

Др Раде Дацић

МАТЕМАТИЧАР МИЛОШ РАДОЈЧИЋ

Поводом сто година од његовог рођења

На Земљи, не баш одвише угодном боравишту, појави се људско биће, проведе неко време на њој, потом ишчезава. Понеко пређе овај пут једва запажено а бива убрзо заборављено. Друго, пак, оставља при своме проласку уочљивије трагове, које време постојано брише. Али је људска природа склона томе да се супротставља разарајућој делатности времена; то (вероватно) долази из, донекле прикриване, човекове тежње за бесмртношћу, исказаној као *потенцијална*: човек пожели да поживи неко време, а кад оно истекне, хтео би да живот продужи до неког другог тренутка обећавајуће, а обећања ретко испуњавајуће будућности. Како се трајање људског рода наставља, наставља се и супротстављање појединачна времену као брисачу људских трагова и у име већ несталога људскога бића: тај терет, борбу са временом, супротстављање неупоредиво моћнијему, преузимају покатак на себе други људи: настоје да бар неком трагу, што га је са Земље ишчезнули оставио, продуже век, успоре његов нестанак. Чини се то на више начина, а можда је најмање непоуздан: написана реч. И ови редови су један такав покушај.

Наслов овог написа каже да је Милош Радојчић математичар. Овај је наслов могао бити замењен са: Милош Радојчић – аксиоматичар, што се не би сасвим поклапало са претходним насловом, а исказивало истину. Истинит наслов би био и: Милош Радојчић – историчар, али и:

- тумач српске народне поезије и Његоша,
- изучавалац основа хришћанства и будизма,
- тумач српског фреско сликарства,
- проучавалац изузетних личности европске поезије и философије,

но, такође, и: песник, сликар, страствени проучавалац природних наука, физике и космологије.

Ниједан од наведених наслова не карактерише Милоша Радојчића, али га не карактеришу ни сви узети заједно, а то значи да је Милош Радојчић био изузетна личност; овај напис, дакле, говори о изузетном српском интелектуалцу, који је неким од нас био и професор.

Али ако Радојчићеву личност не може окарактерисати све оно што је као умно биће радио, може је окарактерисати нешто друго – нешто цењено у свим највећим цивилизацијама, у свим великим философијама, са ретким изузецима које

припадају западним схватањима – његову личност је карактерисала скромност, она скромност коју мудрост свих уздигнутих средина и мисао највећих умова убраја у врлине.

Будући човек узорне моралности, Милош Радојчић је трагао за узорно моралним личностима средине у којој је живео, и умео их је познати; трагао је за људима који су велики у људском смислу, иако нису стекли славу, и људе велике у људском смислу ценио је као велике. Знао је шта је ташто и пролазно, а тежио вечном и неразоривом. Знао је да све сувише уз земљу везано мора доста блага на себе накупити, зато се трудио да што дуже борави у оном што се може назвати небеским – духом се такав боравак постиже кад је дух довољно јак.

Да је Милоша Радојчића неко питао, не шта је по занимању – то је одвише приземно питање и не односи се довољно на људску суштину – него шта је његово позвање, шта је најважније што би он као људско биће требало да обави за време (увек прекратког) боравка на овом свету, какав би био његов одговор? Шта би могао одговорити неко ко га је добро познавао, или ми који смо га познавали онолико колико смо били у стању да га упознамо? Ако је тачно да је математичар и ако је тачно све остало што набројасмо, и можда још понешто овде ненаведено, које је то занимање (или позвање) требало уписати па да нека свезнајућа сила каже: „Тачно је уписано!“? Ми узимамо да је то: математичар.

Ако бисмо покушали да једном реченицом искажемо значај Милоша Радојчића за српску математику, та реченица би гласила приближно овако.

Од неколико значајних српских математичара рођених у првих десет година 20. века Милошу Радојчићу припада посебно почасно место: први се и једини у науци одвојио од тада неприкосновеног математичког ауторитета, Михаила Петровића, при чему је за своју научну делатност изабрао један од најтежих предмета истраживања; увео је у наставу математике на Катедри за математику Филозофског (и Природно-математичког) факултета три нова предмета и за два од њих написао уџбенике највишег нивоа; први је предмете које предаје излагао са највишом математичком строгашћу, показујући својим слушаоцима у чему је права природа математике; својом књигом *Општа математика* скренуо је пажњу на значај историје математике за развитак математичке мисли и тој важној науци дао свој допринос; до крајности предано и са највишом савесношћу обављао је послове универзитетског професора; неговао је чистоту и правилност српског језика и писао стилем који се у одређеном смислу може сматрати узорним.

Био је професор Универзитета у Београду и Картуму, а десетак последњих година живота сарадник Националног центра за научна истраживања у Паризу. Био је и дописни члан Српске академије наука и – зна се – није показао интерес да постане редовни члан. Можемо ово објаснити: био је обузет вишим духовним животом, земаљско напредовање у каријери чинило му се недовољно вредно да се и на њега мисли.

Милош Радојчић је имао велике способности за научни рад у математици. Из претпоставног исказа М. Томића (в. [Т]) да „Милош Радојчић можда није дао у математици онолико колико је могао“, мирно се може изоставити реч „можда“, јер је Милош Радојчић радио страсно на сваком пољу којем се предавао, па је само

утрошено време на толико других области морало учинити да његова делатност у математици није исцрпала његове творачке могућности. А ово нас води теми на којој се морамо задржати.

Дешава се да један човек буде надарен за више делатности, које може обављати једнако успешно и толико ваљано да добар и строг познавалац било које од њих мора његова остварења сврстати у врхунска. Историја културе нам показује да има вишеструко надарених који у сваком виду своје делатности достижу највиши степен, да су вишеструко генијални. Потреба је духа једне такве личности да се бави сваком од делатности за које му је виша сила подарила велике способности.

А кад је тако, човеково време је подељено, за сваку од делатности скраћено, сваки од видова делатности, с изузетком једног јединог, чека свој ред, за који се не зна кад ће доћи. Тако један од дарова вишеструко надареног наноси штету свим осталим; по правилу, увек је бар један од његових дарова оштећен – није му поклоњено онолико времена колико дар својом вредношћу заслужује, постојање осталих дарова на његову је штету (њему би требало много више времена проведеног са својим носиоцем).

Да ли је оштећен и носилац дарова као осећајно биће, другим речима: осећа ли се он оштећеним? Из познатих нам примера, можемо рећи: не. Не, бар у оним случајевима кад је време стваралачке делатности време уживања. Докле год је делатник у сферама духа, он се не осећа оштећеним, и не прихвата суд оних који кажу да је оштећен. Његов разумски суд је сличан судовима других: да није многих делатности, једна од њих (зовимо је основном делатношћу, а то може бити свака од њих) била би далеко успешнија, али његова животна начела и осећајност – која јавно не иступа – не налазе да има губитка. Како да таква личност прихвати савет да ради само једно а не све оно што ради, кад све оно што ради испуњава његов живот смислом, кад налази да сваким успехом у своме раду приближава човеку неку од удаљених бесконачности? Прихватање савета, пак, водило би нечему неизвесном, можда безвредном, што се назива „земаљским успехом“. Таква личност не прихвата савет да се посвети само једном делу, а за последицу има мањи углед у свакој делатности од заслуженог. Откуда долази та појава да углед буде мањи од заслуженог, и то у свакој од успешних делатности? *Једноструки* (да тако назовемо надарене за само једну делатност и страсно њој посвећене) нетворачко време (додељено свакоме рођеном да ствара) проводе у ширењу гласа о својим достигнућима, упознају се са много људи, њих упознају са својим постигнућима, путују светом, држе јавна предавања о оном што су урадили, стварају везе са јавним гласилима и иступају на њима – тиме се показују значајнијим него што у ствари јесу. Вишеструки све то не чини, не чини највише из разлога што превише *слободног* времена (времена слободног од стваралачке обузетости) немају. Такви су обично и ненападне личности, личности скромне, у смислу моралне врлине. Све их то ставља у неповољан положај међу људима.

Имамо доста основа тврдити да је Милош Радојчић био управо таква личност.

Да ли је, на пример, ико истакао да се он одвојио од Михаила Петровића више него иједан од његових ученика? (Окрећући се геометрији и топологији, он

се показао као противност Михаилу Петровићу, аналитици.) Да ли је истицано као његова врлина то што је од свих њих узео најтежу област за свој истраживачки рад? Није занемарљиво ни његово настојање да за предмете које на универзитету предаје обезбеди уџбенике, и то уџбенике којима се са научне стране не могу наћи замерке, мада из тога следи да они не морају бити увек савршени и као школске књиге.

Ево његовог *животописа*, у мери у којој смо у могућности дати га.

Милош Радојчић је рођен у Земуну 31.8.1903, умро у Женеви 14.5.1975.

Основну школу (у оно време четвороразредну) завршио је у Земуну, где је започео и гимназију, окончавајући једино први разред. Током Првог светског рата школовао се у Швајцарској (Берн и Женева) и Француској (Париз и Ница); у тим земљама је завршио разреде од другог до шестог, а седми и осми, као и велику матуру (године 1921) завршио је у граду свога рођења.

Уписао се на Машински факултет у Грацу; положио је све испите из прве године, али је, разочаран прагматичношћу наставе (коју су неки професори посебно и са поносом истицали), одлучио да промени студије, па је уписао архитектуру на Техничком факултету у Београду. На архитектури је провео само један семестар, потом је прешао на Математичку групу Филозофског факултета у Београду. Пошто су му били признати семестри проведени на студијама технике, математичке студије је завршио на време, у својој 22. години; дипломирао је, дакле, 1925.

На филозофском факултету у Београду одбранио је докторску дисертацију са темом *Аналитичке функције представљене конвергентним низовима алгебарских функција*. Оцењивачи тезе били су Михаило Петровић и Никола Салтиков.

По завршетку студија, тачније од 1926. године, ради на Катедри за теоријску математику, најпре као волонтер, затим као асистент дневничар, а од 1930. године као изабрани асистент на истој катедри. Доцент је на истој катедри постао 1938, а 1945. године преузет је у истом звању приликом обнове рада Београдског универзитета. За ванредног професора је изабран 1950, а за редовног 1955.

За дописног члана Српске академије наука изабран је 1959, а за ступање у редовно чланство није испољио интерес.

Време од 1959. до 1964. године провео је као професор Универзитета у Картуму (Судан), а од 1964. до смрти живео је у Француској, у месту Тонон ле Бен (Thonon-les-Bains), са прекидом од једне године кад је боравио у Коломбу (Џејлон или Шри Ланка) где је проучавао остатке изворног будизма.

Научна делатност Милоша Радојчића у математици одвијала се у две математичке области: у теорији аналитичких комплексних функција и теорији релативности.

Биће од интереса – јер је поучно – знати почетке научног рада човека о којем говоримо.

Да би допро до првих идеја за свој научно-истраживачки рад у математици Милош Радојчић није посегнуо за оним што му је било на дохвату руке, и где се могло брзо стићи до некаквих резултата, већ је њих потражио и нашао код математичких класика. У делима К. Вајерштраса (Karl Weierstrass) наишао је на

следећи проблем – који је Вајерштрас окарактерисао као главни задатак теорије аналитичких функција: изналазити и испитивати што простије низове аналитичких функција које представљају дате аналитичке функције у што разноврснијим областима њихове егзистенције. Најпре је Вајерштрас, у годинама 1841. и 1876, дао своје схватање Тејлоровог реда и развијање у бесконачне редове и производе целих и мероморфних функција. П. Апел је, године 1883, изложио неке развике чије су области конвергенције ограничене кружним луковима. Долазе потом радови низа научника, чија се сва испитивања (с изузетком Апела) односе на области у којима је функција униформна. Милош Радојчић се подухватио проблема испитивања конвергенције општих мултиформних функција, и тиме је почео његов научни рад, Први свој резултат објавио је у Француској академији, новембра 1927; тај резултат је, у ствари, прва (и слабија) верзија основног резултата његове докторске дисертације, усвојене на седници Филозофског факултета од 21. јануара 1928. године, према реферату Михаила Петровића и Николаја Салтикова.

За више појединости о научном и педагошком раду Милоша Радојчића упућујемо читатеља на списе: [А-Л], [Д] и [Д-М]. Задржаћемо се на другој области научне делатности Милоша Радојчића: аксиоматском заснивању теорије релативности. Пре тога једна напомена која се односи на било које Радојчићево истраживање.

Радојчићева склоност да аксиоматским заснивањем проверава *чистоту* једне теорије – или, општије: једног мисаоног система – огледа се, практично, у свему што је проучавао.

Ево једног примера. Он је, међу многобројним необјављеним рукописима, оставио и рукопис *Јованово еванђеље тумачењем проткано*, спис куцан писаћом машином на 399 страница А4 формата. У овом спису Радојчић преводи, стих по стих, Јованово еванђеље са грчког не користећи ниједан од постојећих превода; потом тумачи преведени стих или преведени скуп стихова. Његова тумачења у овом спису нису друго до извођења из аксиома које су, у ствари, реченице (или стихови) из Еванђеља. Он је и у овоме свом спису – као и у сваком другом проучавању – трагао за *основама*, у овом посебном случају за основама хришћанства. Његов рукопис није објавила Патријаршија СПЦ, јер се његово тумачење не поклапа са званичним тумачењем СПЦ, а није га објавила ни заједница антропософа, јер је одступало од Штајнеровог тумачења. Милош Радојчић је и овде, као и на много других места, имао своје изворно тумачење.

Аксиоматизација теорије релативности. Делатност Милоша Радојчића у другој области којом се научно бавио своди се на аксиоматско заснивање специјалне теорије релативности (мада је његова мисао била обузета и проблемом како аксиоматски засновати и општу теорију релативности). Резиме његовог довршеног рада у овој области налази се у монографији *Une construction axiomatique de la Theorie de l'espace-temps de la Relativite restreinte*, Monographie, t. CDLXII, Acad. Serbe des Sci. et des Arts, 1973.

Његов приступ и овом проблему заснива се на њему својственим начелима аксиоматског заснивања, а та се начела битно разликују од приступа других нау-

чника у свету који су се бавили аксиоматским заснивањем теорије релативности, као што су: А. Роб [Rb], С. Басри [B], А. Лихнерович [Li] и Р. Ј. Пименов [П].

У списку његових научних радова осам јединица се односи на ову област. Како је први чланак објавио 1933. године, а завршну монографију 1973, закључујемо да је његово занимање за теорију релативности трајало најмање 40 година; има основа веровање да би се продужило да је још живео.

У свом раду из 1933. године писац се држао класичне, вербалне формулације ставова и доказа, док се у монографији користи знатним предностима које пружа симболика савремених аксиоматичких теорија. Како је монографија објављена знатно после објављивања претходних радова М. Радојчића из ове области, природно је очекивати да се у њој садрже и сви резултати претходних радова и да ће њено представљање бити довољно за упознавање са радом М. Радојчића у Теорији релативности.

Аксиоматско заснивање просторно-временског континуума теорије релативности занимало је математичаре још од почетка њеног постојања. Тако је амерички математичар А. Роб (А. Robb) још 1914. године дао заснивање специјалне теорије релативности, на које ћемо се вратити касније, а сад се усредсређујемо на оно што је Радојчић урадио.

Широко је познато да у аксиоматској изградњи једне теорије треба изабрати основне појмове, основне везе и основне ставове. „Природа физичких појава на којима се ова теорија темељи – и које сачињавају природну основу њене аксиоматичке структуре – захтева да оперишемо са тренутним ‘блесцима’ светлости, који се неки пут називају и ‘сигналима’ – и који се преносе с једног на друго место. Те ‘сигнале’ или ‘блеске’ називам (на српском) тренутним догађајима, а тачке из којих потичу или на којима се запажају називам материјалним тачкама“, каже писац. Дакле, тренутни догађаји и материјалне тачке су појмови који се не дефинишу. „Тренутни догађаји и материјалне тачке су две врсте елемената“, наставља писац, у аксиоматичкој теорији коју он развија.

Уз два наведена основна појма јављају се, дакле, и три основна односа: *догодити се*, *бити запажен* и *пре*.

Поред ових пет недефинисаних израза, цела Теорија се заснива на још 27 аксиома, распоређених у девет група: I – 4 аксиоме независне од временских односа, II – 7 аксиома временског поретка, III – 5 аксиома везе између више материјалних тачака и тренутних догађаја, IV – 2 аксиоме непрекидности, V – 4 аксиоме положаја, VI – 1 аксиома упоредности, VII – 2 аксиоме подударности, VIII – 1 аксиома егзистенције перманентног метричког простора, IX – 1 аксиома кретања. У овај списак не улази аксиома из главе VII која излази из оквира Теорије, а дата је са циљем да се успостави веза светлосно-метричких скупова са крутим телима.

Књига је подељена на седам глава: I – Дискретна (дисконтинуирана) основа Теорије, II – Непрекидност, III – Метрика, IV – Праволинијски скупови материјалних тачака, V – Геометрија перманентних (трајних) скупова материјалних тачака, VI – Кинематика, VII – Однос између светлосно-метричких скупова материјалних тачака и крутих тела.

Формулације аксиома и теорема су на језику Радојчићу савремене симболичке логике, а извођења кратка, елегантна и прецизна.

При оцењивању било које аксиоматске теорије постављају се два питања: 1. Да ли је систем аксиома непротивречан? 2. Да ли је систем аксиома минималан?

Сам М. Радојчић указује на модел (модел Минковског) који непротивречност изведене теорије своди на непротивречност Еуклидске геометрије. Да је изабрани скуп аксиома независан (минималан) не може се још тврдити. Писац је то доказао само за опсежан подскуп скупа својих аксиома, није за систем у целини.

Основано је претпоставити да је М. Радојчић радио и на сличном извођењу Опште теорије релативности и да би још наставио тај рад да га смрт није спречила. Ево шта о томе он сам каже: „У своме раду који предлажем, дајем аксиоматичку конструкцију теорије просторно-временског континуума само за Специјалну теорију релативности. Знатан део би се пак могао непосредно, или уз извесна ограничења, применити и на Општу теорију релативности.“

М. Радојчић, на темељу недефинисаних појмова и односа и поменутих 27 аксиома, подиже потпуну грађевину просторно-временског континуума, чији је један део Еуклидска тродимензиона геометрија, а други Специјална теорија релативности, те се ова књига може схватити као још један начин аксиоматске изградње Еуклидске геометрије (у три димензије).

У чему се поступак М. Радојчића битно разликује од поступка осталих заједничких специјалне теорије релативности на аксиоматским темељима?

Радојчић, на првом месту, неће да иде најкраћим путем – уношењем у своју аксиоматику готових структура. Он неће нешто готово – такав је његов карактер. Хераклит каже да је карактер човека судбина; тако јесте једино онда кад јесте, јер има доста судбинског што стиже споља, што не узрокује сам човек. Уношењем готове структуре – еуклидске геометрије – послужио се, поред многих других, и познати француски математичар А. Лихнерович (А. Lichnerowicz), и брзо стигао циљу; он је изабрао краћи и практичнији пут, каквим М. Радојчић не жели да иде. Умесно је овде навести речи самог Радојчића: „Сматрам оправданим да тема тако фундаменталног и елементарног значаја, као што је кинематика Теорије релативности, која обухвата на свој начин и саму елементарну еуклидску геометрију, заслужије самосталну и у савременом смислу елементарну обраду.“

Али М. Радојчић одбија и нешто друго, не само увођење у свој аксиоматски систем готових структура, он одбија да изводи конструкцију и полазећи само од аксиома, ако то извођење треба да буде аналогно некој познатој и цењеној конструкцији, како је поступио већ поменути А. Роб [Rb], који је пошао од система аксиома аналогних оном на којем се конструише Елементарна геометрија, а пошто је изабрао потребан низ аксиома, његово извођење тече независно од интерпретације у физици. Радојчићеву мисао при избору аксиома водила је тежња да аксиоме буду, у својој физичкој интерпретацији, што ближе осматривим чињеницама, или макар само да се њихово осматрање може замислити. Зато се он одлучио на велики подвиг, на којем је рад трајао (свакако, са много прекида) читавих 40 година.

Има се утисак да је пут којим Радојчић иде заснивајући аксиоматски теорију релативности – најтежи, да М. Радојчић бира *линију највећег отпора*. Зашто се он определио баш за такав пут?

Његова је замисао да при заснивању било које аксиоматичке теорије треба утврдити да ли је шта у тој теорији сувишно, шта из чега у теорији израста и како се теорија грана. Многи од аксиоматских заснивача теорије релативности не раде тако, поготову не они који при заснивању теорије уводе споља готове структуре, или поступак извођења заснивају на аналогији са аксиоматским заснивањем друге теорије, не водећи рачуна о зависности која се појављује у предмету своје обраде и *очигледности* која се да замислити у представи читаоца.

Што се Радојчића тиче, изгледа да је он у својој намери успео. Ово је у сагласности и са тврђењем Т. Анђелића [An] да је М. Радојчић својим радом у теорији релативности омогућио да се боље сагледају основе специјалне теорије релативности и да се тачније осветли све оно што се тамо претпоставља; ово је у сагласности и са следећим речима самог Радојчића: „Заслужује да се нагласи, најзад, да предмет овога рада није само тај да се по начелима аксиоматике изведу Лоренцове трансформације, него да се, такође, у извесној мери, изложи низ досад слабо обрађених или необрађених поглавља која су садржана у темељима теорије релативности.“

Наведимо, на крају, извод из једног документа писаног 29. септембра 1959. године; то је предлог Ј. Карамате и Р. Кашанина да се М. Радојчић изабере за дописног члана Српске академије наука: „Полazeћи од малог броја аксиома, он долази до Лоренцових трансформација, и то на основи аксиома које изражавају врло очигледно и сасвим елементарно чињенице из физике светлости. Ова врло оригинална идеја, на којој Радојчић и сад ради, са интересом је примљена и запажена (на пример, у Центру за теорију релативности у Принстону). Неке од ових резултата пренео је из специјалне теорије релативности у општу.“

Треба рећи да монографија о аксиоматском заснивању теорије релативности није једино Радојчићево аксиоматичко научно дело. Научно дело је и књига *Елементарна геометрија – основи и елементи еуклидске геометрије*, написана да буде уџбеник. Ова књига је и била уџбеник, за време док је Радојчић предавао а и касније, али права њена природа је: научно дело. Два оваква дела довољна су за један људски живот, и да није свега другога што је Милош Радојчић урадио, од чега је велики део готово непознат.

М. Томић је написао: „Милош Радојчић није имао среће у животу“. Ако постранимо прихватљиву чињеницу да ниједан човек није ни срећан ни несрећан, да се осећај среће смењује осећањем несреће (или бар увећаног незадовољства), и ако не испустимо из ума да разни људи имају различито поимање среће, онда не можемо бити уверени да би се Милош Радојчић сложио са речима свог млађег колеге. Две аксиоматичке књиге Милоша Радојчића нису могле настати из главе у којој влада осећај несреће; поготову Радојчићеви списи из других области његове делатности не упућују на човека притиснутог осећањем несреће; пре би се супротно могло утврдити. Има, међутим, разлога да се М. Томићу да за право. Ако се узме у обзир да је М. Радојчић дошао до више резултата које су

касније и много касније (чак и после 20 година) поново открили страни научници, да су их објављивали у најугледнијим светским часописима и њима стицали или учвршћивали име у науци, онда губитак тих признања – за који је М. Радојчић знао – ни он није могао примати без ожалостности. Осим овога, као човек који размишља о тајнама постојања и пита се да ли је направио грех у нечему давно учињеном, могао је понекад осећати немир; немир, свакако, није срећа, али ни несрећа не мора бити.

КОРИШЋЕНИ СПИСИ

- [А-Ј] Д. Адамовић, Д. Лопандић, *Др Милош Радојчић*, Математички весник **13(28)** (1976), 245–252.
- [An] Т. Р. Anđelić, *Miloš Radojčić (1903–1975)*, Bulletin scientifique, Sec. A, **20**, 11–12 (1975).
- [B] S. Basri, *A Deductive Theory of Space and Time*, North-Holland Publ. Co., 1966.
- [Д] Р. Дацић, *О делу Милоша Радојчића*, Математички институт, Историја математичких и механичких наука, Књига 2, 39–64.
- [Д-М] Р. Дацић, М. Матељевић, *Милош Радојчић*, у: „Живот и дело научника Србије“, књига 9 (у штампи).
- [Li] A. Lichnerowicz, *Relativité général classique*, Cours professés au Collège de France 1953.
- [П] Пименов, *Пространства кинематическог типа*, Записи науч. семинаров, Ленинград, 1968.
- [Rb] A. A. Robb, *A Theory of Time and Space*, C.U.P. 1914; *The Absolute Relations of Time and Space*, C.P.U. 1921.
- [Т] М. Томић, *Милош Радојчић*, Годишњак САНУ, LXXXII (1976), 194–196.