

---

## **НАСТАВА МАТЕМАТИКЕ У ОСНОВНОЈ ШКОЛИ**

---

Мика Ракоњац

### **ЕФЕКАТ ГЕОМЕТРИЈСКЕ РЕПРЕЗЕНТАЦИЈЕ ОСОБИНА РЕЛАЦИЈЕ ЈЕДНАКОСТИ НА УСПЕШНОСТ РЕШАВАЊА ЈЕДНАЧИНА У МЛАЂИМ РАЗРЕДИМА ОСНОВНЕ ШКОЛЕ**

#### **1. Увод**

На нивоу школовања које се овде разматра, специфична пажња посвећена је могућности да се изрази разумеју како на оперативном тако и на структурном нивоу и могућности да се ученицима прилагоди алгебарска интерпретација, како би спроводили алгебарске активности. Одабиром одговарајућих геометријских модела за описивање релација између варијабли ученици се упућују на познати контекст у коме могу самостално да истражују проблем, јер „ми разумемо нешто, ако видимо како се то се односи или како је повезано са другим стварима које зна-мо“ [10], а „ниво разумевања је одређен према броју и јачини веза“ [9]. Методски приступ, заснован на комбинацији геометријског и алгебарског моделовања, даје могућност разноврсних метода рада. У склопу оваквог приступа успешно се могу изводити облици наставе, који подразумевају организацију активности ученика усмерених на учење путем решавања задатака.

Основ за израду дидактичког материјала у овом раду су идеје Drake (према [8, стр. 469]): 1) деције математичке идеје и разумевања произилазе из решавања проблема, 2) наставници могу да користе питања, која ученике усмеравају ка развоју математичког разумевања и смисленог решавања проблема. Текст дидактичког материјала намењен је не само за усмеравање ученика у осмишљавању адекватних трансформација, које воде решавању проблема, већ и за разматрање и увиђање значаја геометријских слика у истраживању односа између величина. Питања у материјалу ослањају се на општа питања, која укључују принципе развојне психологије, а која су предложили Biggs и Collis [1]. Biggs је утврдио да када ученици одговоре на питање, њихови се одговори развијају од фокусирања на једну ставку, до разматрања неколико релевантних ставки, а затим на употребљивање разнородних ставки до којих су дошли и, на крају, питање се разматра у ширем контексту увођењем материјала који се разликује од полазног.

#### **2. Теоријске основе**

За разумевање еквивалентних израза и једначина, за комбиновање и формирање нових израза, као и за откривање образаца промене и решавање једначина,

користе се својства релације једнакости. „Један од предусловова за формирање и адекватно тумачење структурне репрезентације, као што је једначина, јесте разумевање симетричне и транзитивне природе једнакости, коју понекад називају ‘лево-десна еквивалентност’ у односу на знак једнакости“ [5]. Међутим, осим познавања основних особина (рефлексивност, симетричност и транзитивност), за решавање једначина је неопходно познавање следећих особина релације једнакости: 1) за сваки број  $c$ , из  $a = b$  следи  $a + c = b + c$ , 2) за сваки број  $c$ ,  $c < a$ , из  $a = b$  следи  $a - c = b - c$ , 3) за сваки број  $c$ ,  $c \neq 0$ , из  $a = b$  следи  $a \cdot c = b \cdot c$ ,  $a : c = b : c$ . „На подесан визуелан начин или кроз пригодан језик треба истицати својства релације, захтевајући при томе да их ученици и сами уочавају, исправно представљају и у том смислу са њима активно раде. При томе је излишно прерано инсистирање на терминима који изражавају својства релација, као и на одређивању појмова путем дефиниција“ [6]. Да ученици наведена својства не би прихватали као декларативна знања, тј. као скуп независних „ако-онда“ правила, која упућују на низ дозвољених трансформација приликом решавања једначине, треба их репрезентовати и у другим семиотичким системима, чија правила повезују различите репрезентације једног објекта. Због тога, задатак не би требало да се фокусира само на идејама у једној области, него „да се пробије кроз вештачке баријере између математичких тема“ [7]. У складу с тим, путања активног процеса изучавања особина релације једнакости и њихове примене на решавање једначина илустрована је дидактичким полу програмираним материјалом (у даљем излагању), који ученицима пружа листу описа односа између два израза са статичног и са оперативног аспекта, где је нагласак на трансферу са геометријске на симболичку репрезентацију и обратно. Адекватно осмишљени проблеми и истраживачке активности, које воде ка откривању идеја, показатељи су да се математички задаци у наставном процесу не користе само као допуна теоријском делу материјала са циљем његовог утврђивања, због чега ученици сматрају да се „математика вежба“, већ омогућавају дубље разумевање функционалне зависности и изградњу математичких знања, тј. омогућавају да се „математика учи“.

### **3. Методолошки оквир истраживања**

*Предмет истраживања* су активности упознавања ученика млађих разреда основне школе са особинама релације једнакости применом геометријских модела и њихов ефекат на успешност решавања једначина.

*Циљ истраживања* је да се испита у којој мери експериментална настава утиче на стицање знања о особинама релације једнакости и како их ученици примењују на решавање једначина.

*Задаци истраживања:*

- извођење експерименталног програма у непосредном раду са ученицима,
- тестирање (испитивање квалитета знања усвојених током експерименталног програма),
- статистички приказ резултата провере знања и анализа добијених резултата,

- извођење закључчака за унапређење наставе математике.

*Хипотеза у истраживању:* ученици Е-групе успешнији су у решавању једначина у односу на ученике К-групе.

*Независна варијабла:* примена геометријских репрезентација особина релације једнакости у решавању једначина.

*Зависна варијабла:* постигнуће ученика на тесту.

*Методе и технике истраживања:*

- метода педагошког експеримента са паралелним групама,
- дескриптивна метода (статистичка анализа квантитативних података, извођење закључчака на основу анализе сређених дескрипција),
- техника тестирања.

*Узорак истраживања:* Истраживање је спроведено на узорку од 50 ученика четвртог разреда основне школе, при чему је 25 ученика радило под утицајем експерименталног фактора (Е-група), а 25 ученика радило је традиционалном наставом (К-група).

*Динамика извођења експерименталног програма:*

Експериментална настава реализована је у оквиру 3 наставна часа. Након час обраде на наставној јединици *Особине релације једнакости* уследила су два часа утврђивања наставне јединице *Решавање једначина*. Затим је урађена провера знања помоћу тестирања (Прилог 3). Резултати тестирања, изражени у виду броја бодова (од 0 до 5 по одговору), представљали су основ за статистичку обраду.

За статистичку обраду података добијених тестирањем коришћени су *Microsoft Excel* и *SPSS Windows* (верзија 15)<sup>1</sup>. За обраду примарних података коришћена је дескриптивна статистичка анализа: аритметичка средина-просек, медијана, минимум и максимум, стандардна девијација, варијанса. Применом Колмогоровог и Смирновог теста испитано је да ли распореди фреквенција у Е и К групи имају нормалну расподелу. Испитивање хипотезе да се резултати успеха ученика у Е и К групи разликују извршено је применом Студентовог теста.

#### 4. Метод рада

На првом часу експерименталне наставе реализована је обрада особина релације једнакости и њихове примене комбинацијом индивидуалног и фронталног облика рада са следећим циљевима и задацима: истраживање особина релације једнакости у еквивалентном геометријском окружењу; испитивање узајамне зависности између резултата и компонената операције повезивањем мernог броја дужине дужи са збиром, односно мernог броја површине правоугаоника са производом; примена особина релације једнакости на решавање једначина. Дидактички

<sup>1</sup> Пратећа интернет презентација приручника за овај програм налази се на интернет страници [www.allenandunwin.com/spss](http://www.allenandunwin.com/spss)

материјал коришћен за самосталан рад ученика на првом часу дат је у Прилогу 1. Процес испитивања алгебарских једнакости почиње геометријским репрезентацијама, а завршава се изградњом и решавањем линеарне једначине облика  $ax + b = c$  ( $a$ ,  $b$  и  $c$  су природни бројеви). Решавању једначине претходи низ корака са директно видљивим особинама релације једнакости, тј. низ задатака са информацијама визуелизованим у геометријском окружењу.

Решавање задатака захтева низ математичких активности, које подржавају везе унутар математичких садржаја. Полазећи од нивоа сложености задатака, ученици на првом нивоу (1, 2. и 3. задатак) репродукују своја знања, на другом нивоу (4. и 5. задатак) користе знања у новим ситуацијама, а на креативном нивоу (6. задатак) проблем решавају хеуристичком методом. Прогресија од нижих ка вишим нивоима способности није само хронолошког карактера, већ се огледа и унутар проблемских ситуација у различитим контекстима (у 1, 2, 3. и 4. задатку), које су структуриране у два корака – подзадатка 1) и 2). Процес решавања подзадатака са ознаком „1“ је оперативног карактера – подразумева репрезентацију промена услова задатка комбинацијом геометријске трансформације и бројевних ознака, која, преко аритметичких прорачуна, води до решења, тј. представља почетну фазу интеракције активности упоређивања израза и употребе геометријских модела, која се односи на нумеричке вредности. Решавање подзадатака са ознаком „2“ је релацијског карактера – подразумева репрезентацију промена услова задатка комбинацијом геометријске трансформације и алгебарских симбола, а затим релацијско расуђивање о томе да ли је трансформација изведена на другој од две дате једнакости сачувала квантитативни однос изражен у првој једнакости, тј. ученицима пружа могућност да предвиде однос између израза без рачунања са конкретним бројевима.

Четврти задатак представља контрапример за трећи задатак. Активности у решавању 5. задатка интегришу скоро све алгебарске и геометријске способности коришћене у изради претходних задатака. Активности у решавању 6. задатка чине завршну фазу рада на овом садржају и подразумевају описивање односа између услова и захтева задатка помоћу једначине, чије решавање захтева примену особина релације једнакости. Наведени модел може представљати увод у истраживање узајамне зависности између резултата и компонената операције. Другим речима, зависност збира од промене сабирaka (у подзадатку 1.2)б)), зависност разлике од промене умањеника/умањиоца, зависност производа од промене чинилаца (у подзадатку 2.2)б)), ученици могу разматрати као примере примене особина релације једнакости на одговарајућим исказима.

На другом и трећем часу експерименталне наставе ученици су вежбали решавање линеарних једначина облика  $ax \pm b = c$  и  $a \pm bx = c$  ( $a, b, c$  су елементи скупа  $N_0$ ) применом особина релације једнакости у геометријском контексту (Прилог 2). Саставни део овог модела је превођење линеарних једначина у геометријски контекст. Ово превођење функционише у оба смера, да ученици могу да идентификују операције и објекте како у геометријском тако и у алгебарском контексту. Једначине се решавају узастопним трансформацијама, при чему коначна трансформација резултира једначином, која изражава најкраћу везу између непознате

и познате. Иако стандардни алгоритам решавања једначина користи идеју алгебарске еквиваленције, она је скривена. Међутим, геометријско решавање, које се базира на стратегији кореспондентној алгебарској стратегији равнотеже<sup>2</sup>, истиче идеју алгебарске еквиваленције. За решавање једначина ученицима је неопходно указати на то да се додавањем (или одузимањем) истих вредности на обе стране једнакости не мења однос између израза са леве и десне стране, јер приступ квантитативним ситуацијама са релацијског аспекта може бити когнитивна подршка за развој алгебарског размишљања. Сврха еквивалентних односа је у поједностављивању приказа квантитативних односа. Ова еквиваленција може се генерализовати методом геометријских трансформација, јер је алгебарско размишљање „способност представљања квантитативних ситуација, тако да односи између варijабли буду очигледни“ [2]. Да бисмо добили решење једначине, формираћемо низ парова подударних дужи – први у низу биће дата једначина, а последњи ће бити једначина из које се решење непосредно види. Геометријске репрезентације динамичне природе одражавају варијације математичких објеката (леве и десне стране једначине) и омогућавају константну „видљивост“ међурезултата (промену).

## 5. Анализа и интерпретација резултата истраживања

Резултати испитивања нормалне расподеле фреквенција за Е и К групу дати су у Табели 1 на следећој страни. Добијени резултати показују:

1) Експериментална група: просечан број поена (аритметичка средина) износи 15,96, медијана 16, стандардна девијација 6,27, варијанса 39,3, минималан број бодова 5, максималан број бодова 25. Коефицијент асиметрије износи  $-0,05$ , што говори да је расподела мало лево у односу на средњу вредност, а коефицијент сплоштености износи  $-1,14$ , што показује да је расподела пљоснатија од нормалне.

2) Контролна група: просечан број поена (аритметичка средина) износи 12,8, медијана 12, стандардна девијација 6,71, варијанса 45,08, минималан број бодова 3, максималан број бодова 25. Коефицијент асиметрије распореда фреквенције износи  $0,373$ , што указује да је распоред асиметричан благо у десно, док коефицијент сплоштености распореда износи  $-1,061$  што указује на благу сплоштеност.

На основу Табеле 2, закључујемо да је код обе групе заступљен нормалан распоред, јер је и код Е и код К групе вредност Sig. (стандардна грешка) већа од  $0,05$  ( $0,243; 0,171$ ).

Резултати Студентовог  $t$ -теста (Табела 3) показују да постоји разлика између остварених средњих вредности и стандардне девијације у укупном броју остварених бодова на тестирању и то: просечан успех Е-групе износио је 15,96, а К-групе 12,8. Поншто је  $t(df) = 24$ , а вредност  $Sig.(2-tailed) = 0,000 < p = 0,05$ ,

<sup>2</sup> Овај метод решавања линеарне једначине описан је око 1100. године у књизи *Al-jabr w'al Muqabala* аутора Omar Khayyam-a [4], у којој је аутор написао: „једна од грана знања, потребних у делу филозофије познатом као математика, јесте наука *Al-jabr w'al Muqabala*, чији је циљ одређивање нумеричких и геометријских непознатих“ [3].

закључујемо да постоји значајна разлика између средњих вредности К и Е групе. Ученици Е групе остварили су боље резултате, чиме се потврђује хипотеза да постоји разлика у постигнутом успеху ученика Е и К групе. Хипотеза је потврђена са ризиком грешке од 5%.

Табела 1: Дескриптивна статистика за испитивање нормалне расподеле фреквенција Е и К групе

	(Descriptives)		Statistic	Std. Error
E	Mean		15,9600	1,25363
	95% Confidence Interval for Mean		13,3726	
			18,5474	
	5% Trimmed Mean		16,0556	
	Median		16,0000	
	Variance		39,290	
	Std. Deviation		6,26817	
	Minimum		5,00	
	Maximum		25,00	
	Range		20,00	
K	Interquartile Range		11,50	
	Skewness		-0,052	0,464
	Kurtosis		-1,144	0,902
	Mean		12,8000	1,34288
	95% Confidence Interval for Mean		10,0284	
			15,5716	
	5% Trimmed Mean		12,6667	
	Median		12,0000	
	Variance		45,083	
	Std. Deviation		6,71441	
Minimum		3,00		
Maximum		25,00		
Range		22,00		
Interquartile Range		12,00		
Skewness		0,373	0,464	
Kurtosis		-1,061	0,902	

Табела 2: Колмогоров-Смирнов тест (Tests of Normality)

	Kolmogorov-Smirnov(a)			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
E	0,109	25	0,200(*)	0,949	25	0,243
K	0,107	25	0,200(*)	0,943	25	0,171

\* This is a lower bound of the true significance.

a Lilliefors Significance Correction

Табела 3: Студентов  $t$ -тест (One-Sample Test)

	Test Value = 0					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean	95% Confidence Interval of the Difference	
				Difference	Lower	Upper
E	12,731	24	0,000	15,96000	13,3726	18,5474
K	9,532	24	0,000	12,80000	10,0284	15,5716

## 6. Закључак

Геометријска репрезентација особина релације једнакости и примена на решавање линеарних једначина омогућава да се односи између алгебарских величина могу посматрати као врста описа стања подударних геометријских фигура, за разлику од процедуралне интерпретације једначине, која се односи на резултат. Геометријске трансформације, чији су резултат нове слике које поједностављују односе између два израза, чине кораке решавања једначине континуирано видљивим и истичу њен структурни карактер. Оперативно-структурни приступ омогућава да се процедуре спроводе на концептуалном нивоу, на коме се два еквивалентна израза (у једначини) интерпретирају као два еквивалентна објекта.

Позитиван ефекат геометријских модела на развој алгебарског расуђивања огледа се у успостављању равнотеже између прихватања неформалне симболике, с једне стране, и усмеравања ка формалној симболизацији, с друге стране. Док се примена алгебарских процедура ослања на инструментално разумевање, геометријска репрезентација једначине не ставља нагласак на формални симболизам, већ на просторна истраживања, односно на релационо разумевање, које подразумева откривање веза између познатих и непознатих величина, чиме се наглашава њен статични карактер, тј. током решавања једначине појам еквивалентности остаје у првом плану.

Резултати истраживања указују на то да геометријски начин размишљања у алгебри, који је сликовито-синтетичког карактера, доприноси разумевању еквивалентних алгебарских израза и успешном решавању једначина. У складу с тим, настава математике треба да има за циљ да прошири погледе ученика ван процедуралних алгебарских трансформација и да им понуди могућност релационог расуђивања у различитим контекстима.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] J. Biggs, K. Collis, *Evaluating the Quality of Learning*, Academic Press, New York, 1982.
- [2] M. Driscoll, *Fostering Algebraic Thinking: A Guide for Teachers Grades 6–10*, Portsmouth, NH, Heinemann, 1999.
- [3] D. S. Kasir, *The Algebra of Omar Khayyam*, New York, Teachers College of Columbia University, 1931.
- [4] V. J. Katz, *The development of algebra and algebra education*, In: C. B. Lacampagne, W. Blair and J. Kaput (Eds.), *The Algebra Initiative Colloquium* (pp. 19–36), U.S. Department of Education Office of Educational Research and Improvement National Institute on Student Achieve-

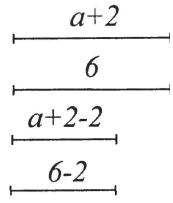
- ment, Curriculum, and Assessment, 1995, <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED385436.pdf> #page=37
- [5] C. Kieran, *The learning and teaching of school algebra*, In: D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, New York: Macmillan, pp. 390–419, 1992.
  - [6] *Наставни програм за четврти разред основног образовања и васпитања*, Завод за унапређивање васпитања и образовања, Београд, 2015. <http://www.zuov.gov.rs/dokumenta/CRPU/Osnovne%20skole%20PDF/>
  - [7] T. A. Romberg, J. J. Kaput, *Mathematics worth teaching, mathematics worth understanding*, In: E. Fennema, T. A. Romberg (Eds.), *Mathematics Classrooms that Promote Understanding*, pp. 3–17, Routledge, 1999.
  - [8] A. M. Tyminski, V. S. Zambak, C. Drake, T. J. Land, *Using representations, decomposition, and approximations of practices to support prospective elementary mathematics teachers' practice of organizing discussions*, J. Math. Teacher Education, **17** (5) (2014), 463–487.
  - [9] J. Hiebert, T. P. Carpenter, *Learning and teaching with understanding*, In: D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, pp. 65–97, New York, Macmillan, 1992.
  - [10] J. Hiebert, T. P. Carpenter, E. Fennema, K. Fuson, D. Wearne, H. Murray, A. Olivier, P. Human, *Making Sense: Teaching and Learning Mathematics with Understanding*, Portsmouth, NH, Heinemann, 1997.

Учитељски факултет, Београд

E-mail: mika.rakonjac@gmail.com

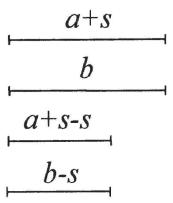
### Прилог 1.

1.1)



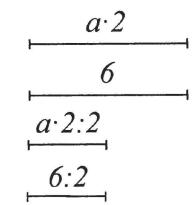
- а) Ако се дужина две подударне дужи ( $a + 2$  и  $6$ ) смањи за 2, да ли су дужине новодобијених дужи једнаке?  
б) Ако је тачно  $a + 2 = 6$ , да ли је тачно  $a + 2 - 2 = 6 - 2$ , тј.  $a = 6 - 2$ ?

1.2)



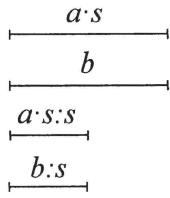
- а) Ако се дужина две подударне дужи ( $a + s$  и  $b$ ) смањи за  $s$ , да ли су дужине новодобијених дужи једнаке?  
б) Ако је тачно  $a + s = b$ , да ли је тачно  $a + s - s = b - s$ , тј.  $a = b - s$ ?

2.1)



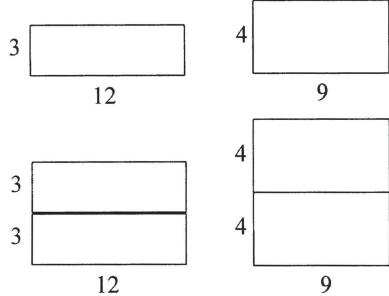
- а) Ако се дужина две подударне дужи ( $a \cdot 2$  и  $6$ ) смањи 2 пута, да ли су дужине новодобијених дужи једнаке?  
б) Ако је тачно  $a \cdot 2 = 6$ , да ли је тачно  $(a \cdot 2) : 2 = 6 : 2$ , тј.  $a = 6 : 2$ ?

2.2)



- a) Ако се дужина две подударне дужи ( $a \cdot s$  и  $b$ ) смањи  $s$  пута, да ли су дужине новодобијених дужи једнаке?
- б) Ако је тачно  $a \cdot s = b$ , да ли је тачно  $(a \cdot s) : s = b : s$ , тј.  $a = b : s$ ?

3.1)

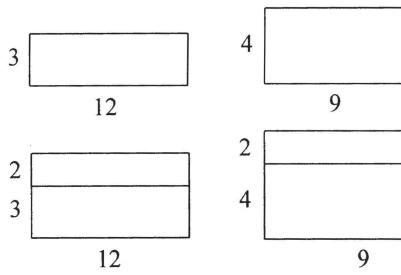


- a) Ако се ширина два различита правоугаоника ( $12 \times 3$  и  $9 \times 4$ ) који имају једнаке површине (36), повећа 2 пута, да ли су површине новодобијених правоугаоника једнаке?
- б) Ако је тачно  $12 \cdot 3 = 9 \cdot 4$ , да ли је тачно  $12 \cdot (3 \cdot 2) = 9 \cdot (4 \cdot 2)$ ?

3.2) а) Ако се ширина два различита правоугаоника ( $a \times b$  и  $c \times d$ ), који имају једнаке површине, повећа  $s$  пута, да ли су површине новодобијених правоугаоника једнаке?

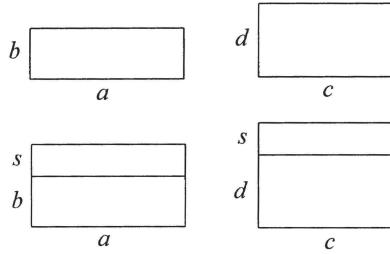
б) Ако је тачно  $a \cdot b = c \cdot d$ , да ли је тачно  $a \cdot (b \cdot s) = c \cdot (d \cdot s)$ ?

4.1)



- a) Ако се ширина два различита правоугаоника ( $12 \times 3$  и  $9 \times 4$ ) који имају једнаке површине (36), повећа за 2, да ли су површине новодобијених правоугаоника једнаке?
- б) Ако је тачно  $12 \cdot 3 = 9 \cdot 4$ , да ли је тачно  $12 \cdot (3 + 2) = 9 \cdot (4 + 2)$ ?

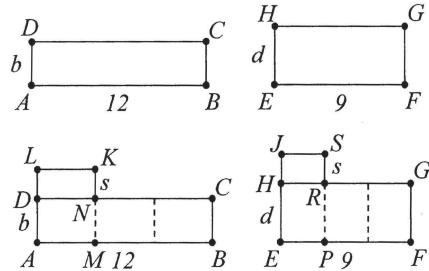
4.2)



- a) Ако се ширина два различита правоугаоника ( $a \times b$  и  $c \times d$ ) који имају једнаке површине, повећа за  $s$ , да ли су површине новодобијених правоугаоника једнаке?
- б) Ако је тачно  $a \cdot b = c \cdot d$ , да ли је тачно  $a \cdot (b + s) = c \cdot (d + s)$ ?

5. а) Ако се дужина два различита правоугаоника ( $12 \times b$  и  $9 \times d$ ), који имају једнаке површине, смањи 3 пута, а ширина повећа за  $s$ , да ли су површине новодобијених правоугаоника једнаке?

б) Ако је тачно  $12 \cdot b = 9 \cdot d$ , да ли је тачно  $(12 : 3) \cdot (b + s) = (9 : 3) \cdot (d + s)$ ?



*Решење.* а) Површине новодобијених правоугаоника  $AMKL$  и  $EPSJ$  једнаке су збиру површина правоугаоника  $\underline{\quad}$  и  $\underline{\quad}$ , односно  $P_{AMKL} = 4b + \underline{\quad}$  и  $P_{EPSJ} = 3d + \underline{\quad}$ . Упоређивање  $P_{AMKL}$  и  $P_{EPSJ}$  своди се на упоређивање израза  $4b + 4s$  и  $3d + 3s$ . Ако су површине правоугаоника  $ABCD$  и  $EFGH$  једнаке, тј.  $12b = 9d$ , онда су једнаке и површине њихових трећина, тј.  $4b = 3d$ , те се упоређивање израза  $4b + 4s$  и  $3d + 3s$  своди на упоређивање израза  $4s$  и  $3s$ . Како је  $4s$  различито од  $3s$ , закључујемо да површине правоугаоника  $AMKL$  и  $EPSJ$   $\underline{\quad}$  једнаке.

6. Одредити делилац, ако је дељеник 11, количник 4 и остатак 3.

$$\begin{array}{r} 4x+3 \\ \hline 11 \\ \hline 4x+3-3 \\ \hline 11-3 \\ \hline 4x:4 \\ \hline 8:4 \end{array}$$

*Решење.* Условима задатка одговара једначина  $4 \cdot x + 3 = 11$ , која на основу особине једнакости 1.2)б) постаје

$$4 \cdot x + 3 - 3 = 11 - \underline{\quad}$$

$$4 \cdot x = \underline{\quad}$$

$$(4 \cdot x) : 4 = 8 : 4 \text{ (особина 2.2)б)}$$

$$x = \underline{\quad}$$

## Прилог 2.

1. Решити једначину  $2x - 3 = 17$ .
2. Решити једначину  $13 - 3x = 1$ .
3. Решити једначину  $3x + 7 = 5x - 11$ .

*Решења.*

1.

$$\begin{array}{r} 2x-3 \\ \hline 17 \\ \hline 2x+3-3 \\ \hline 17+3 \\ \hline 2x:2 \\ \hline 20:2 \\ \hline \end{array} \quad 2x-3=17 \quad 2x+3-3=17+3 \quad 2x:2=20: \quad x= \quad$$

2.

$$\begin{array}{r} 13-3x \\ \hline 1 \\ \hline 13+3x-3x \\ \hline 1+3x \\ \hline 13-1 \\ \hline 3x:3 \\ \hline 12:3 \\ \hline \end{array} \quad 13-3x=1 \quad 13+3x-3x=1+3x \quad 1+3x-1=13- \quad 3x= \quad 3x:3=12:3 \quad x= \quad$$

3.

$$\begin{array}{c} 3x+7 \quad | \quad x \quad x \quad x \quad | \quad 7 \\ 5x-11 \quad | \quad x \quad x \quad x \quad x \quad x \quad | \quad 11 \\ \hline & & & & & & & \\ & \cancel{x} & \cancel{x} & \cancel{x} & | \quad 7 \quad 11 \\ & \cancel{x} & \cancel{x} & \cancel{x} & | \quad 7 \\ \hline & & & & | \quad 2x \\ \hline & & & & 2x=18 \end{array} \quad 3x+7=5x-11 \quad 3x-3x+7+11=5x-3x+11-11, \text{ tj.} \quad 2x:2=18:2, \text{ tj.}$$

### Прилог 3.

1. Решити једначину  $5x + 3 = 28$ .
2. Решити једначину  $7x - 12 = 44$ .
3. Решити једначину  $53 - 9x = 8$ .
4. Збир два броја је 123. Одредити сабирке ако је један од њих за 37 већи од другог.
5. Разлика два броја је 63. Одредити те бројеве ако је један од њих 4 пута мањи од другог.