НАСТАВА МАТЕМАТИКЕ
LVII, 3-4 (2012), 1–13

Др Милосав М. Марјановић

ЈЕДАН ПРИСТУП ИЗВОЂЕЊУ НАСТАВЕ АРИТМЕТИКЕ, I

Апстракт. У овом чланку и његовим наставцима ми ћемо, у виду низа рефлексија на главне теме обраде аритметике, изложити један целовит приступ тој обради. Основна карактеристика тог приступа је учење аритметике, које почиње перцепцијом скупова објеката реалног света који се налазе у видокругу детета, а наставља се процесирањем тако скупљеног опажајног материјала са циљем изградње система (структуре скупа) природних бројева као главног задатка наставе аритметике.

За прецизирање структуре опажајног материјала, ми овде користимо језик теорије скупова као дидактичко средство, а не као нешто што би улазило у садржаје ране наставе аритметике. Неке од тема су наши оригинални прилози (као, на пример, у овом излагању *Orbis pictus* аритметике, Канторов принцип формирања броја, Бројање као уводна тема аритметике). Ти прилози су први пут били уобличени у нашем раду *A Broader Way through Themas of Elementary School Mathematics*, The Teaching of Mathematics, vol. II,1, pp. 41–58; vol. II,2, pp. 81–103; vol. III,1, pp. 41–51; vol. V,1, pp. 47–55; vol. VI,1, pp. 113–120; vol. VII,1, pp. 35–52; vol. VII,2, pp. 71–93. У овом излагању, и оним која буду следила, даће се једна поједностављена разрада тих прилога, намењена што ширем кругу читалаца.

1. У древним грчким училиштима деца су учила аритметику користећи абакус којим су се служила да се упознавају с начином записивања бројева и учећи методе рачунања са њима. Тај предмет звао се *логистика нумероза* и није сматран науком, него корисном вештином. Тај акценат на корисном био је увек присутан као главни циљ наставе аритметике. Такође је вештина записивања бројева и извођења четири аритметичке операције у тим записима увек истицана као основни захтев који настава тог предмета треба да оствари. Та вештина стицала се путем дриловања без настојања да се формалне радње разумеју. То је нарочито било карактеристично за средњовековну наставу која је била под утицајем тада владајуће доктрине о урођеним идејама. Међутим, рационализам филозофије у периоду Просвећености акцентује чулно искуство и рефлексивно мишљење као искључиви извор спознаје. Велики искорак у том правцу је *визуелни метод* Коменског, представљен у његовом чувеном делу *Orbis Sensualium Pictus* (Видљиви свет у сликама) у коме се илуструју представе реалног света и везују за реченице којима се описују, па се тако опажајни садржаји процесирају путем њиховог језичког кодификовања. Тим путем Коменски промовише *принцип очигледности* по коме учење почиње опажањем, а затим се опажајни материјал процесира и тај пут води до изградње појмова са пуним значењем.

Разрађујући овај метод даље, Песталоци и његови следбеници прокламовали су захтев да „*појам броја треба формирати на основи која пружа увид у значење*“ и упозоравајући „*да се та основа не сме претворити у играрију.*“ Тако је утемељен захтев да се аритметика учи са разумевањем, ма да се дуго идеја броја изграђивала зависно од његовог декадног записа. Да би се таква зависност превазишла, у периоду „New Math“-а број се осмишљава као заједничко својство свих међусобно еквивалентних скупова. Та еквивалентност је истицана путем обострано једнозначних придруживања, а технички то се сводило на цртање стрелица које су ишле од елемената једног скупа до другог њему еквивалентног. Претенциозност тог приступа састоји се у томе што се тим путем формира општа идеја (кардиналног) броја, пре него што би се осмислили појмови појединачних почетних бројева природног низа. Покушај обнове наставе аритметике на тој основи показао се неуспешним, али да представа о скупу неких објеката које опажамо претходи идеји о њиховом броју јесте основа која омогућује развијање значења. Не постоји никакав опште прихватљив пут обраде аритметике који би био замена за онај који је доминирао у периоду „New Math“-а, па је од интереса свако сагледавање како се усмерава перцепција и како се процесира искуствени материјал са циљем формирања појмова и њихових система у настави аритметике. Том циљу су посвећене и ове наше рефлексије.

2. Скупови на сензорном (опажајном) нивоу. У другој половини деветнаестог века креирана је теорија скупова као појмовни систем и језик општији од језика и система какви су били тадашња алгебра и геометрија. Сам појам скупа јавља се као општији од свих других појмова класичне математике, тј. ови појмови су се могли дефинисати свођењем на појам скупа и додавањем карактеристичних својстава. На тај начин теорија скупова постала је основа за логичко заснивање целокупне математике, а тај програм почео је да остварује колектив француских математичара под псеудонимом Никола Бурбаки. Серија њихових књига објављених до средине двадесетог века имала је огромни утицај на развој математике и начин њеног излагања.

Са таквом општости значења, појам скупа има примере на свим нивоима апстрактности. Кад су примери групе објеката реалног света, о њима ћемо говорити као о скуповима на *сензорном (опажајном) нивоу.* Постоје речи у природном језику које означавају скупове чији су елементи посебне врсте бића или предмета. На пример, говоримо о јату птица, стаду оваца, гомили цигли, свежњу прутова и сл. Употреба тих речи зависна је од врсте елемената скупова које оне означавају и ниједна од њих не може се користити а да се о томе не води рачуна. Реч „скуп“ могла би, према смислу који јој у математици приписујемо, бити коришћена не обазирући се на врсту елемената. Тако, на пример, можемо говорити о „скупу коња“ (уместо о крду) „скупу пчела“ (уместо о роју) и сл. Тада се не прави никаква логичка грешка, али се нарушава осећај за језик који се формира спонтаном употребом одговарајућих речи. А сад размотримо разлоге који доводе до оваквих језичких извитоперивања.

Представе о скуповима које опажамо претходе (тј. основа су) процесирању које води формирању идеје о бројевима. То је тако било и у ранијим временима кад се реч скуп није ни употребљавала и кад су се за дидактички материјал користиле гомилице зрнаца пасуља или нешто томе слично. Та зависност идеје о броју од оне о скупу нарочито је истицана у периоду „New Math“-а; као рецидив из тог периода још се у програмима за предшколске установе и почетне разреде основне школе налази тема „Скупови“. Па, уместо да се овај наслов схвата као дидактички језик који упућује на перцепцију феномена реалног света као основе од које зависи формирање идеје о броју, задатак те теме се погрешно схвата, настојећи да се речи „скуп“ одмах да проширено значење употребама које су непотребне и извитоперују добар осећај за језик. Дакле, речи као што су јато, крдо, гомила, рој и сл. користимо да бисмо њима изражавали феномене реалног света користећи се природним језиком и те речи означавају скупове на сензорном нивоу и нема никакве потребе, нити ефекта усиљено их замењивати речју „скуп“.

Перцепција скупова на опажајном нивоу настаје као резултат усмеравања пажње на неке објекте који се издвајају својим сличним својствима или су то објекти који су опажајна целина јер су скупљени на истом месту и сл. То издвајање мора бити јасно у том смислу да се тако издвојени објекти разликују од било којих других. Тај захтев је аналоган оном формалном, у теорији скупова, кад сматрамо да је неки скуп задат кад можемо да за било који објекат утврдимо припада ли том скупу или не. Истакнимо такође да елементе опажамо као природне целине (и не водимо рачуна о њиховим могућим деловима). Те целине зовемо *објекти опажања*, изражавајући се језиком психологије, односно *елементима*, изражавајући се језиком теорије скупова. Некада је потребна извесна допунска информација да би се јасно назначило шта су те целине које се узимају као елементи скупова који се опажају. То илуструје пример на слици 1 са пратећим текстом који следи.

Слика 1

Деца уче да плешу. Број ученика је ______ (10). Број присутних лица је ______ (11). Број парова који плешу је ______ (5).

Бројевима у заградама, који се очекују као одговори које ученик даје, претходи перцепција три скупа – скупа ученика, скупа присутних лица и скупа парова који плешу. Први од ових скупова је подскуп другог, али трећи скуп није подскуп ниједног од прва два (а таква грешка се прави кад се год не схвати исправно да су елементи опажајне целине).

Објекти реалног света остају идентични сами себи и кад мењају своје место у простору око нас. Тако и *скуп објеката реалног света остаје идентичан сам себи, кад ти објекти мењају своје место у простору*, све дотле док се не нарушава основа на којој су ти објекти издвојени у тај скуп. На пример, ако на столу стоје шоље па их различито размештамо, тај скуп шоља на том столу остаје исти при тим размештањима све док неку од тих шоља не уклонимо или неку нову не додамо. Напоменимо да је ово инваријантно поимање скупова на сензорном нивоу у складу са правилом једначења скупова – два скупа су једнака кад се састоје од истих елемената.

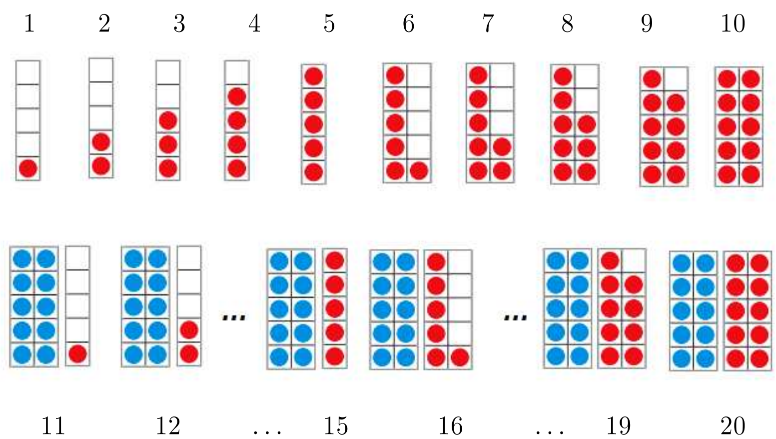
3. Orbis pictus аритметике. Кад погледамо савремене уџбенике аритметике запазићемо велику структурну сличност са већ поменутим делом Коменског *Orbis Sensualium Pictus*. Те књиге пуне су разноврсних илустрација уз које стоје аритметички кодови којима оне дају значење. Кад говоримо о *orbis pictus*-у аритметике мислимо баш на те илустрације и оне имају изузетну улогу у процесу учења. Ипак, правилно схватање њихове функције није тако једноставно да не би захтевало извесну пажњу.

Слика 2

Аритметика је најпримењивија грана математике, а те примене су везане за свакодневне ситуације. Кад неку од тих ситуација и, уопште, кад феномене реалног света представљамо сликом (односно цртежом) тада ћемо такав иконички знак звати *пиктограмом*. На пример, цртежи на сл. 2 су пиктограми и представљају редом: јато, стадо и сто са предметима на њему.

Посебно су значајни иконички знаци којима представљамо појмове, а најтипичнији примери таквих знакова су разне геометријске фигуре. Кад лењиром цртамо праву линију или шестаром круг, ми тако реализујемо иконичке знакове којима представљамо идеје о правој линији односно о кругу. Овакви иконички знакови пројектују значење појмова, али их извесни шум (небитна својства) који садрже као објекти реалног света разликује од идеалних представа о тим појмовима. На пример, кад цртамо праву линију, тј. реализујемо њен иконички знак, тада тај знак има извесну дебљину и боју којом се издваја из беле основе папира, а та својства не приписујемо идеалној представи о правој линији. Ову врсту знакова који су значећи сами по себи и којима представљамо појмове називамо *идеограми.*

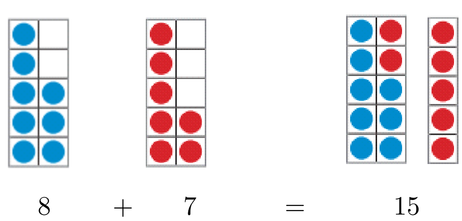
Типични примери идеограма у аритметици су бројевне слике. На сл. 3 приказани су идеограми којима представљамо бројеве до 20.



Слика 3

Иако кажемо да ове слике представљају бројеве, стварно, оне представљају добро структурисане скупове чија се бројност таквим структурисањем добро пројектује.

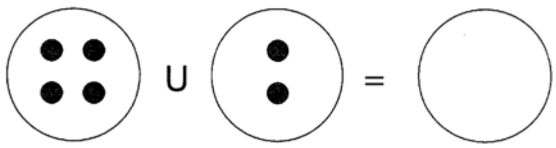
Кад бројевне слике називамо слагалицама, тада се њихова улога мења и оне се узимају као пиктограми који представљају неке стварне слагалице објеката као што су, на пример, жетони. На пример, на сл. 4 представљено је сабирање као преслагање две гомилице (жетона) у једну.



Слика 4

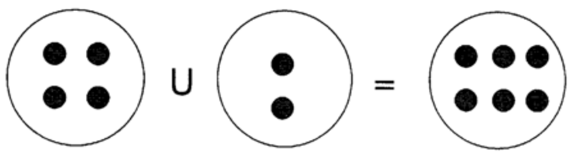
Кад иконички представљамо неку реалну ситуацију тада је трајање искључено (па тиме и временске одреднице „пре“, „а затим“ и сл). Фигуративно говорећи, то представљање одговарало би „тренутном снимку“ неке ситуације, а за све што је представљено на том снимку рећи ћемо да припада истом *иконичком домену.* Да би се избегле могуће конфузије мора се уважавати правило да су *два иконичка знака, који припадају истом иконичком домену, различита чим се* *налазе на различитим местима.* Тако на сл. 4, сви кружићи у трима слагалицама су различити (иако они из треће могу представљати жетоне из прве две слагалице). Дакле, треба разликовати иконичке представе од њихових могућих интерпретација.

Наведимо сад пример једне „скуповне једначине" чије би замишљено решавање било *кршење горе наведеног правила разликовања (одн. једначења) иконичких знакова.*



Слика 5

„Решење" које се очекује били би 6 кружића уцртаних у празном оквиру (и исте величине као они дати). Кад се „унија" скупова на левој страни „знака једнакости" једначи са тим скупом од 6 кружића, тада то једначење иде елемент по елемент. Ако иконички представимо „решење" задате „једначине" (сл. 6),



Слика 6

тада заиста не знамо зашто је неки кружић с леве стране „знака једнакости" једнак неком (и којем?) на десној страни те „једнакости". Ако тако неосновано једначимо те кружиће, зашто тада сви они не би били међусобно једнаки!?

Ова „једначина" у иконичком облику може да буде замишљена да представља манипулативни поступак формирања уније два скупа, рецимо жетона, њиховим преслагањем тако да се створи утисак о једној организованој целини. У том манипулативном поступку нема ничега лошег. Лоше је то што тај поступак (који траје у времену) покушавамо да представимо сликом (која је израз тренутне ситуације), а што је тада основа за могуће конфузије. Уз то користе се синтактички знаци за унију и једнакост и схватају као команде извођења манипулативних активности. Такво коришћење синтактичких знакова у домену иконичког представљања је типичан „варваризам" (па ако су овде наводници употребљени да се ублажи ова квалификација, они уз речи унија, решење и једначина стоје да означе извитоперена значења тих термина).

Честе су и друге сличне конфузије које производе неадекватне иконичке представе у почетним уџбеницима аритметике. Извесна опширност са којом смо коментарисали претходни пример послужиће пажљивом читаоцу да и сам открива неке од њих.

4. Канторов принцип формирања броја. Било би претерано рећи да опажамо бројеве, јер су они апстрактни појмови, али ако уз те појмове посматрамо класе скупова на опажајном нивоу који им дају значење, онда говорити о опажању тих скупова има смисла. Наравно, наше идеје о бројевима (а овде мислимо на почетне бројеве природног низа) почињу опажањем конкретних скупова, па се тај опажајни материјал подвргава усмереном апстраховању које води формирању појмова појединачних природних бројева, који су у границама нашег свакодневног искуства.

Подсетимо се да кардинални број одређујемо као заједничко својство класе свих међусобно еквивалентних скупова. А два скупа су еквивалентна ако постоји обострано једнозначна кореспонденција међу њиховим елементима. Кардиналне бројеве коначних скупова називамо природни бројеви, а ми ћемо само њих овде разматрати и о њима кратко говорити као о бројевима. Ово је формална дефиниција броја у теорији скупова и њу не можемо успешно користити као основу за изградњу система природних бројева. Али она нам може послужити да уочимо велику разлику између перцепције једног скупа и апстраховања заједничког својства свих других скупова који су с њим еквивалентни. Често је много теже рећи (или је то пак немогуће) шта апстрахујемо, а лакше је рећи шта су својства примера који стоје уз неки појам и која у процесу апстраховања занемарујемо. Тако је Г. Кантор (Georg Cantor, 1845–1918) описао процес који од перцепције неког скупа S води до идеје о броју $\overline{\overline{S}}$ његових елемената као следећа два занемаривања:

(I) природе елемената скупа S,

(II) редоследа како су елементи скупа S поређани.

Кантор је користио две црте изнад слова којим се означава скуп да би тако означио број његових елемената као резултат два горе наведена занемаривања.

Кад бројимо елементе неког скупа, ми тим елементима придружујемо исте називе за бројеве без обзира шта бројимо људе, ствари или објекте неке друге природе. На тај начин се спонтано испољава прво од горња два занемаривања. Бројимо, такође, ређајући елемент по елемент при чему не водимо рачуна о редоследу којим то ређање вршимо. Тим путем се спонтано испољава и друго од два наведена занемаривања.

Довољно је да мало појачамо формулацију другог занемаривања па да добијемо Канторов когнитивни принцип на коме се темељи генеза броја и операција са њима тј. изградња школске аритметике.

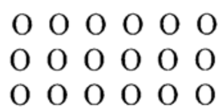
Канторов принцип. *Перцепција скупа претходи идеји о броју његових елемената. Та идеја резултира путем следећа два занемаривања*:

(I) *природе елемената тог скупа*,

(II) *било ког начина организовања елемената тог скупа.*

Под организовањем елемената неког скупа подразумеваћемо начин како су ти елементи поређани или груписани у подскупове или како је тај скуп структурисан на било који други начин.

Наведимо једну врло значајну врсту примена овог принципа са којим ћемо се сретати у наставцима овог чланка где ће их пратити подробнији детаљи. Кад су скупови тако структурисани да се њихови елементи могу видети груписани на различите начине тада број елемената такође се записује на различите начине (тј. у виду различитих израза). А како број не зависи од начина структурисања скупова, ти различити записи означаваће један те исти број, па их зато можемо једначити. Таквим једначењем утемељују се сва правила аритметике, што истиче велики дидактички значај Канторовог принципа. На пример, кад су скупови структурисани у виду правоугаоних схема, рецимо као на сл. 7,



Слика 7

тада можемо видети 3 групе по 6 елемената (гледајући по врстама), што је укупно $3 \cdot 6$ елемената или видимо 6 група по 3 елемента (гледајући по колонама), што је укупно $6 \cdot 3$ елемента. Једначењем записа добијамо једнакост $3 \cdot 6 = 6 \cdot 3$, па се тако кроз сличне примере индукује правило о комутативности множења.

Напоменимо овде да се у неким уџбеницима ово и друга основна правила „изводе" срачунавањем: $3 \cdot 6 = 18$, $6 \cdot 3 = 18$, па је $3 \cdot 6 = 6 \cdot 3$. Оваквим срачунавањем у неколико посебних случајева не може се извести ниједно опште правило (а само се тако испољава неразумевање процеса кроз које се формирају садржаји аритметике). Не можемо срачунавањем упоредити $m \cdot n$ и $n \cdot m$, док лако замишљамо правоугаону схему са m врста и n колона, а што води спонтаном индуковању овог општег правила.

5. Бројање или придруживање - једна привидна дилема. Често се чује да се истичу два могућа приступа обради аритметике - бројањем, при чему се има у виду традиционална настава аритметике и придруживањем, при чему се имају у виду савременији поступци формирања идеје о броју као заједничком својству свих еквивалентних скупова. Ти поступци су били нарочито доминантни у периоду „New Math"-а, а и данас су присутни на мање наглашен начин, кад видимо неке активности придруживања као што је цртање линија које спајају елементе скупова и сл. Без издвајања и именовања посебних бројева (почев од 1 па даље), путем оваквих простих поступака придруживања тешко се може очекивати да ће се формирати општи појам броја као заједничко својство међусобно еквивалентних скупова. Уосталом, време је показало сву неефикасност ових поступака.

С друге стране бројање се наивно узима као поступак који може да неограничено тече, иако сами називи за бројеве су везани за њихове декадне записе, а ови су опет везани за груписање највише девет јединица, десетица, стотина итд. У ствари, овде говоримо о декадним записима који су изрази облика

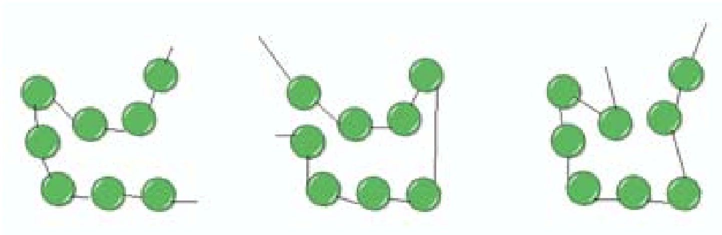
$$a_n \cdot 10^n + \cdots + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$$

и представљају збирове производа декадних јединица и бројева a_n, ... , a_2, a_1, a_0 из скупа $\{0, 1, \ldots, 9\}$. Знамо да те бројеве називамо цифрама а сам запис означавамо краће, пишући $a_n \ldots a_2 a_1 a_0$, при чему место цифре у том запису одређује декадну јединицу уз коју стоји. На пример, 7508 је краћи запис за $7 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10 + 8$, цифра 8 је цифра јединица или кажемо да стоји на месту јединица, 0 је цифра десетица и стоји на месту десетица, 5 је цифра стотина или стоји на месту стотина, 7 цифра хиљада или стоји на месту хињада. Традиционални приступи били су често формалистички – прво се учило декадно записивање и читање бројева са истицањем вредности цифара зависно од места на коме фигуришу у тим записима. Аритметичке операције су се училе као формални поступци који су се изводили на декадним записима. Овај приступ није омогућавао да се идеја о броју развије независно од његовог декадног записа, а реакција на тај негативни аспект традиционалне наставе узроковала је придруживања као поступке који идеју броја ослобађају од било каквих записа, а што је било доминантни тренд у периоду „New Math“-а.

Кад обратимо пажњу на називе бројева који исказују колико је којих декадних јединица и на њихове декадне записе, примећујемо да и ти називи и ти записи имају адитивно-мултипликативну структуру. Ово нам јасно указује да *скуп природних бројева није само низ бројева него је то систем (структура) коју чине ти бројеви заједно са рачунским операцијама.* Па тако видимо да *прави приступ обради аритметике чини градуирана изградња система природних бројева која се састоји од поступне изградње блокова бројева* (до 10, до 20, до 100, итд) са назначеним дидактичким задацима. У тим блоковима почињу да се обрађују рачунске операције, па тако и они представљају не само скупове бројева него и структуре које тим скуповима дају те операције. Како један те исти број можемо записивати на више начина као збир, производ и сл, тиме идеју броја ослобађамо од искључиве зависности од декадног записа. Но, о томе касније и на одговарајућим местима.

6. Бројање као уводна тема аритметике. Многа деца, и пре поласка у школу, науче да броје до 10. То бројање је рецитовање назива бројева редом како следе, али буде и активност пребројавања, рецимо, прстију на рукама или неких других објеката из дететовог окружења.

Ово спонтано умеће да се правилно ређају називи бројева до 10, треба да се, вежбама у разреду, прошири на све ученике у току њихових првих дана у школи. Добре су вежбе кад наставник формира гомилице предмета који служе као дидактички материјал, да би деца бројала те предмете у тим гомилицама, изговарајући називе бројева (до 10) уз сваки од тих предмета. Биће, наравно, добро да се уз сваки изговорени назив броја по један предмет помери на друго место, где ће они формирати нову гомилицу. На сликама где су представљене групе предмета, могу се цртати линије које их спајају на различите начине (сл. 8)

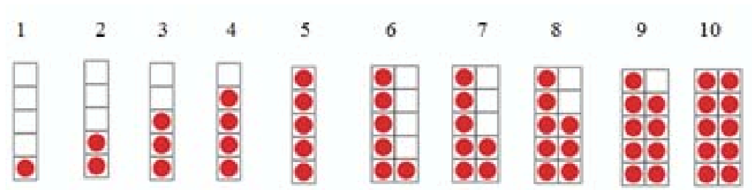


Слика 8

Тада, идући дуж тих линија броји се различитим редоследом, па се запажа да је резултат тих бројања увек исти број, независно од редоследа пребројавања.

Бројањем група различитих објеката, као што су људи, животиње, плодови, аутомобили и сл. деца развијају идеју о броју као независну од природе елемената који се пребројавају. Кад се иста група објеката пребројава различитим редоследом, деца стичу осећај да број не зависи од редоследа пребројавања.

Оваквим пребројавањем почиње формирање појмова појединачних бројева од један до десет. То формирање треба да прате иконичке представе везане за овај низ од првих десет бројева. У ту сврху треба користити бројевне слике (као нпр. ове на сл. 9)



Слика 9

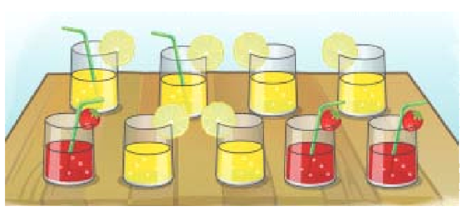
које вежбањем, деца уче да препознају по облику и на први поглед. Свака од ових бројевних слика добија свој назив, па говоримо, на пример, „слагалица која представља број седам" или то скраћујемо говорећи о „слагалици седам". Пошто слагалице треба да буду поређане истим редоследом којим ређамо називе бројева (као на сл. 9), корисна је вежба кад наставник показује прстом на једну по једну од њих, а деца изговарају називе одговарајућих бројева. Показујући прстом, идући слева надесно, деца ће бројати унапред а идући здесна налево бројаће уназад. Треба вежбати та бројања не само почев од једног краја до другог, него и почињући од дате слагалице идући улево или удесно.

Приметимо да су слагалице тако дизајниране да се одмах види која од које има већи број кружића. Тако уз сл. 9 могу да иду и вежбе поређења. Наиме, издвоје се две слагалице, рецимо, слагалица четири и слагалица седам, па се пита која има већи број кружића. Очекујемо да ће деца одговорити да је то слагалица седам. На овом месту правимо корак уопштавања па питамо који је број већи, седам или четири. Путем оваквих вежби деца формирају представу о скупу првих десет природних бројева као уређеном скупу, тј. свака његова два различита члана су упоредиви – један је мањи од другог, односно други је већи од првог.

Као што представи о броју претходи представа о скупу, тако операцији сабирања претходи представа о унирању као скуповној операцији, кад од два дата скупа формира се трећи састављен од њихових елемената. Али у реалној настави то унирање не треба схватити као формални поступак, него су то активности везане за опажајно окружење. На пример, кад две групе објеката сложимо у једну, ми смо од два скупа формирали један – трећи, који садржи све њихове елементе и само њих. Али уместо активности слагања, унирање може бити само друкчије усмеравање пажње, рецимо, кад две групе објеката сагледавамо као да је једна. Такво сагледавање често је подстакнуто именовањем тих објеката и истицањем њиховог броја. На пример, на сл. 10,

Слика 10

видимо три парадајза и четири јагоде, када је наша пажња усмерена на два скупа, односно видимо седам плодова када је наша пажња усмерена на један скуп (који је њихова унија). Бројање може бити повод да ова активност сагледавања тече спонтано кад питамо: „Колико је парадајза, колико јагода, а колико је то укупно плодова?“ Слично, кад уз сл. 11,



Слика 11

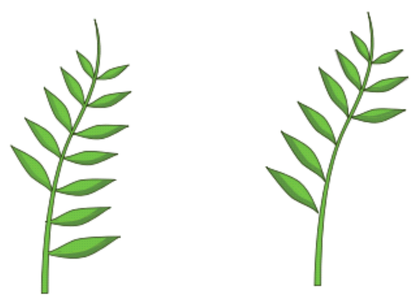
питамо колико је чаша са сламком, колико без сламке и колико је то укупно чаша. Опет на тај начин усмерава се пажња, прво на два скупа а затим на њихову унију.

У контексту ове уводне теме, на питање „колико је?“ одговара се бројањем (као најпримитивнијим видом рачунања). На питање „колико је то укупно?“, опет се одговор даје путем бројања, па је главни циљ оваквих вежби да се подстиче представа о два дисјунктна скупа и њиховој унији. Такву представу зваћемо адитивна схема, а питање „колико је то укупно?“ разумеваћемо као задатак сабирања. Све у свему вежбе наведене уз горње илустрације (сл. 10, сл. 11) и све друге њима сличне представљају један вид предигре за сабирање – развијање осећаја за адитивне схеме и разумевања смисла задатака сабирања. У остваривању тог циља, бројање је само једна подесна подстицајна техника.

Служећи се скуповним језиком можемо рећи да *адитивну схему* чине два дисјунктна скупа и њихова унија, а *задатак сабирања* састоји се у томе да, знајући бројеве елемената тих скупова, тражимо број елемената њихове уније.

Представа о адитивној схеми претходи и операцији одузимања, само је *задатак одузимања* друкчији – знамо број елемената уније и једног од два скупа, па се тражи број елемената другог од њих. На пример, уз сл. 10, кад кажемо: „плодова је седам, јабуке су четири, колико је парадајза?“, имаћемо представу о једној адитивној схеми уз коју је формулисан задатак одузимања.

Дидактичка оправданост вежби сабирања и одузимања у контексту ове уводне теме, где деца још не пишу бројеве нити формално рачунају (сем на најпримитивнији начин, бројањем), састоји се у томе што она, путем ових вежби, формирају представе о адитивној схеми и што се навикавају на формулације задатака сабирања и одузимања, а да још нису оптерећена захтевима правилног записивања и формалног рачунања. Напоменимо, такође, да је у животним ситуацијама адитивна схема представа која стоји уз разне активности које описујемо говорећи „додато је“, „скупљено је“, „сабрано је“ итд. али и „одузето је“, „смањено је“ итд. зависно од тога да ли се ради о сабирању или одузимању. Такве изразе треба схватити као опис разних манипулативних радњи са скуповима објеката реалног света, а не као операције са бројевима.



Слика 12

За сабирање, односно за одузимање везани су и задаци поређења, кад налазимо не само да један скуп има више (мање) елемената од другог, него и колико више (мање). Сматра се да ту врсту задатака теже деца усвајају, па ако их уврштујемо у ово предворје аритметике, они морају бити брижљиво припремљени тј. захтеваћемо да:

– два скупа које поредимо састоје се од исте врсте елемената,

– скуп са мањим бројем елемената је у видљивој (и природној) обострано једнозначној кореспонденцији са подскупом скупа који има више елемената,

– број елемената који преостаје иза те кореспонденције је мали и одредив на први поглед.

На пример, те услове испуњава задатак који чини сл. 12, и питања: „С које стране петељке (показује се једна од две гранчице) има више (мање) листова?“, а затим се пита: „Колико више (мање)?“.

САНУ, Београд, Кнеза Михаила 35
E–mail: milomar@beotel.net