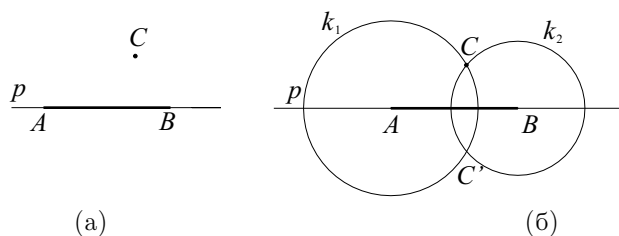


Драгољуб Милошевић

ГЕОМЕТРИЈСКЕ КОНСТРУКЦИЈЕ У КОЈИМА
СЕ КОРИСТИ САМО ШЕСТАР

Решавањем конструктивних задатака помоћу лењира и шестара запажамо да се многи такви задаци могу решити само шестаром (нпр. одређивање темена правилног шестоугла уписаног у кружницу датог полупречника). Овде ћемо се позабавити тим питањем, конструкцијом само шестаром.¹

ПРИМЕР 1. Конструирамо тачку C' симетричну датој тачки C у односу на дату праву $p(A, B)$, сл. 1а.



Слика 1

Решење. Конструирамо редом (сл. 1б):

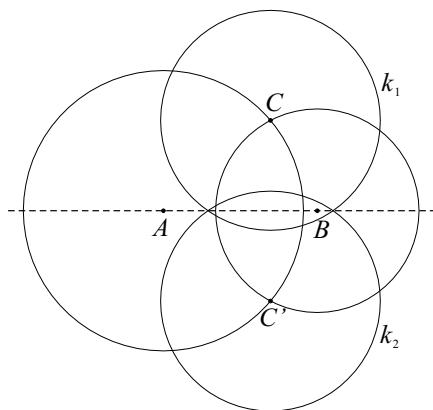
- (1) кружницу $k_1(A, \overline{AC})$;
- (2) кружницу $k_2(B, \overline{BC})$;
- (3) пресечну тачку C' кружница k_1 и k_2 .

Непосредно из конструкције произилази да је C' тражена тачка, а задатак има јединствено решење.

ПРИМЕР 2. Конструирамо неколико тачака праве одређене двома тачкама, A и B .

Решење. Одаберимо неку тачку C ван праве AB и конструирамо тачку C' симетричну тачки C у односу на праву AB (в. пример 1). Опишемо кружнице

¹Италијански геометар Л. Маскерони и дански математичар Г. Мор доказали су да се свака конструкција која је изводљива лењиром и шестаром може извести и само шестаром. При томе се сматра да је права дата ако су конструисане две њене тачке, а дуж – ако су конструисане крајеви те дужи.



Слика 2

$k_1(C, r)$ и $k_2(C', r)$, где је r полупречник већи од удаљености тачке C од праве AB . Две тачке су у пресеку тих кружница, тј. $k_1 \cap k_2 = \{D_1, D_2\}$ – сл. 2. Мењајући дужину полупречника r добијамо жељени број тачака праве AB .

Будући да су тачке C и C' симетричне у односу на праву AB , то она полови дуж CC' под правим глом. Права CC' је скуп свих тачака у равни једнако удаљених од C и C' (тј. права AB је симетрала дужи CC').

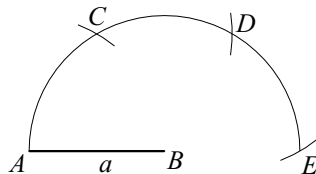
ПРИМЕР 3. Дата је дуж $\overline{AB} = a$. Конструирамо дуж $\overline{AE} = 2a$.

Решење. Конструирамо се редом (сл. 3):

(1) кружница $k(B, a)$;

(2) тачке C, D и E кружнице k тако да је $\overline{AC} = \overline{CD} = \overline{DE} = a$.

Непосредно на основу конструкције произилази да је $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{BD} = \overline{DE} = \overline{BE} = a$. Значи, троуглови ABC, BCD и BDE су једнакостранични, па је $\angle ABC = \angle CBD = \angle DBE = 60^\circ$, тј. $\angle ABE = 3 \cdot 60^\circ = 180^\circ$. Дакле, тачке A, B и E припадају једној правој, па је дуж $\overline{AE} (= \overline{AB} + \overline{BE} = a + a = 2a)$ тражена дуж.



Слика 3

Задаци

1. Дата је дуж $\overline{MN} = a$. Само шестаром одреди тачку P тако да $\overline{MP} = 3 \cdot a$.
2. Користећи само шестар одреди темења квадрата уписаног у кружницу $k(O, r)$.