
ТАКМИЧЕЊА ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Др Зоран Каделбург, др Бранислав Поповић

26. БАЛКАНСКА МАТЕМАТИЧКА ОЛИМПИЈАДА

Крагујевац, 28. априла–4. маја 2009. године

Србија и град Крагујевац били су домаћини 26. Балканске математичке олимпијаде, која је одржана од 28. априла до 4. маја ове године. Организатор такмичења било је Друштво математичара Србије, а школа-домаћин Прва крагујевачка гимназија. Председник Организационог одбора био је *проф. др Зоран Каделбург* (Математички факултет, Београд), а његов заменик *проф. др Бранислав Поповић* (Природно-математички факултет, Крагујевац). У званичној конкуренцији учествовале су шесточлане екипе из 11 балканских земаља (Албанија, Босна и Херцеговина, Бугарска, Грчка, Кипар, Македонија, Молдавија, Румунија, Србија, Турска и Црна Гора), док је у незваничној конкуренцији било још 9 екипа (Азербејџан, град Брно, Велика Британија, Италија, Казахстан, Србија Б, Таџикистан, Туркменистан и Француска).

Екипе су стигле у Крагујевац у уторак, 28. априла. Наредног дана састао се Међународни жири Балканијаде, који су чинили руководиоци свих екипа из званичне конкуренције, а који је водио председник Жирија, *проф. др Павле Младеновић* (Математички факултет, Београд), кога је, према Правилнику, именовано домаћин. На том састанку одабрани су задаци који су затим преведени и умножени тако да сваки такмичар, осим званичне енглеске верзије, добије текст и на свом језику.

Балканијада је свечано отворена у четвртак, 30. априла у Првој крагујевачкој гимназији. Такмичаре, пратиоце и госте су поздравили: *проф. др Бранислав Поповић*, председник Друштва математичара Србије, *Славица Петковић*, директорка Гимназије, *Драгослав Милошевић*, члан Већа града Крагујевца, као и *др Жарко Обрадовић*, министар просвете Републике Србије, који је и званично отворио такмичење. После кратког пригодног уметничког програма, такмичари су се распоредили по унапред предвиђеним радним местима, где су у периоду од 4 сата и 30 минута решавали постављене задатке.

У наредна два дана руководиоци екипа прегледали су радове својих такмичара, док су копије тих радова истовремено прегледали координатори које је именовано организатор. Затим су руководиоци екипа и координатори усаглашавали оцене тих радова. Важно је нагласити да овом приликом није био ниједан случај несагласности између руководиоца и координатора (за такве случајеве је према

Правилнику предвиђено да их решава читав Међународни жири), што сведочи о врло квалитетном избору координатора које је учинило Друштво математичара Србије. То су потврдили и сви руководиоци делегација; илустрације ради наводимо део електронске поруке италијанског лидера коју је послао по повратку.

“On behalf of the Italian team I would like to thank you and all the staff of BMO 2009 for inviting us and for organizing such a nice event.

We all had a pleasant stay in Kragujevac, and we enjoyed a friendly atmosphere.

Apart from the organizers, who did an excellent job, I would like to give a special mention to guides (very nice, helpful, and friendly), and to coordinators (very competent and professional, for sure one of the best team of coordinators I've ever met).

Massimo Gobbino

Координатори су били: *Ратко Тошић* (председник), *Борђе Дугошија*, *Љубомир Чукић*, *Дан Шварц* (Румунија), *Небојша Икодиновић*, *Марија Станић*, *Борђе Кртинић*, *Александар Илић*, *Марко Радовановић*, *Борђе Баралић*, *Милош Борић*, *Марко Јевремовић* и *Марија Јелић*.

За време поменута два дана, за такмичаре је организован излет у Тополу и на Оплепац, као и низ спортских и других активности у организацији Бачког парламента Прве крагујевачке гимназије. Тај парламент је одредио и по једног до два водича за сваку од присутних екипа, који су све време Балканијаде били са екипама и који су такође похваљени од свих учесника (видети претходну поруку од Италијана). Координатори ових активности били су професори Гимназије, *Иван Недељковић*, *Драгољуб Костић* и *Јелена Банковић-Гајић*.

Званичне резултате Балканијаде усвојио је Међународни жири на свом завршном састанку, одржаном у суботу, 2. маја. Том приликом су, у складу са Правилником, одређене границе на основу којих су додељене награде – прве, друге и треће, односно одговарајуће медаље – златне, сребрне и бронзане. Укупно је у званичној конкуренцији додељено 9 првих награда (за освојених 23–35 поена од могућих 40), 15 других (15–22 поена) и 21 трећа награда (6–14 поена). Гостујући такмичари добили су такође признања, према истом критеријуму као званични (уз назнаку “као гост”), тако да су њима додељене 4 прве, 18 других и 21 трећа награда. Сем тога, Жири је одлучио да се додели још 5 специјалних награда за решења појединих задатака.

Екипа Србије за ову Балканијаду одређена је на основу резултата Српске математичке олимпијаде која је одржана у Новом Саду 13. и 14. априла ове године. Њу су сачињавали:

1. *Теодор фон Бург*, први разред Математичке гимназије у Београду,
2. *Лука Милићевић*, трећи разред Математичке гимназије у Београду,
3. *Душан Милчијанчевић*, трећи разред Математичке гимназије у Београду,
4. *Вукашин Стојисављевић*, други разред Математичке гимназије у Београду,
5. *Михајло Цекић*, трећи разред Математичке гимназије у Београду,

6. *Стефан Стојановић*, други разред гимназије “Светозар Марковић” у Нишу.

Руководиоци екипе били су *др Милош Стојаковић* (Природно-математички факултет у Новом Саду) и *Милош Милосављевић* (Природно-математички факултет у Нишу).

Наша екипа остварила је изузетан успех – освојили су 3 златне, 1 сребрну и 2 бронзане медаље, при чему је *Теодор фон Бург* сам заузео прво место на ранглисти, што је први пут од како учествујемо на Балканијадама (дакле, од 1987. године). Златне медаље освојили су још и *Лука Милићевић* и *Душан Милијанчевић*, сребрну је добио *Михајло Цекић*, а бронзане *Вукашин Стојисављевић* и *Стефан Стојановић*. Резултати наших такмичара дати су у следећој табели.

		зад. 1	зад. 2	зад. 3	зад. 4	укупно	медаља
1.	Теодор фон Бург	10	10	9	6	35	златна
2.	Лука Милићевић	10	10	1	8	29	златна
3.	Душан Милијанчевић	10	10	2	2	24	златна
4.	Вукашин Стојисављевић	10	0	4	0	14	бронзана
5.	Михајло Цекић	10	10	0	0	20	сребрна
6.	Стефан Стојановић	10	0	1	0	11	бронзана

Балканске олимпијаде нису екипна такмичења, те се на њима пласман екипа не проглашава. Међутим, према укупном броју освојених поена и распореду медаља, може се (и уобичајено је) извршити њихово рангирање. На тај начин долази се до следећег пласмана.

Т а к м и ч а р и

М е д а љ е

		1	2	3	4	5	6	Укупно	златне	сребрне	бронзане
1.	Србија	35	29	24	14	20	11	133	3	1	2
2.	Турска	20	25	21	24	21	20	131	2	4	–
3.	Бугарска	17	30	14	21	24	22	128	2	3	1
4.	Румунија	21	13	21	17	15	9	96	–	4	2
5.	Молдавија	8	6	25	20	5	12	76	1	1	3
6.	Грчка	12	7	12	25	7	6	69	1	–	5
7.	Македонија	18	13	8	11	2	7	59	–	1	4
8.	Албанија	14	5	4	4	3	6	36	–	–	2
9.	БиХ	16	2	12	1	1	1	33	–	1	1
10.	Кипар	11	3	0	2	1	5	22	–	–	1
11.	Црна Гора	3	0	1	1	4	0	9	–	–	–

Дакле, Србија је екипни победник Балканијаде, што је такође први пут од кад на тим такмичењима учествујемо (било као Југославија, било као Србија).

Од гостујућих екипа, најуспешније су биле Казахстан и Италија.

Друга екипа Србије такође је одређена на основу резултата Српске математичке олимпијаде. Њу су сачињавали:

1. *Александар Васиљковић*, трећи разред Математичке гимназије у Београду,
2. *Игор Спасојевић*, први разред Математичке гимназије у Београду,
3. *Филип Живановић*, други разред Математичке гимназије у Београду,
4. *Радомир Ђоковић*, други разред Гимназије у Краљеву,
5. *Стеван Гајовић*, други разред Математичке гимназије у Београду,
6. *Вукан Левајац*, први разред Прве крагујевачке гимназије.

Руководилац екипе била је *мр Слађана Димитријевић* (Природно-математички факултет, Крагујевац).

Они су (као гости) освојили три друге награде (*Александар Васиљковић*, *Стеван Гајовић* и *Филип Живановић*), и две треће награде (*Игор Спасојевић* и *Радомир Ђоковић*). Ево и њихових резултата

		зад. 1	зад. 2	зад. 3	зад. 4	укупно	медаља
1.	Александар Васиљковић	8	4	3	3	18	сребрна
2.	Игор Спасојевић	6	3	0	0	9	бронзана
3.	Филип Живановић	10	5	1	0	16	сребрна
4.	Радомир Ђоковић	5	0	1	0	6	бронзана
5.	Стеван Гајовић	10	4	3	1	18	сребрна
6.	Вукан Левајац	2	0	0	0	2	

У недељу, 3. маја, организован је излет за све учеснике Балканијаде. Посећени су манастир Манасија и Ресавска пећина. Ручак који је, делимично под ведрим небом, организован код водопада Лисина пореметила је киша, но по реакцији учесника чини нам се да ће то бити пре запамћено као занимљив куриозитет него као пропуст организатора.

На завршној свечаности, одржаној такође 3. маја, председник Жирија саопштио је званичне резултате такмичења и уручио дипломе о освојеним наградама. Медаље су такмичарима предали *Милољуб Албијанић*, директор Завода за уџбенике, *Небојша Здравковић*, заменик градоначелника града Крагујевца и *проф. др Бранислав Поповић*, председник Друштва математичара Србије. Најзад, исте вечери одржана је, у изузетно пријатној атмосфери, традиционална опрощајна вечера за све учеснике.

Детаљнији подаци о 26. БМО могу се наћи на званичном сајту

www.dms.org.rs/bmo

који је такође веома високо оцењен од стране гостујућих учесника. Администратор сајта био је *Александар Илић* из Ниша. Веома успешне пратеће материјале дизајнирали су *Жељко Малишић* и *Ана Капларевић-Малишић* из Крагујевца, а

техничку подршку Жирију Балканијаде успешно је вршио *Ненад Вуловић*, такође из Крагујевца. Поменимо и запослене у Друштву математичара Србије, *Милицу* и *Биљану Бабић*, које су, као обично, обавиле велики део техничког посла на припреми.

Главни део финансијских средстава за одржавање Балканијаде обезбедило је Министарство просвете Републике Србије. Додатна средства обезбедили су Завод за уџбенике, као и неколико мањих спонзора. На жалост, Скупштина града Крагујевца ни до данас није уплатила обећана средства, тако да је одговарајући део трошкова покрило Друштво математичара Србије.

Можемо да констатујемо да је 26. Балканска математичка олимпијада била изузетно успешна, како у организационом, тако и у такмичарском смислу.

Следе задаци са Балканијаде. Њихова решења су објављена у часопису „Тангента“.

Задаци

1. Решити једначину

$$3^x - 5^y = z^2$$

у скупу природних бројева.

[Грчка]

2. Дат је троугао ABC и тачке M и N на страницама AB и AC , редом, тако да је права MN паралелна страници BC . Нека је P пресек правих BN и CM . Кружнице описане око троуглова BMP и CNP секу се у два различита тачкама, R и Q . Доказати да је $\angle BAQ = \angle CAP$.

[Молдавија]

3. Правоугаоник димензија 9×12 подељен је на јединичне квадрате. Црвеном бојом су обојени центри свих јединичних квадрата, осим четири угаона и осам квадрата који имају заједничку страну са неким од угаоних квадрата. Да ли је могуће означити црвене центре са C_1, C_2, \dots, C_{96} , тако да су задовољена следећа два услова:

(i) сва растојања $C_1C_2, C_2C_3, \dots, C_{95}C_{96}, C_{96}C_1$ су једнака $\sqrt{13}$;

(ii) затворена изломљена линија $C_1C_2 \dots C_{96}C_1$ је централно симетрична?

[Бугарска]

4. Наћи све функције $f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$ за које важи

$$f(f(m)^2 + 2f(n)^2) = m^2 + 2n^2, \quad \text{за све } m, n \in \mathbf{N}.$$

[Бугарска]