

Др Драган Трифуновић

МАТЕМАТИКА ВИЗАНТИЈЕ И СРЕДЊЕВЕКОВНЕ СРБИЈЕ

У саставу опште истраживачке теме **Математика у српском народу** наша је своје место и математика Византије и средњевековне Србије. Ово истраживање, које није до данас објављено у националној историји наука, биће окончано у току 2004. године. Да би шири круг наставника математике био упознат са овим истраживањем, писац ових редова је одлучио да у три наставка делимично упозна своје колеге шта је и шта ће бити урађено у овом истраживању. Сматрао сам најподеснијим да свој текст изложим у фрагментима и то по личностима које су носиле прогрес у развоју математичке мисли. Тако сам се определио да у овом првом чланку укажем на математику рановизантинског доба и то само кроз анализу дела два математичара. Избор је био лично мој. У другом и трећем чланку настављам истим путем. Излажем дело Максима Плануда као и научне прилике у Византији тог времена. И, најзад, приказ математичког дела насталог у земљама средњевековне Србије. То су радови и читаве делатности Јована Далматског, Димитрија Метоха, Трифуна Дубровчанина, Јована Педнасима, Исака Аргирија, Пахомија Логофета, Прохора и Лазара Хиландарца.

Рановизантински период

ПРОКЛ ДИАДОХ (*Πρόκλος ὁ Διάδοχος*, 410–485) спада у најзначајније византинске математичаре. Од њега сазнајемо сва знања о математици до Еуклида, па и доцније. Родио се у Константинопољу (Цариград); живео и радио у Атини. Савременик је Теонове кћери Гипатије и на њеном случају увидео страхоте неприхватања хришћанске вере. Његово дело припада раној Византији (324–610) која се заснивала на следећим регулама: римско државно уређење, грчка култура и хришћанска вера, а што је била подлога развоја Византије. Једно без другог није могло опстати. Рецимо, у време императора Јустинијана (6. век) сви учени људи Византије, математичари, филозофи, који нису прихватили хришћанство, већ и даље веровали у многобоштво, бежали су у Иран и Сирију. Ако су остали у својим местима били су прогањани, малтретирани, линчовани и слично.

Прокл је био веома плодан научник, филозоф, полихистор са прегршт написаних свитака. Имао је висок положај у науци. Био је управник чувене атинске Академије. Као следбеник Платонове школе, стао је у ред противника вишебожаца. Веровао је у моћ једног ствараоца Света. Познавао је добро Херонова

учења, проповедао их, Никомедову аритметику, Теонова дела и друго. Проучавао је и коментарисао прву књигу Еуклидових *Елемената*. Тако је, а назире се, код 30. теореме о паралелним правим линијама покушао да дође до уопштеног својства релације транзитивности (покушаји су били у Никомедовој аритметици). Затим, теорему 47, тј. тз. Питагориноу теорему доказао је потпуно оригинално, различито него у *Елементима*. Покушао је да докаже пети постулат и наговести одвајање апсолутне геометрије из *Елемената*, а која не зависи од петог постулата. Као што је познато, ово је урадио Никола Лобачевски и тако дошао до нове геометрије. При размишљању о петом постулату, Прокл је исти исказао на начин који се данас користи у настави: „Кроз једну тачку ван једне праве, што одређују једну раван, може се поставити само једна права која не пресеца задану праву“.

Опште казано, Прокл је познат у историји математике по најуспешнијим коментарима прве књиге *Елемената*. Према Јушкевићу и Танерију, Проклови коментари били су *основа* и најважнији извори за сва доцнија проучавања античке математике, специјално *Елемената*. Поменимо овде да су Немци 1873. године издали Проклове коментаре и тако задужили данашње историчаре математике да могу читати овог значајног византинског математичара. То је познато дело Proclus Diadochus, *In primum Euclidis Elementorum comentarii*, Leipzig 1873, S. 265. Поменимо и следеће издање Proclus Diadochus, *Kommentar zur ersten Buch von Euklids "Elementen"*, Halle 1945. Ја сам се користио књигом из своје личне библиотеке И. Петрици, *Рассмотрение Платоновской философии и Прокла Диодоха*, Тбилиси 1942. Нисам могао да се дуго одвојим од чињенице да су за време ужасног рата у СССР-у нашли снаге да раде на оваквим проблемима науке.

У свом делу Прокл је одао велико признање египатској цивилизацији, да је у њој најпре откривена геометрија и имала своје методе у одређивању површина и запремина геометријских објеката. Наведимо један пример. Прокл није хтео да се користи Архимедовим бројем π , већ египатским и тако преко њега дознајемо како су стари Египћани дошли до ове вредности. Овде ћемо парафразирати Проклово излагање египатске методе.

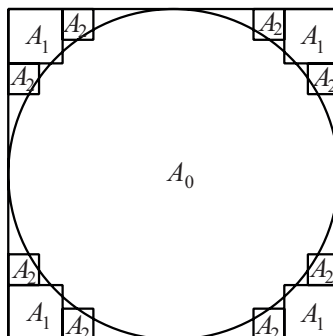
Египћани су до вредности површине круга $P_0 = \left(\frac{8}{9}d\right)^2$ дошли sukcesivним смањивањем површине квадрата, као што је показано на слици.

Прво. Ако је $P_0 = P_k$, тада је $P_0 = d^2$, те је $\pi = 4$.

Друго. Ако површину квадрата смањимо за четири квадрата ознаке A_1 , чија је страница $d/6$, тада је површина круга

$$P_0 = d^2 - 4 \left(\frac{d}{6}\right)^2 = \frac{8}{9} d^2.$$

Одавде следи да је $\pi = 3,555$.



PROCLI DIADOCHI
 LYCII
 PHILOSOPHI PLATONICI
 A C
 MATHEMATICI PROBATISSIMI
 I N
 PRIMUM EUCLIDIS
Elementarum librum
 COMMENTARIORVM
 A D
 VNIVERSAM MATHEMATICAM DISCIPLINAM
PRINCIPVM RATIONIS YE ABSENTVM
 Libri IIII.
 A
 FRANCISCO BAROCIO PATRITIO VENETO
*summa opera cura, ac diligentia cuiusvis modis expurgati: Scholia, & Figurae, quae
 in greco codice omnes desiderabatur aucti: primam in Romano
 lingua reuoluitur donati, & nouo recens editi.*
*Com Catalogo Doctorum, et Virorum Illustrissimorum, atque Aduorum:
 Et Librorum, qui vel ab Auctore, vel ab Interprete citati sunt:
 et Indice locupletissimi omnium in opere contentorum.*
 CVM PRIVILEGIO.



PATAVII
 Excudebat Gratiofus Perchacinus
 1569.

Међу првим математичарима Византије Прокл Диадох (410–485) знатно је допринео проучавању Еуклидових *Елемената*. У свим историјама математике видно је записано да су његови коментари *Елемената* основни извор за доцнија проучавања Еуклида. То показују и многи преводи Проклових списа. На слици је наслов једног таквог превода и коментара из 1569. године.

Треће. Ако површину квадрата даље смањимо за осам квадрата ознаке A_2 , чија је страница $d/9$, тада је површина круга

$$P_0 = \frac{8}{9}d^2 - 8\left(\frac{d}{9}\right)^2 = \left(\frac{8}{9}\right)^2 d^2.$$

Одавде налазимо да је

$$\pi = 4\left(\frac{8}{9}\right)^2 = 3,1605$$

а то је она вредност коју су Египћани, а сада и Прокл користили.

Напомена. Нека читалац покуша да настави смањивање површине квадрата на показан начин и утврди понашање броја π .

Од 185. стране Проклових коментара (руско издање) налазе се важни записи који излажу развој геометрије од Талеса до Еуклида наводећи истраживања, тј. тврђење Аристотеловог ученика Евдема у смислу да је Талес много знао и наводи више примера Талесовог учења. Рецимо, да пречник дели круг на два једнака дела, затим да су углови на основи равнокраког троугла једнаки и друго.

Битно је и Проклово писање о Питагори, његовој моћи да окупи младе људе и да их учи. Наглашава више пута да је Питагора преобратио математику (геометрију) у облик слободног образовања, наука више није у рукама привилегованих људи. Доказивао је теореме уз помоћ чистог логичког размишљања, у његовој школи ученици су певали и свирали и дознавали рационалне бројеве на нотној скали. Прокл му посебно истиче да је открио теорију о ирационалним величинама (несамерљиве дужи), као и читаве есеје о пет космичких тела (правилни полиедри).

Очигледно, Диадок је први скренуо пажњу и утврдио да *Елементи* нису Еуклидово дело, већ да је то монографија настала Еуклидовим сакупљањем многих знања од Талеса, па надаље. Такође, његов закључак је оправдан, да је аксиоматски метод у *Елементима* настао од Платона и његових ученика, а не приређивача *Елемената*.

Према истраживањима Изабеле Башмакове можемо навести да се Диадок бавио магијом и да су га интересовала сва митолошка размишљања. У сну се предавао мистици и преко снова многе чињенице дознавао.

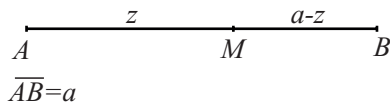
Прокл је добро и свестрано проучио Птоломејев *Алмагест* у 13 књига и Херонову *Метрику*, видно одушевљен применама математике у астрономији, геодезији и уопште, човековој делатности.

Неоспорно је, после ових сазнања, увек када се помиње или расправља о Еуклидовим *Елементима*, обавезно треба наводити и свитке Прокла Диодоха. Ето нове чињенице за наставу математике!

АНТЕМИЈЕ (*Ἀνθίμιος*, умро 534. године). У рановизантинском царству Антемије је био средишна интелектуална величина. Родом је из Трала, а живео је и радио у Константинопољу (Цариграду). Овај византински математичар сматра се првим математичарем хришћанске вере. Био је веома информисан о садржајима старих списа Еуклида, Херона, Никомеда и других. Бавио се Антемије питањима

огледала, што је у то време било битно за боље упознавање коничних пресека, а тиме је богатио и физику новим знањима. Добро је познавао параболу, све њене особине и својства. Сигурно је добро проучио Архимедов спис о параболу. Одређивао је параболу место – положај жиже, јер је утврдио да је параболин параметар p једнак двострукој вредности растојања жиже од директрисе. Био је вешт да конструише елипсу методом харподонапта (затезивање конопа).

Поменимо Антемијеву конструкцију златног пресека на основама платоновског захтева (употреба једино шестара и врстара), а која је данас мало позната



или јој се не познаје проналазач. — Захтев је да се дата дуж AB дужине a подели резом, тј. тачком M по правилу златног пресека (однос мањег према већем делу једнак је односу већег дела према целој дужи).

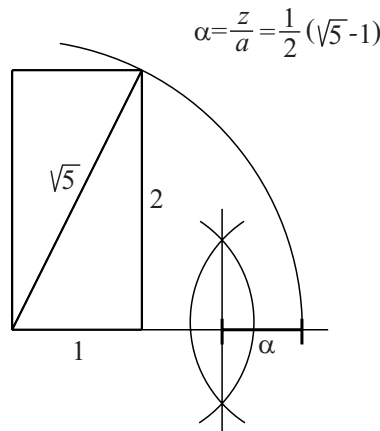
Из дефиниције пресека имамо следећу сразмеру

$$(a - z) : z = z : a,$$

те је $z^2 + az - z^2 = 0$. Одавде непосредно произлази да је

$$z = \frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1) a.$$

Вредност добијеног пресека $(\sqrt{5} - 1)/2$ као ирационалног броја Антемије је одредио на начин приказан на следећој слици.



Антемије је имао своју школу са више ученика међу којима се највише истицао Исидор Милетски. Као хришћанин, код цара је имао велики ауторитет, те му је поверено да буде главни пројектант (архитектор) и извођач радова цркве Св. Софије у Цариграду. Цар Јустинијан имао је своје захтеве за цркву, нарочито о величини, али изглед и елементи ове базилике указују на способност и знања која је Антемије имао. Био је у градњи архитекта, он је пројектовао цркву, али се изражавао и као математичар, користио се практичним упутствима из дела Архимеда, а нарочито из Херонове *Метрике*. У цркви је било уочљиво да је пројектант био математичар: пропорције, велики параболични сводови, лукови кружни на окнима, асиметрија, „игра“ кругова на поду и друго. Антемије, на жалост, није доживео крај градње ове цркве, да присуствује њеном освећењу 537. године и да чује речи похвала од цара Јустинијана „да је ова црква боља, лепша и већа од оне у Риму“.