
ТАКМИЧЕЊА ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Милене Станчић

МЕЂУНАРОДНО ТАКМИЧЕЊЕ „КЕНГУР БЕЗ ГРАНИЦА“ – ЈЕДАН ОПИТ

Увод

Међународно такмичење „Кенгур без граница“ веома је раширено са више од 50 држава које узимају активно учешће у њему и преко 5 милиона учесника. Постоји 12 нивоа, од првог разреда основне школе до четвртог разреда средње школе, и то у четири категорије. Такмичење се одржава једном годишње, трећег четвртка у марту. Према наводима Друштва математичара Србије, на тесту се испитује следеће:

1. логичко размишљање,
2. комбиновање,
3. разумевање текста,
4. способност примене знања, формула и образца.

Такмичење траје 90 минута (сем за најмађе категорије). Тест садржи 30 задатака равномерно распоређених по тежини, а у сваком је понуђено више одговора; задаци вреде 3, 4 или 5 поена. Од понуђених 5 одговора само је један тачан. Ученик добија одговарајуће поене ако тачно одговори, 0 ако не одговори а одређени број поена се одузима ако је изабран погрешан одговор. Сваки ученик добија 30 стартних поена на почетку тако да је минимални могући број поена на крају теста нула. Максималан број поена је 150.

На тесту се појављују задаци из одређених области математике које се изучавају у оквиру редовне наставе до трећег разреда средње школе. Ово укључује области као што су анализа, геометрија и логика.

У овом раду су постављена следећа питања:

- Да ли су оцене из предмета математика и физика значајни фактори у предвиђању какав ће бити успех ученика на такмичењу?
- Да ли постоји интеракција између фактора?
- Како да се унапреде способности ученика за учешће на такмичењу?

Метода

Узорак и процедура

Узорак се састоји од ученика 9-ог, 10-ог и 11-ог разреда (први, други и трећи разред Архитектонске техничке школе). Укупан број ученика је 50. Наставу математике и физике су изводили различити предавачи али утицај предавача није узиман као фактор у овом опиту. Приказани резултати су оцене са полуодишишта 2013/14 школске године.

Креирање експеримента (DOE Design of Experiment)

Софтвер Design-Expert нуди "Multilevel Categoric" могућност, такође познату као "general factorial" дизајн. Како би се добила јаснија слика система који је обухваћен, приказани су одговарајући графикони са функционалном зависношћу. Опит сагледава узорак од 50 ученика Архитектонске техничке школе (фактор A), оцене из математике (фактор B) и физике (фактор C) са учинком на такмичењу из математике „Кенгур без граница“ као излазним фактором.

Kangaroo score	Frequency	Relative frequency
10	0	0,00%
20	0	0,00%
30	20	3,92%
40	11	21,57%
50	13	25,49%
60	10	19,61%
70	7	13,73%
80	4	7,84%
90	3	5,88%
100	0	0,00%

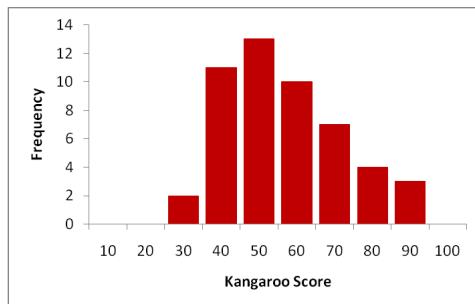
Табела 1. Коначни подаци са такмичења 2014. године

Графичка анализа (хистограм) података датих у табели 1 је приказана на слици 1.

Може се видети да приказани хистограм има облик звона (bell type curve) са широким узвишењем концентрисаним у региону од 40 до 60 поена.

Слика 2 приказује освојене поене у зависности од оцена из математике и физике. Веома је тешко на основу ових дијаграма видети да ли уопште постоји генерални тренд. То је добар разлог за примену статистичке анализе да би се дошло до тренда у приказаним резултатима.

Овде је вредно напоменути неколико случајева којима се жели да искаже комплексност проблема:



Слика 1. Хистограм фреквенције расподеле поена освојених на такмичењу

- Један ученик је добио одличну оцену из математике али је на такмичењу освојио мали број поена, само 24. Исти ученик је из физике имао доволјну оцену.
- Други ученик је добио из математике 4, из физике 2 а на такмичењу освојио приличан број поена – 74.
- Три ученика су имала следеће оцене: ученик М1 имао је 2 из математике и 4 из физике, ученик М2 је добио 5 из математике и 1 из физике, и ученик М3 је добио 5 из математике и 5 из физике. Сва три ученика су освојила исти број поена на такмичењу, и то 56.

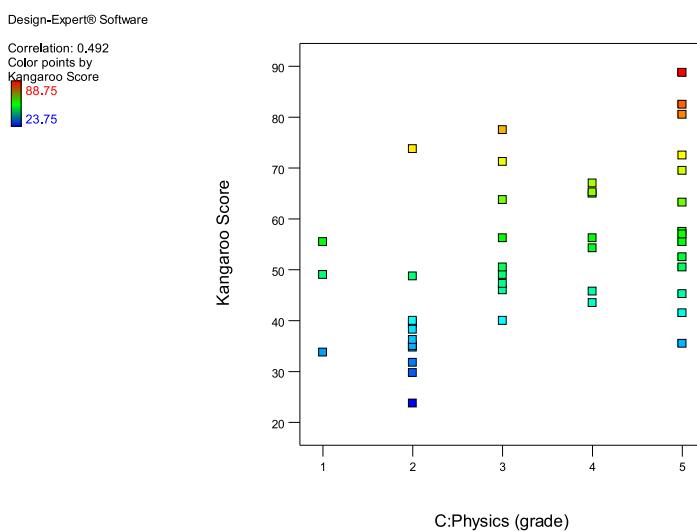
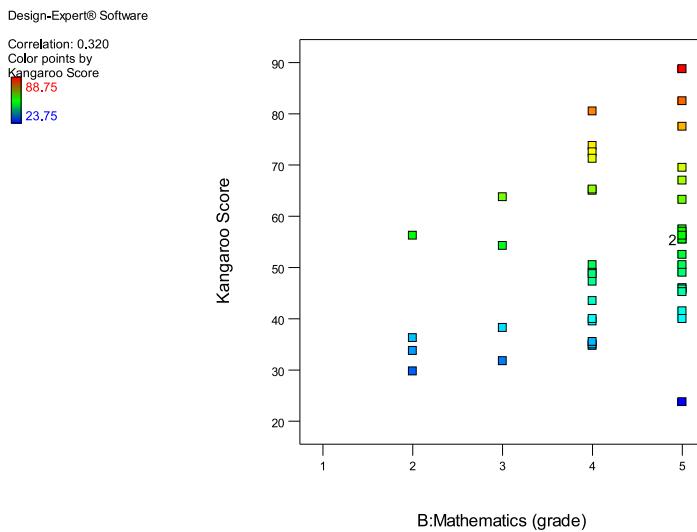
Ово су само неки од примера који указују на тешкоће да се пронађе одговарајућа корелација између оцена са редовне наставе и броја поена са такмичења. Треба узети у обзир и да је на такмичењу изражен такмичарски дух, притисак од ограничења времена и присуство непознатих такмичара и наставника и да све то и те како утиче на учинак на такмичењу.

Табела 2 концизно приказује DOE опит и улазне факторе – фактор А (ученици), фактор В су оцене из математике (grades in mathematics) и фактор С су оцене из физике, док је излазни фактор број поена са такмичења (score at the kangaroo competition). Изабран је линеарни модел 2FI. Ученици су постигли између 24 и 89 поена, средња вредност је 53 а стандардна девијација 16 поена.

Design Summary										
Study Type	Response Surface		Runs	51						
Design Type	D-optimal	Best	Blocks	No Blocks						
Design Model	2FI	Linear						Mean		
Factor	Name	Units	Type	Subtype	Minimum	Maximum	Coded	Values	Levels:	Std. Dev.
A	Student		Categorical	Nominal						
B	Mathematics	grade	Numeric	Discrete	2	5	-1.000=1	1.000=5	4,18	0,95
C	Physics	grade	Numeric	Discrete	1	5	-1.000=1	1.000=5	3,41	1,35
Response	Name	Units	Obs	Analysis	Minimum	Maximum	Mean	Std. Dev.	Ratio	Trans
R1	Kangaroo Score		51	Polynomial	24	89	53	16	3,74	None

Табела 2. Преглед опита
(design of experiment DOE General Factorial Multilevel-Categoric/Numeric Design)

Фактор А је категорички и то су ученици. Фактор В је нумерички, оцена из математике и има 4 нивоа јер су ученици који су учествовали на такмичењу имали



Слика 2. Број поена освојених на такмичењу у зависности од оцене из математике и физике

оцене од 2 до 5. Сличан је и фактор S, оцена из физике са 5 нивоа од 1 до 5. Излазни фактор статистичке анализе је број освојених поена на међународном такмичењу „Кенгур без граница“. Описег излазног параметра је описан у уводу овог чланка и креће се од 0 до 150 поена.

Успех ученика

Статистичка анализа

Табела 3 приказује резиме анализе варијансне (Табела 3 ANOVA) за податке прикупљене у овом раду. Прво, укупна F-вредност за модел (model F-value) од 6.98 указује да је модел значајан (significant) и да има само 0.25% шансу да се овако велика F-вредност за модел добије из шума сигнала.

Друго, вредност за параметар „Вероватноћа > F“ (“Prob > F”) 0.006, а мања је од 0.05, указује на параметре модела који су значајни, тако да је у овом опиту оцена из физике значајан параметар. Вредности веће од 0.1 указују на параметре модела који нису значајни. У овом опиту оцена из математике је показала вредност за параметар „Вероватноћа > F“ 0.414. Шум сигнала је много већи од очекиваног. Параметар из табеле 3 „Недостатак фитовања за F-вредност“ (“Lack of Fit F-value”) од 0.54 указује да недостатак фитовања није значајан у односу на укупну грешку (pure error). Иначе је добро имати тај параметар као незначајан.

ANOVA for Response Surface Linear model						
Analysis of variance table						
	Sum of		Mean	F	p-value	
Source	Squares	df	Square	Value	Prob > F	
Model	2637,87	2	1318,93	6,98	0,002	significant
B-Mathematics	128,62	1	128,62	0,68	0,414	
C-Physics	1573,07	1	1573,07	8,33	0,006	
Residual	7742,13	41	188,83			
Lack of Fit	1554,01	13	119,54	0,54	0,878	not significant
Pure Error	6188,12	28	221,00			
Cor Total	10379,99	43				

Табела 3. Резиме анализе варијансне (ANOVA table showing linear factors and their interactions)

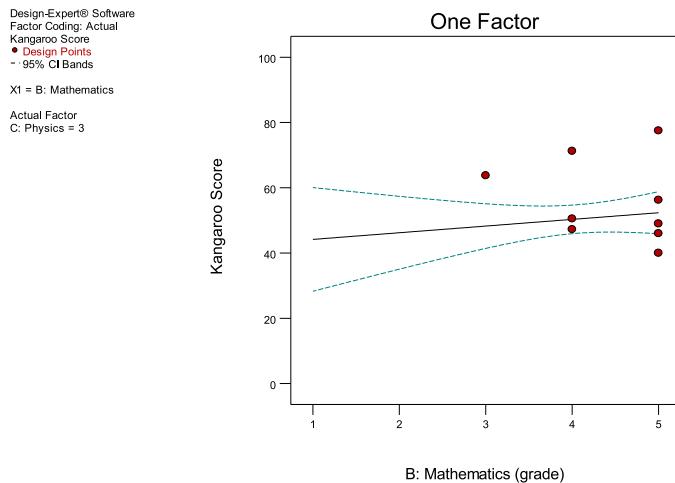
Табела 4 приказује статистичке индикаторе DOE модела. Предвиђена вредност за R2 (“Pred R-Squared”) од 0.15 је у релативно добром слагању са прилагођеном вредношћу R2 (“Adj R-Squared”) од 0.22. Адекватна прецизност (“Adeq Precision”) мери однос сигнала према шуму. Однос већи од 4 је пожељан, у овом случају однос од 7.29 указује да је адекватан сигнал.

Std. Dev.	13,74		R-Squared	0,25
Mean	52,74		Adj R-Squared	0,22
C.V. %	26,06		Pred R-Squared	0,15
PRESS	8855,1		Adeq Precision	7,29

Табела 4. Статистички индикатори

Анализа појединачних фактора

Слика 3 приказује зависност добијену на основу DOE анализе за фактор оцена из математике на x -оси. Са леве стране графика налази се податак који



Слика 3. Број поена на такмичењу у зависности од оцене из математике

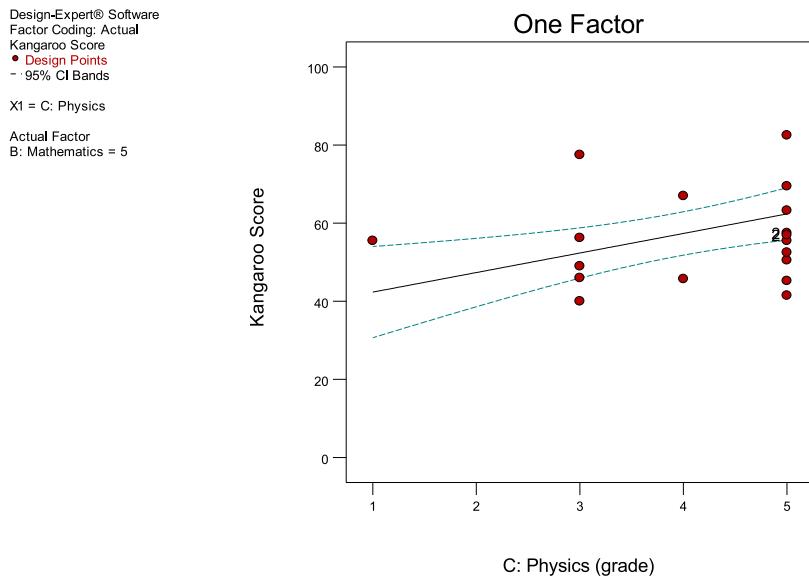
се односи на оцену из физике која је константна и износи 3 (Factor C Physics = 3). Актуелни подаци коришћени у анализи су приказани тачкама.

Мало је изненађујуће видети како је мали нагиб функционалне зависности добијене на овом графикону. Као да графикон у себи садржи две зависности. С једне стране се види оно што би се интуитивно очекивало, приказано са три тачке за оцене 3, 4 и 5 које би имале линеарну зависност и повећани позитиван нагиб. Али са друге стране се види присутан већи број тачака за које се може рећи да не важи законитост да ће већа оцена из математике водити ка већем броју поена на такмичењу.

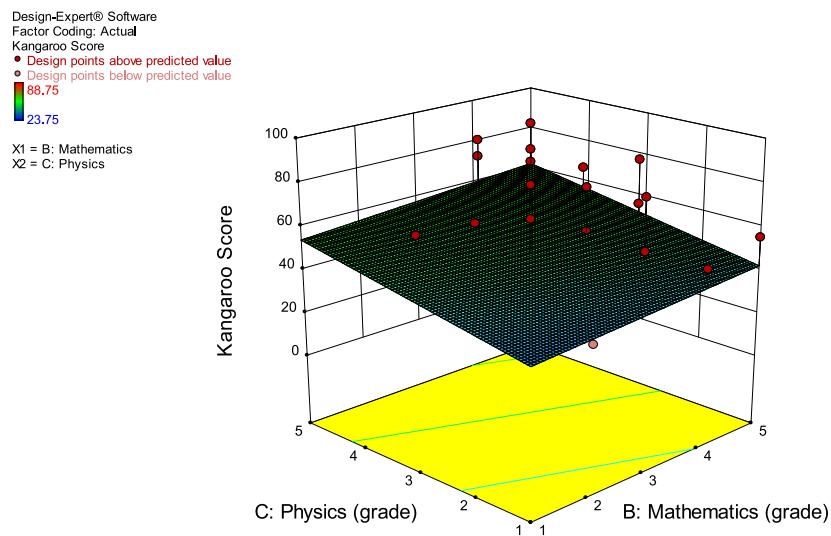
Слика 4 приказује зависност добијену на основу DOE анализе за фактор оцена из физике. Као што се могло видети са леве стране графикона зависност је приказана за константну оцену из математике 5. Актуелни подаци за оцену из физике коришћени у анализи су приказани тачкама.

На слици 4 се види да је нагиб више изражен него у анализи оцене из математике. И овде има шума у односу на сигнал али је мањи него у претходном случају. Линеарни нагиб је позитиван и приказује оно што се очекивало, уколико је боља оцена из физике, већи је и број поена на такмичењу.

Слика 5 приказује тродимензијоналну зависност освојених поена на такмичењу у зависности од оцена из математике и физике. Графикон је добијен на основу DOE анализе и актуелни подаци који се налазе изнад предвиђених су обележени тачкама. Као што се види на графикону, модел предвиђа да такмичари освоје од 40 до 60 поена што се видело и на хистограму приказаном на слици 1. Слике 1 и 5 такође показују на сличан начин да ће већина такмичара освојити између 40 и 60 поена а да су ученици који су освојили преко 70 поена ван тренда.



Слика 4. Број поена на такмичењу у зависности од оцене из физике



Слика 5. Тродимензионална линеарна зависност предвиђена моделом

Закључак

Међународно такмичење „Кенгур без граница“ је веома афирмативно као тест који процењује различите способности ученика: основно знање, разумевање, анализирање и решавање проблема. У овом раду је приказан једноставан опит да би се видео утицај улазних фактора (оцене из математике и физике) на број освојених поена на такмичењу. Статистичка анализа је показала линеарну зависност освојених поена на такмичењу од оцена из математике и физике. ANOVA је указала на веће присуство шума у односу на чист сигнал за оцену из математике него што је то случај са оценом из физике. Очигледно је да постоји простор за побољшање успеха на такмичењу и да је циљ померање средње вредности ка 75 поена и више.

Да би се то остварило потребно је направити одговарајућу стратегију. Једна од могућности је наставна активност у којој ће се ученици сретати са проблемима какви се појављују и на такмичењу. На тај начин би се поправило самопоузданје код ученика јер су се већ сретали са тим типом проблема.

ЛИТЕРАТУРА

1. <http://kengur.dms.org.rs/main/>
2. M. Gebel and Ph. Sibbertsen, *Recognizing mathematical talent : an approach using discriminant analysis*, Technical Report / Universität Dortmund, SFB 475 D-44221 Dortmund, Germany.
3. R. M. Dimitrić, *Student placement in calculus courses*, The Teaching of Mathematics **12**, 2 (2009), 83–102.
4. B. S. Bloom (Ed.), *Taxonomy of Educational Objectives: The Classification of Educational Goals*, pp. 201–207, Susan Fauer Company, Inc., 1956.
5. J. Milić, *Predictors of success in solving programming tasks*, The Teaching of Mathematics **12**, 1 (2009), 25–31.
6. Stat-Ease version 9 from Design Expert, see <http://www.statease.com/>

Архитектонска техничка школа, Војислава Илића 78, Београд

E-mail: ats@ats.edu.rs, milenastancic@hotmail.com