Мартиновић*, *Јелена Иванчић*, *Игор Медведев*, *Добрица Јовановић* и *Владимир Виктор Мирјанић*, сви ученици Математичке гимназије у Београду.

Наша екипа остварила је одличан успех – освојили су 2 златне, 2 сребрне и 1 бронзану медаљу, као и једну похвалу. Резултати наших такмичара дати су у следећој табели.

		зад. 1	зад. 2	зад. 3	зад. 4	укупно	медаља
1.	Алекса Милојевић	10	10	10	10	40	златна
2.	Павле Мартиновић	10	10	10	10	40	златна
3.	Јелена Иванчић	10	9	10	10	39	сребрна
4.	Игор Медведев	10	10	10	6	36	сребрна
5.	Добрица Јовановић	10	7	10	0	27	бронзана
6.	Владимир Виктор Мирјанић	10	0	1	0	11	похвала

Руководиоци екипе били су *др Бојан Башић* и *Владо Уљаревић* (Природно-математички факултет у Новом Саду).

Балканске олимпијаде нису екипна такмичења, те се на њима пласман екипа не проглашава. Међутим, према укупном броју освојених поена и распореду медаља, може се (и уобичајено је) извршити њихово рангирање. На тај начин долази се до следећег пласмана.

		Т а к м и ч а р и						М е д а љ е			
		1	2	3	4	5	6	Укупно	златне	сребрне	бронзане
1.	Бугарска	40	40	40	38	38	36	230	3	3	–
2.	Румунија	40	40	40	40	32	31	223	4	2	–
3.	Србија	40	40	39	36	27	11	193	2	2	1
4.	Турска	39	39	33	31	28	12	182	–	4	1
5.	Грчка	36	36	31	18	12	2	135	–	3	1
6.	Молдавија	28	22	20	18	15	14	117	–	–	5
7.	БиХ	24	22	20	20	18	11	115	–	–	5
8.	Македонија	20	19	14	10	4	1	68	–	–	2
9.	Црна Гора	20	15	7	7	5	–	54	–	–	2
10.	Албанија	25	14	5	5	3	0	52	–	–	1
11.	Кипар	21	8	7	3	2	1	42	–	–	1

Од гостујућих екипа, најуспешније су биле Казахстан (са освојене 2 златне медаље) и Србија-Б.

Друга екипа Србије такође је одређена на основу резултата Српске математичке олимпијаде. Њу су сачињавали: *Никола Павловић*, гимназија „Јован Јовановић Змај“ у Новом Саду, *Јован Торомановић*, Математичка гимназија у Београду, *Марко Медведев*, Математичка гимназија у Београду, *Милош Милићев*, Математичка гимназија у Београду, *Александар Милосављевић*, гимназија „Светозар Марковић“ у Нишу, *Лазар Корсић*, Математичка гимназија у Београду.

Руководилац екипе био је *Милош Милосављевић* (гимназија „Светозар Марковић“ у Нишу), а заменик је била *др Соња Чукић* (Математичка гимназија у Београду).

Они су (као гости) освојили једну сребрну и пет бронзаних медаља. Ево и њихових резултата

		зад. 1	зад. 2	зад. 3	зад. 4	укупно	медаља
1.	Никола Павловић	10	10	10	9	39	сребрна
2.	Јован Торомановић	10	1	10	7	28	бронзана
3.	Марко Медведев	10	8	0	7	25	бронзана
4.	Милош Милићев	10	5	0	8	23	бронзана
5.	Александар Милосављевић	10	1	10	0	21	бронзана
6.	Лазар Корић	0	9	10	0	19	бронзана

У петак, 11. маја, организован је излет за све учеснике Балканијаде. Посећено је Ваљево, укључујући Ваљевску гимназију, као и Истраживачка станица Петница уз обилазак Петничке пећине.

На завршној свечаности, одржаној такође 11. маја, председник Жжирија саопштио је званичне резултате такмичења и уручио дипломе о освојеним медаљама. Најзад, исте вечери одржана је, у изузетно пријатној атмосфери, традиционална опрощајна вечера за све учеснике.

Детаљнији подаци о 35. БМО могу се наћи на званичном сајту

<https://bmo2018.dms.rs>

који је такође веома високо оцењен од стране гостујућих учесника. Администратор сајта био је председник Организационог одбора Балканијаде. Поменимо и заповлене у Друштву математичара Србије, *Милицу Бабић* и *Биљану Тамиловић*, које су, као обично, обавиле велики део техничког посла на припреми.

Главни део финансијских средстава за одржавање Балканијаде обезбедило је Министарство просвете Републике Србије. Додатна средства обезбедили су Математички факултет у Београду и компанија НИС.

Можемо да констатујемо да је 35. балканска математичка олимпијада била изузетно успешна, како у организационом, тако и у такмичарском смислу.

Следе задаци са Балканијаде. Њихова решења су објављена у часопису „Тангента“.

Задаци

1. Четвороугао $ABCD$ је уписан у кружницу k , при чему важи $AB > CD$ и права AB није паралелна са CD . Тачка M је пресек дијагонала AC и BD , а подножје нормале из M на AB је тачка E , при чему она припада дужи AB . Ако је EM симетрала $\angle CED$, доказати да је AB пречник кружнице k .

[Бугарска]

2. Нека је q позитиван рационалан број. Два мрава се иницијално налазе у истој тачки X у равни. У n -том минути ($n = 1, 2, \dots$) сваки од њих бира да ли ће се кретати ка северу, истоку, југу или западу, и потом прелази дистанцу од q^n метара. После целог броја минута, они се поново налазе у истој тачки у равни (не нужно тачки X), а дотле пређене путање им нису потпуно идентичне. Одредити све могуће вредности броја q . [В. Британија]

3. Ана и Бојан играју следећу игру. Пред њима се налазе две непразне гомиле новчића. Наизменично, почев од Ане, свако бира гомилу на којој је паран број новчића и премешта половину новчића с те гомиле на другу гомилу. Игра се завршава уколико играч који је на реду не може да одигра потез, у ком случају други играч побеђује. Одредити све парове (a, b) природних бројева таквих да, уколико гомиле на почетку имају a и b новчића, редом, Бојан има победничку стратегију.

[Кипар]

-
4. Наћи све просте бројеве p и q за које $3p^{q-1} + 1$ дели $11^p + 17^p$. [Бугарска]

Математички факултет, Универзитет у Београду, Студентски трг 16, 11000
Београд

E-mail: kadelbur@matf.bg.ac.rs. kmiljan@matf.bg.ac.rs