Љубиша Динић

ЗАПРЕМИНА ПИРАМИДЕ

Час обраде новог градива у ОШ „Ћеле кула“ у Нишу

Уводни део часа

Подсетимо се са ученицима шта је то пирамида кроз питања, јер су о том појму стекли знања радећи лекције о основним појмовима и о површини пирамиде.

Питање за подсећање: Шта је то пирамида?

Неки од одговора: Део простора који добијамо ако рогљасту површ пресечемо једном равни која не садржи врх рогљасте површи и сече све ивице те рогљасте површи.

Део простора који ограничавају многоугаона површ (у једној равни) и низ троуглова чије заједничко теме је фиксирана тачка ван те равни.

П. Како називамо тај многоугао?

О. База (основа) пирамиде.

П. Како се зову троуглови који граде пирамиду?

О. Бочне стране пирамиде.

П. Шта су за пирамиду странице многоугла?

О. То су основне ивице пирамиде.

П. Како називамо странице троуглова који граде пирамиду?

О. То су бочне ивице пирамиде

П. Као називамо врх рогљасте површи (односно, како се назива заједничка тачка троуглова?

О. Врх пирамиде.

П. Шта је висина пирамиде?

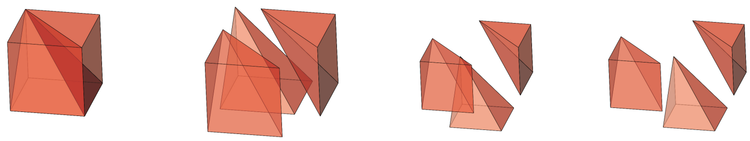
О. Висина пирамиде је растојање врха пирамиде од равни основе.

Главни део часа

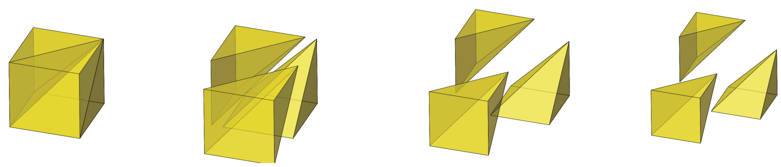
Посматрајмо четири коцке једнаких димензија (ивице a). Обојимо их различито (нпр. црвено, жуто, зелено, плаво). На свакој коцки спојимо једно теме горње основе са наспрамним теменима доње основе (та темена горње основе можемо назвати „деона темена“ коцке). Овим поступком можемо уочити да смо сваку коцку поделили на три подударна дела (три пирамиде).

Погледајмо то кроз ове слајдове и ситуације (на часу коритимо `Power Point` презентацију или моделе направљене од картона).

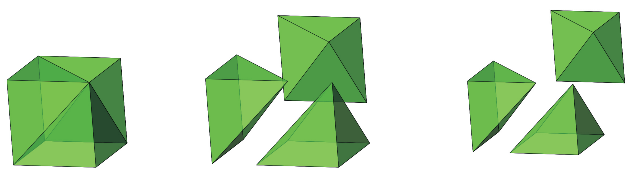
Прва коцка:



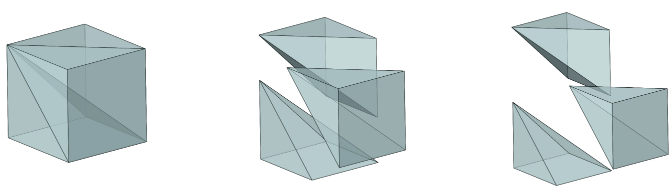
Друга коцка:



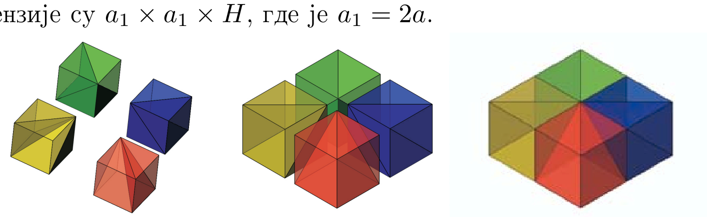
Трећа коцка:



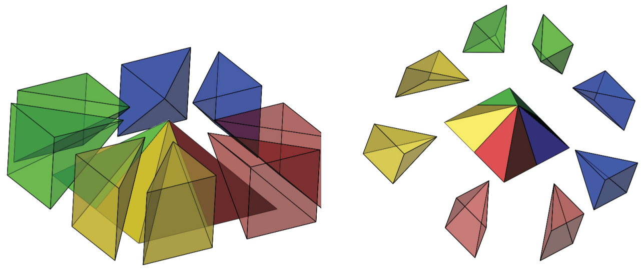
Четврта коцка:



Спојимо сада те четири коцке у један квадар тако да основе коцки леже у истој равни (база тог квадра је димензија $2a\times 2a$), а да су „деона“ темена горњих база спојена у јену тачку која је средиште горње основе новодобијеног квадра. Као што се може уочити, висина тог новог, састављеног квадра је $H = a$, односно његове димензије су $a_1 \times a_1 \times H$, где је $a_1 = 2a$.

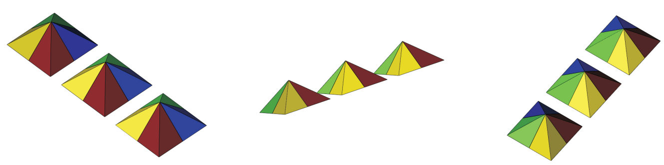


У новодобијеном квадару поново раздвојимо делове свих полазних коцки, али тако да делови коцки који граде доњу основу квадра остану спојени. Имамо овакву ситуацију:



Можемо поново уочити да поред јеног дела полазних коцки који је спојен у доњој бази квадра имамо још по два *подударна* дела (по два црвена, жута, плава, зелена дела). Део квадра састављен од делова коцки који граде доњу основу квадра дају тело које је четворострана пирамида (гледано из две позиције):

Можемо закључити да од *једног* квадра (димензија $a_1 \times a_1 \times H$) можемо добити (спајањем делова, као у пирамиди која је настала спајањем доњих делова коцки које граде доњу основу квадра димензије $a_1 \times a_1 \times H$) *три* подударне пирамиде (димензија $a_1 \times a_1 \times H$) (види слику у разним позицијама):



Сада је логичан следећи закључак (који се може препустити и ученицима да га сами изведу): *однос између запремине квадра и пирамиде једнаких база и висина је*

$$V_{\text{квадра}} = 3 \cdot V_{\text{пирамиде}}$$

Како је $V_{\text{квадра}} = B \cdot H$, то закључујемо да се запремина пирамиде може изразити формулом

$$V_{\text{пирамиде}} = \frac{1}{3} \cdot B \cdot H.$$

П. Шта представљају ознаке B и H?

О. B – површина базе (основе), а H – висина пирамиде (и квадра).

Од раније знамо да смо запремину тростране призме објашњавали помоћу призме чија је основа паралелограм, односно преко квадра и да се запремина

n-тостране призме објашњава преко запремина тространих призми. Аналогно се може закључити да је запремина пирамиде једнака трећини запремине одговарајуће призме једнаких (подударних) основа и висине. (Ова реченица може се и записати.)

Завршни део часа

Директна примена образаца на пирамиде различитих основа:

1. Израчунати запремину четворостране пирамиде чија је основа правоугаоник димензија 20 cm и 50 cm, а висина је 66 cm. ($V = 22000\,\mathrm{cm}^3$)
2. Израч1унај запремину правилне тростране пирамиде чија је основна ивица 6 cm, а висина је $5\sqrt{3}$ cm. ($V = 45\,\mathrm{cm}^3$)
3. Израчунати запремину правилне шестостране пирамиде основне ивице a и висине $2a$. ($V = a^3\sqrt{3}$)

   Дати након тога задатке из уџбеника и збирки које наставник користи.

Захваљујем се дипл. инг Драгану Јовановићу, асистенту Машинског факултета у Нишу, на урађеним сликама.

ОШ „Ћеле кула“, Ниш
E-mail: ljubadinic@gmail.com