

Др Душка Пешић

### ИМПЛИКАЦИЈА КАО ИНСТРУМЕНТ ЗА ПРОВЕРУ СПОСОБНОСТИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Импликација је један од најважнијих логичких везника којим се индиректно доказују тврђења која нису експлицитно исказана. Помоћу овог бинарног везника, који прати пут логичког размишљања типа „ако-онда“, доказује се велики број теорема. Логичка импликација се свакодневно примењује у људском расуђивању, закључивању и решавању проблема у реалним животним ситуацијама. С обзиром на то да је улога имплицитног начина размишљања велика, потребно је посматрати логичку импликацију као инструмент за проверу математичких способности ученика различитих узраста. У овом раду је извршена анализа задатака у којима је потребно користити импликацију а који су дати на тестовима за проверу способности ученика обдарених за математику, који уписују седми разред при гимназији „Јован Јовановић Змај“ из Новог Сада.

**АНАЛИЗА ЗАДАТАКА.** Сваке године, ученици који желе да упишу седми разред у гимназији „Јован Јовановић Змај“ у Новом Саду, раде тест способности из математике који се састоји од 8 задатака са по пет понуђених одговора. Почевши од теста одржаног 2009. године, једно питање на тесту је формулисано тако да је неопходно разумевање логичке импликације. Од 2010. године, задаци су интересантно формулисани тако да обрађују исту реалну ситуацију којом се повезују појмови АЛАРМ и ЛОПОВ.

На пример, 3. питање на тесту из 2010. године гласи:

- Нека је тачна реченица: АКО АЛАРМ НИЈЕ УКЉУЧЕН, ТАДА ЛОПОВ НЕ БЕЖИ. Аларм је укључен! Да ли лопов бежи?

Понуђени су следећи одговори:

а) ДА   б) НЕ   в) НЕОДРЕЂЕНО   г) БЕСМИСЛЕНО   д) НЕЈАСНО

Посматрајући дату реченицу, уочава се да она на логичан начин описује могућ догађај да лопов не бежи ако аларм није укључен. Иако би се, посматрајући реалну ситуацију, могло помислити да ће, чим се аларм укључи, лопов морати да бежи, овакво закључивање не следи из полазне тачне реченице. Тај случај није обухваћен датим исказом и због тога се не може извести сигуран закључак о томе шта би лопов урадио у случају када се аларм укључи.

Може се приметити да је ово веома комплексан проблем, који може изазвати спознајни конфликт код ученика овог узраста (који нису упознати са дефиницијом

импликације као логичке операције). Због тога је овакав тип задатака веома користан за проверу математичких способности тестиране деце. Бинарна логичка операција импликација је у ствари корисна искључиво у ситуацији када је њен први део тачан (ако је тачна претпоставка и закључак мора бити тачан). У осталим случајевима, када се спајају неповезани искази, закључивање путем импликације не мора увек изгледати логично иако се добијају сложени искази тачне истинитосне вредности (ако претпоставка није тачна).

Наредне, 2011. године постављен је следећи задатак:

- Нека је тачна реченица: АКО АЛАРМ НИЈЕ УКЉУЧЕН, ТАДА ЛОПОВ НЕ БЕЖИ. Аларм није укључен! Да ли лопов бежи?

Понуђени су следећи одговори:

- а) ДА   б) НЕ   в) НЕОДРЕЂЕНО   г) БЕСМИСЛЕНО   д) НЕЈАСНО

Због јасно дефинисане везе између претпоставке и закључка, ово питање представља најједноставнији облик импликације, коју без проблема решавају и ученици који нису упознати са формалним појмом импликације и који не морају бити посебно даровити из математике. Нетачан одговор могу дати ученици који непажљиво прочитају полазни исказ или ученици који су радили задатке са теста од претходне године а нису потпуно схватили суштину имплицитног начина закључивања чиме су постали несигурни у свој суд.

Године 2012, задатак на тесту је замењен другим могућим начином повезивања појмова АЛАРМ – ЛОПОВ:

- Нека је тачна реченица: АКО ЈЕ АЛАРМ УКЉУЧЕН, ТАДА ЛОПОВ БЕЖИ. Лопов бежи! Да ли је аларм укључен?

Понуђени су исти одговори:

- а) ДА   б) НЕ   в) НЕОДРЕЂЕНО   г) БЕСМИСЛЕНО   д) НЕЈАСНО

Овако постављен задатак захтева већи степен математичких способности од задатка из претходне године, јер говори о истинитосној вредности потребног, али не и довољног услова. Већина ученика тог узраста би аутоматски повезало појмове из тврђења у погрешном смеру: од закључка ка претпоставци, и тиме извело погрешан закључак да аларм мора бити укључен. Међутим, уколико аларм није укључен, понашање лопова се не може одредити само на основу датог исказа.

Посматрајући задатке из претходних година, а под претпоставком да ће аутор тестова наставити сличан начин провере способности ученика из математике, ученици који су се спремали за упис школске 2013. године могли су да размишљају на следећи начин: Једине две реченице које смислено (у складу са реалним поимањем датих појмова и могућим ситуацијама) повезују појмове АЛАРМ и ЛОПОВ су две већ коришћене реченице:

1. АКО ЈЕ АЛАРМ УКЉУЧЕН, ТАДА ЛОПОВ БЕЖИ.
2. АКО АЛАРМ НИЈЕ УКЉУЧЕН, ТАДА ЛОПОВ НЕ БЕЖИ.

Оно што се може мењати су тачни искази помоћу којих је потребно извести одговарајуће закључке (посматрају се само они искази који нису били дати на претходним тестовима). За прву реченицу то су следећи искази:

1.а) Лопов не бежи! Да ли је аларм укључен?

Овде други исказ није тачан, значи да ни први исказ не може бити тачан. Закључак: Аларм није укључен.

1.б) Аларм није укључен! Да ли лопов бежи?

Сада први исказ није тачан, значи да други исказ може али не мора бити тачан. Закључак: Ситуација није одређена.

1.в) Аларм је укључен! Да ли лопов бежи?

Први исказ је тачан, значи да други исказ мора бити тачан. Закључак: Лопов бежи.

За другу реченицу то су следећи искази:

2.а) Лопов не бежи! Да ли је аларм укључен?

Други исказ је тачан, значи да први исказ може бити и тачан и нетачан. Закључак: Ситуација није одређена.

2.б) Лопов бежи! Да ли је аларм укључен?

Други исказ није тачан, значи да и први исказ мора бити нетачан. Закључак: Аларм је укључен.

Међутим, аутори тестова су одлучили да 2013. године као тачну полазну реченицу, користећи исте појмове АЛАРМ – ЛОПОВ постави, иако на изглед нереалну и нелогичну али ипак могућу, следећу ситуацију:

- АКО АЛАРМ НИЈЕ УКЉУЧЕН, ТАДА ЛОПОВ БЕЖИ.

Постављено питање је било: Лопов не бежи! Да ли је аларм укључен?

Опет су понуђени исти одговори:

а) ДА б) НЕ в) НЕОДРЕЂЕНО г) БЕСМИСЛЕНО д) НЕЈАСНО

Без познавања претходних анализа, ученици не би требало да буду превише збуњени овим задатком. Јасно је да, када аларм није укључен, лопов бежи. Значи да је једино преостала ситуација када је аларм укључен. Ученици који су превише анализирали задатке из претходних година, сматрајући да су предвидели све могуће случајеве, читајући другачије постављен задатак (понекад људски мозак има оформљену слику о неком појму, и ако се та слика разликује од стварне ситуације не препозна је као другачију), могли су извести закључак из ситуације 2.а). Наиме, као и у ситуацијама када, приликом писања неког текста, аутор текста није у стању да уочи грешке у писању након већег броја ишчитавања истог текста, тако и ђаци, који очекују реалну ситуацију, сличну више пута виђеној и претходно анализираној, могу и поред пажљивог читања текста користити већ створени концепт слике о датом појму и уместо за њих неочекиване реченице: АКО АЛАРМ НИЈЕ УКЉУЧЕН, ТАДА ЛОПОВ БЕЖИ, кренути од очекиване: АКО АЛАРМ НИЈЕ УКЉУЧЕН, ТАДА ЛОПОВ НЕ БЕЖИ, и на тај начин извести погрешан закључак.

Број могућих комбинација за задатке на наредним тестовима се на тај начин повећава. Ученици који се припремају за упис тако што раде задатке за претходних тестова, сада се налазе у ситуацији да анализирају и предвиђају све

преостале случајеве (на тај начин вежбају и комбинаторику) а свакако развијају и проширују своје логичке способности.

Не треба заборавити да је претпоставка да ће аутор теста остати при појмовима АЛАРМ – ЛОПОВ ипак непознате истинитосне вредности, тако да се не може извести закључак који је сигурно тачан.

**ЗАКЉУЧАК.** Задаци који су анализирани у овом раду представљају добар инструмент за проверу и процену математичке способности ученика који су завршили шести разред основне школе. Такви и слични задаци могу се користити за вежбу и развој интелектуалних способности ученика различитих узраста, као и за додатни рад у вишим разредима основне школе и нижим разредима средње школе.

#### **ЛИТЕРАТУРА**

- [1] Б. Боричић, *Потребно – довољно*, Настава математике 50, 3, Друштво математичара Србије, Београд (2005), 1–8.
- [2] Д. Пешић, *Визуелни приступ „епсилон-делта“ дефиницији непрекидне функције у тачки*, Настава математике 50, 1–2, Друштво математичара Србије, Београд, (2005), 28–40.
- [3] Тестови способности из математике за упис у седми разред гимназије „Јован Јовановић Змај“, 2009–2012.

Висока школа струковних студија за васпитаче и пословне информатичаре „Сирмијум“, Сремска Митровица

*E-mail:* vs.duska.pesic@gmail.com, pesic.duska@jjzmaaj.edu.rs