

Кристина Силађи и Даниел Силађи

НАПОМЕНА О ЈЕДНОЈ НЕЈЕДНАКОСТИ
ИЗМЕЂУ БРОЈЕВНИХ СРЕДИНА

У чланку Шефкета Арсланагића, *Неке нове неједнакости између бројевних средина*, објављеном у једној од прошлих свезака *Наставе математике*, том LIV, свеска 4 (2009), 11–14, доказана је неједнакост

$$H \cdot K \leq A \cdot G \quad (1)$$

за два позитивна броја, где су, као обично, са H , G , A и K означене, редом, хармонијска, геометријска, аритметичка и квадратна средина датих бројева. На крају чланка аутор каже: „Остаје отворено питање да ли неједнакост (1) важи за три броја, тј. да ли за свака три позитивна броја a , b и c важи неједнакост

$$\frac{3}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3}} \leq \frac{a + b + c}{3} \sqrt[3]{abc}. \quad (2)$$

Показаћемо овде да наведена неједнакост не важи у општем случају. Најједноставнији контрапример је $a = b = 1$, $c = 2$, јер је тада

$$\frac{3}{1 + 1 + \frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1 + 1 + 4}{3}} > \frac{1 + 1 + 2}{3} \sqrt[3]{1 \cdot 1 \cdot 2},$$

што се лако показује да је еквивалентно са

$$1\,062\,882 > 1\,000\,000.$$

Штавише, постоји велики број контрапримера. Да бисмо добили процену колико заиста таквих контрапримера постоји, написали смо програм у JAVA-и, који је приложен на наредној страници. На пример, уз ограничење да важи $a, b, c < 10$ и $a \leq b \leq c$, добили смо да постоји 48 тројки за које неједнакост (2) није тачна. Наводимо само неколико насумично одабраних: (1, 1, 2), (1, 1, 3), (2, 2, 3), (2, 3, 6), (2, 3, 9), (3, 4, 6), (3, 4, 8), (4, 5, 7), . . . , (8, 8, 9).

Програм може лако да се преправи тако да испитује дату неједнакост за 4 или више бројева.

Кристина Силађи, 7. разред

Даниел Силађи, 8. разред

ОШ при Гимназији „Ј. Ј. Змај“, Нови Сад

E-mail: k.siladji@gmail.com

Program se pokreće kucanjem `java -jar kontraprimer.jar` u Command Prompt.

```
import java.math.*;
import java.util.*;

public class nejednakost {

    /**
     * @param args
     */
    public static void main(String[] args) {
        System.out.println("Unesite ogranichenje: ");
        Scanner s=new Scanner(System.in);
        BigInteger limit=new BigInteger(s.next());
        BigInteger levo, desno;
        long kontraPrimeri=0;
        for(BigInteger a=BigInteger.ONE;a.compareTo(limit)==-1;a=a.add(BigInteger.ONE))
        {
            for(BigInteger
b=BigInteger.ONE;b.compareTo(limit)==-1;b=b.add(BigInteger.ONE))
            {
                for(BigInteger
c=BigInteger.ONE;c.compareTo(limit)==-1;c=c.add(BigInteger.ONE))
                {

                    levo=((a.multiply(b.multiply(c))).pow(4)).multiply(((a.multiply
(a)).add((b.multiply(b)).add(c.multiply(c))).pow(3)).multiply(BigIn
teger.valueOf(19683)));

                    desno=((a.add(b.add(c))).pow(6)).multiply(((a.multiply(b)).add(
(b.multiply(c)).add(c.multiply(a))).pow(6)));
                    if(levo.compareTo(desno)==1)//levo vece
od desnog
                    {
                        System.out.println("Kontraprimer:
a="+a+", b="+b+", c="+c);
                        kontraPrimeri++;
                    }
                }
            }
        }
        System.out.println(kontraPrimeri+" kontraprimera
nadjeno");
    }
}
```