

Мр Александар Сеничић, Биљана Сеизовић, Вјекослав Петришко,
Драгана Бошљаковић

СИНГАПУРСКА МАТЕМАТИКА

1. Сингапурска математика – метод седам корака

Деци је лако – кад разумеју како!

Скоро цео свет говори о новом приступу математици – Сингапурској математици. У своје „Мислеће школе“, Сингапур је увео нове наставне програме и креативно мишљење, а један од кључних сегмената њиховог новог начина образовања, огледа се у настави математике. Били су први на свету (TIMSS) 1995, 1999, 2003, а други на PISA тестирању 2009. и 2012. Сингапур је до 1980. године увозио уџбенике из математике, а од 2005. године је Амерички институт за истраживања донео одлуку да се уџбеници из Сингапура могу користити у настави математике. Окрузи који су их користили, приметили су побољшање у нивоу знања ученика, па су почели да се користе у Канади, Израелу, Великој Британији ...

У Сингапуру су, пре свега, на малом броју наставних области, изградили концепт успешности у настави математике. Њихов циљ је да ученици од најранијег узраста до шестог разреда, науче основне рачунске операције и решавање проблема путем њих.

Централни проблем у решавању текстуалних математичких задатака је уочавање и решавање проблема. То укључује усмерено ангажовање ученика. „Хеуристички модели наставе заснивају се на примени хеуристике у настави као посебне научне методе, с тим да се проналазе различити начини мисаоног вођења ученика ради потпуног схватања проучаваних садржаја“ [7, стр. 545]. Сингапурска математика је фокусирана на решавање проблема хеуристичким приступом. У основи је детаљно читање текста са анализом и представљање броја моделом цртежа. Овакав приступ у решавању текстуалних математичких задатака користан је из више разлога:

- помаже ученику да замисли ситуацију;
- ученик се доводи у ситуацију да ствара конкретне слике;
- задовољава учење ученика кроз оно што види и ради;

- ученик представља речи (текст задатка) у препознатљиве слике – визуализује. „Ништа није у разуму“, каже Џон Лок, „што није прошло кроз чула“.

1.1. Суштина математике и Сингапурска математика

У разредној настави, суштину наставе математике чини методичко обједињавање математичких знања, логичке мисаоности и раднотехничке делатности. Управо су знања, мисаоност и делатност три основне компоненте активности ученика у настави математике.

Уопштено говорећи, за успешно извођење наставе математике, неопходно је испунити основне методичке услове који се односе на:

1. принципе методичког вођења математичког образовања;
2. методе рада;
3. облике рада;
4. наставна средства.

Суштина Сингапурске математике је да ученици постану вешти у претварању апстрактних проблема у конкретне слике које се лако преводе у математичке поступке приликом решавања текстуалних задатака. Пикторални модели су важан корак између читања текстуалних задатака и преласка на потребне кораке да се проблем реши. Ово је тип проблемске наставе у којој се ученици воде постепено до решења проблема, непрестано се враћајући на текст задатка, читајући и истражујући.

Применом Сингапурске математике задовољени су сви принципи вођења математичког образовања у форми васпитне усмерености, одмерености и поступности, очигледности и чулности, свесне активности, научности и систематичности и трајности знања. С обзиром да се, из стандардне дидактичке класификације наставних метода, за математику у разредној настави бирају оне које највише одговарају природи наставног градива и узрасту ученика, методичком критеријуму Сингапурске математике одговарају све варијанте вербално-текстуалне и демонстративно-илустративне групе метода, са акцентом на текстуалној и илустративној методи рада. Час Сингапурске математике је могуће организовати кроз све облике рада, а међу наставна средства улазе све компоненте које доприносе визуализацији проблема. Сингапурска математика је посебно погодна за часове вежбања, утврђивања и систематизације.

1.2. Кораци у решавању математичког проблема

Пикторални модели су важан корак између читања текстуалног задатка и преласка на потребне кораке да се проблем реши. Зато се може рећи да је Сингапурска математика тип проблемске наставе у којој се ученици воде постепено до решења проблема, непрестано се враћајући на текст задатка. Често смо, као учитељи, сведоци неуспешног решавања текстуалних математичких задатака и када је ученик у потпуности овладао свим потребним математичким знањима и рачунањем. А као најчешћи разлог неуспеха у решавању текстуалних задатака истиче се неразумеваше текста задатка и неувиђање проблема, услед површног читања. Зато се рад у Сингапурској математици организује по корацима. У акредитованој

обуци „Сингапурска математика – од проблема до решења“, предложили смо 7 корака, од којих сваки представља етапу у решавању проблема:

1. корак: читање задатка са анализом;
2. корак: преписивање питања из задатка;
3. корак: дефинисање КО и ШТА се помиње у задатку;
4. корак: цртање модела решења;
5. корак: уситњавање проблема;
6. корак: рачунање;
7. корак: уписивање одговора.

Први корак подразумева детаљно читање текста задатка са анализом података које нам пружа о проблему који треба решити. Други корак се односи на преписивање питања у форми обавештајне реченице, при чему се ученик враћа на питање у задатку и на то шта се од њега тражи да израчуна (у овом кораку оставља се место за одговор). У трећем кораку ученици поново читају задатак јер треба да одговоре КО и ШТА се помиње у задатку, класификујући истовремено потребне и непотребне информације. Четврти корак је предвиђен за цртање модела решења. Овај корак је од посебног значаја јер се од ученика очекује да пронађе одговарајући модел за број. Уситњавањем проблема, модел расте тако што приказује све бројеве који се помињу у задатку. У шестом кораку се тек приступа рачунању, а у седмом кораку се ученик враћа на други корак, тачније на место где је оставио простор за одговор и уписује одговор.

Уз стално враћање ученика на текст задатка, као и анализу вођену питањима, веома је важан графички приказ проблема (реалан, али и уз примену симбола), при чему ученик визуализује и пороблем и решење.

Овакав вид организације наставе математике подразумева израду, односно решавање једног математичког проблема, односно само једног задатка у току целог часа. Међутим, не може се рећи да ће ученици оваквом организацијом рада бити ускраћени за стицање математичких знања. Напротив, овде се ради о квалитету насупрот квантитету.

2. Артикулација часа сингапурске математике

Наставни час организован по Сингапурском моделу рада може да прати артикулацију традиционалног наставног часа. Пошто је Сингапурска математика вид проблемске наставе, са елементима хеуристичке методе, она се може реализовати на различите начине, а оно што је најважније су седам корака (од којих је сваки етапа која води до решења проблема).

Сваки час Сингапурске математике је посебна инспирација која пружа велики број могућности за корелацију са садржајима других наставних предмета, као и корелацију унутар математичких садржаја.

2.1. Етапе часа Сингапурске математике

Етапе часа Сингапурске математике је могуће организовати у основној артикулацији са уводним, средишњим и завршним делом часа. Практично, Сингапурска математика може да доминира средишњим делом часа, али час се може

започети и постављањем проблемске ситуације (текстуалног задатка) или завршити закључцима који проистичу из решења задатка. Наша пракса показује да се Сингапурска математика одлично уклапа и у традиционалну артикулацију.

2.1.1. Мотивација за рад. Час Сингапурске математике започиње мотивисањем ученика за рад. То могу бити различите варијанте математичких укрштеница, математичких ребуса, математичких асоцијација, картица са математичким појмовима . . . Наравно, важно је да сви мотивациони садржаји буду сврсисходни и уско повезани са наставним садржајима планираног часа.

2.1.2. Оперативна фаза. У овој фази средишњег дела часа ученици се упознају са проблемом и сагледавају проблемски задатак у целини, не само као математички проблем, већ и као животну ситуацију за коју треба да пронађу решење. Ученици поново читају задатак и у вођеном разговору или посредством питања на наставним листићима, одговарајући на питања, детаљно анализирају задатак. Преписивањем питања из задатка у форми обавештајне реченице, ученици се доводе у ситуацију да дефинишу проблем из задатка, увиђајући шта се то у задатку тачно тражи да реше. У овој етапи ученици не знају резултат, али им је јасно шта треба да израчунају. На овај корак ученици се враћају када реше проблем. У наредној етапи се од ученика очекује да, поново читајући задатак, открију КО и ШТА се све помиње у задатку (корелација са наставом матерњег језика). У задатку постоје информације које им нису потребне или „маскирају“ решење, па је веома важно да ученици издвоје потребне информације од непотребних. (За ову вештину су драгоцене математичке приче.) Проналажење модела решења је централна активност у анализи задатка, јер ученика доводи у ситуацију да пиктурално замени моделом, као и да појам броја искаже одговарајућим симболом. У етапи уситњавања проблема ученик се поново упућује на текст задатка, јер се од њега очекује да, применом модела до ког је дошао, представи све остале бројеве из задатка. Тада долази до очекиваног „раста“ модела. Када пред собом има све потребне информације, када му је јасан однос између вредности у задатку и када тачно зна шта се у задатку очекује да израчуна, ученик ће лако доћи до решења. На крају, у последњој етапи решавања задатка, ученик се поново упућује на текст задатка и питање на које треба да одговори. Тек тада се враћа на другу етапу и уписује на припремљеном месту вредност до које је дошао.

Сваки од ових корака (етапа) води ка решењу проблема који је постављен пред ученика, максимално га ангажујући и активирајући све три основне компоненте: знање, мисаоност и делатност.

2.1.3. Завршна фаза. Завршна активност часа се може посветити презентацији продуката ученичког рада, ако је у питању био групни рад, самосталном решавању математичког израза који је у складу са датим наставним садржајем, записивању текста задатка за математички израз, продубљивању и проширивању математичког проблема који су решавали на часу . . . Завршна активност обухвата и задавање домаћег задатка с циљем примене поступка решавања текстуалног задатка на „сингапурски начин“ или анализу неког текстуалног задатка.

Важно је да ученици постану вешти у претварању апстрактних проблема у

конкретне слике које преводе у математичке моделе приликом решавања текстуалног задатка. „Сингапурски начина рада“ за ученике треба да представља концепт, а не модел који се учи напамет.

Сингапурска математика треба да буде забавна и заснована на разумевању, никако на памћењу!

2.2. Активност ученика на часу Сингапурске математике

С обзиром да се од ученика очекује решавање проблемске ситуације и да се ученик мисаоно максимално ангажује, његова улога одговара улози активног субјекта на часу. У складу са тим, ученици идентификују проблем, анализирају чињенице којима располажу у задатку, визуализују сегменте задатка и сам проблем, моделују бројевне вредности, рачунају, проналазе решење, формирају ставове.

Током наставног часа одвија се двосмерна комуникација на релацијама наставник-ученик и ученик-ученик, као и размене искустава и ставова али и формирање заједничких ставова.

2.3. Активност учитеља на часу Сингапурске математике

Улога учитеља на часу Сингапурске математике није презахтевна јер претпоставља вешто координирање радом ученика током часа. Међутим, учитељу предстоји исцрпна припрема за овако организован час. Учитељ, пре свега, треба да пронађе погодан текстуални проблемски задатак за одређену математичку област и одмери његову тежину, да осмисли питања којима ће водити ученике до решења и припреми потребна наставна средства. Током часа он их мотивише, подстиче на рад и размишљање, усмерава њихове активности, пружа повратне информације, охрабрује, пружа процену рада и успешности.

Од наставника, његових стваралачких способности и вештина, зависи и успешност рада ученика.

3. Сингапурска математика – математика за све

Математика често представља сметњу за успех ученика у школи. То не значи да је она изузетно тежак или неинтересантан наставни предмет. Међутим, треба имати у виду да постоје четири апроксимативне категорије од којих зависи афинитет и успех ученика у настави математике у форми: сензорних, менталних, механичких и моторних способности. Са становишта њихове методичке функције у образовању оне се деле на: перцептивне, вербалне, нумеричке и аналитичко-синтетичке [4, стр. 384]. Наведене способности су јединствене, не јављају се изоловано, али је једна од њих доминантна у менталној конструкцији личности. Доминантна способност је и основа за усвајање одређених садржаја наставних предмета.

1. Перцептивне способности омогућавају брзо и лако запажање целина и делова, појава и стања ... (развијају се у настави ликовне и музичке културе).

2. Вербалне способности омогућавају спретну комбинацију израза и термина. (Ове способности се развијају на часовима матерњег језика, страних језика, историје).

3. Нумеричке способности омогућавају брзо и тачно комбиновање бројевних вредности, њихових односа и цифарских симбола. (Развијају се у настави математике, физике, хемије).

4. Аналитичко-синтетичке способности представљају спој претходно набројаних способности и представљају универзални фактор сазнања. Оне омогућавају рашчлањивање одређене целине на саставне делове и њихово сједињавање. Оне су, такође, услов за економичан распоред предмета у простору, међусобни однос појава у узрочно-последичној вези, за логичан континуитет законитости у систему знања и мисаоних операција.

Управо због тога, мишљења смо да Сингапурска математика одговара ученицима различитих способности, а да самом концепцијом наставног часа и захтевима који се пред ученика постављају, посебно развија код њих аналитичко-синтетичке способности.

4. Пример

ЗАДАТАК. *Сара је у башти убрала 3 руже и 2 лале. Колико је цветова убрала Сара у башти?*

КОРАК 1. Прочитај текст задатка

Прочитај текст задатка и покушај да схватиш о чему се ради у тексту. Проблем каже да је Сара убрала 3 руже и 2 лале. Да ли знате шта је ружа? Како изгледа ружа? Да ли умете да нацртате ружу?



Да ли знате шта је лала? Како изгледа лала? Да ли умете да нацртате лалу?



Шта је заједничко за руже и лале? Која је реч из питања заједничка за руже и лале?

Цвеће. Руже и лале су цвеће.

КОРАК 2. Преписивање питања

Препишите питање у облику реченице, остављајући празно место за одговор.

Сара је убрала _____ цветова у башти.

Када урадимо задатак вратићемо се да упишемо тачан одговор.

КОРАК 3. Ко и/или шта се помиње у задатку?

Ко се помиње у задатку?

Сара.

Шта је радила Сара? Да ли је Сара радила нешто са новцем? Шта се још помиње у задатку?

Сара је брала цвеће. Руже и лале.

Напишимо ко и шта се помиње у задатку.

Сара и Сарино цвеће руже и лале.

КОРАК 4. Нацртај модел решења

Напиши шта треба да се израчуна. Решење представи квадратом.



Сарино цвеће

КОРАК 5. Уситњавање проблема

Поставили смо модел решења. Прочитајмо поново текст задатка и додајмо информације нашем моделу.

Сара је убрала 3 руже и 2 лале.

Да ли су руже део Сариног цвећа? Да ли су лале део Сариног цвећа?

3 руже су део Сариног цвећа. 2 лале су део Сариног цвећа.

Почнимо првом реченицом: „Сара је убрала 3 руже.“

Да ли један квадрат може да представи 3 руже?



Сарино цвеће

Ми смо нацртали један квадрат. Да ли је Сара убрала једну ружу? Колико је ружа убрала?

Убрала је 3 руже. Наш модел мора да прикаже 3 руже. Једна ружа је представљена једним квадратом. Један квадрат представља један цвет.

Р



Р



Р



Сарино цвеће

Сара је брала и лале. Колико је Сара убрала лала?

Сара је убрала две лале.






Како да наш модел прикаже лале?

Треба додати два квадрата. Две лале су два цвета. Два цвета су два квадрата.

Р	Р	Р			
					<i>Сарино цвеће</i>

Како да знамо да су лале?

Морамо додати слово Л, да бисмо означили да су то лале.

Р	Р	Р	Л	Л	
					<i>Сарино цвеће</i>






Да ли смо укључили све податке из прве реченице? Прочитај другу реченицу.
Који је знак на крају друге реченице?

Све податке из прве реченице смо укључили. На крају друге реченице је знак питања (?), што значи да је ту застев шта се тражи у задатку.

Да ли нас питају колико је убрано ружа? Лала?

Не. Питају нас колико је убрано цветова.

Додајмо знак питања у наш модел.

Р	Р	Р	Л	Л	
					<i>Сарино цвеће</i>


?

КОРАК 6. Израчунавање

Како да схватимо колико је Сара убрала цветова? Да ли можемо да их пребројимо? Да ли можемо да саберемо $3 + 2$? Колики је резултат?

5

Одлично!

Р	Р	Р	Л	Л	
					<i>Сарино цвеће</i>

5

КОРАК 7. Уписивање одговора

Да ли смо завршили са решавањем задатка?

Не!

Прочитај свој одговор и упиши резултат.

Сара је убрала 5 цветова.

РАЗРАДА ПРОБЛЕМА. Колико је ружа више убрала Сара него лала? Колико треба лала још да убере Сара да би број убраних ружа и лала био једнак?

5. Закључак

У овом примеру се могу уочити све одлике приступа решавања текстуалних задатака методом 7 корака. Све време предавач кроз хеуристички приступ води ученике ка решењу задатка. Ученици уче како да читају и разумеју текст, како да формирају модел (ураде визуелизацију) који одговара типу задатка и тек на крају израчунају и одреде коначно решење проблема. Веома је битно развијати технике визуелизације проблема, од пикторалних, преко дискретних модела, континуалних модела, до компликованих модела у којима се могу јављати комбинације свих претходних. У току примене ове технике у нашим школама дошли смо до закључка да ученици воле да примењују ову методу и на основу анализа које смо урадили показало се да ученици који су усвојили ову технику дају много боље резултате на тестирањима и такмичењима.

Проблеми који могу да се јаве:

1. Наши програми нису прилагођени оваквом начину рада, где се један задатак ради цео час.

2. Ако је амплитуда знања у одељењу велика, односно ученици нису уједначени по квалитету, то отежава рад јер бољи ученици много брже долазе до одговора и треба их спречавати да „преко реда“ дају одговоре, односно сваком ученику дати шансу да сам дође до решења.

3. Предавач мора бити одлично припремљен да би био у могућности да тренутно реагује, ако ток часа оде нежељеним током.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] F. Schaffer, *Singapore Math Mental Math*, Greensboro, North Carolina, Carson Dellosa Publishing LLC, 2011.
- [2] F. Schaffer, *Singapore Math 1–2*, Greensboro, North Carolina, Carson Dellosa Publishing LLC, 2011.
- [3] Chye Huat J., *Mathematics teachers in primary schools*, Times Media Private Limited, 2011.
- [4] Ђ. Лекић, *Методика разредне наставе, дидактички синкретизам*, Београд, Просветни преглед, 1997.
- [5] М. Вилотијевић, *Дидактика 1, предмет дидактике*, Београд, Научна књига, Учитељски факултет, 1997.
- [6] М. Вилотијевић, *Дидактика 3, организација наставе*, Београд, Завод за уџбенике и наставна средства, Учитељски факултет, 1999.
- [7] *Педагошки лексикон*, Београд, Завод за уџбенике и наставна средства, 1996.
- [8] L. Prodromou, L. Clandfield, *Tehnike podučavanja*, Beograd, Klett, 2011.
- [9] *Step-by-step Model Drawing*, Peterborough, Crystal Springs Books, 2010.

Гимназија, Краљево

E-mail: seno@sbb.rs