
НАСТАВА МАТЕМАТИКЕ У ОСНОВНОЈ ШКОЛИ

Мр Милана Егерић

КОЛИКО СУ ТРАЈНА И ПРИМЕНЉИВА ЗНАЊА УЧЕНИКА

Предмет овог рада је испитивање, утврђивање и процењивање степена и нивоа усвојености и применљивости знања ученика из области линеарних једначина и линеарних функција у осмом разреду основне школе. Испитивање се заснива на тестирању ученика где је примењен тест знања од дванаест задатака из наведених области. На основу одговора ученика извршена је процена у којој мери су ученици научили, схватили, разумели обрађену материју, колико су им знања трајна и колико им та знања помажу у решавању нових задатака, сличних онима који су већ решавани на часу.

Анализом резултата испитивања изведен је закључак да фронтални облик рада који се, углавном, користи при обради градива, не даје довољно јасна, конкретна, трајна и применљива знања. Овим обликом рада не стичу се довољно квалитетна знања која би имала примену у самосталном раду ученика.

Ученици на редовним часовима наставе математике прате предавање наставника, вежбају задатке самостално или уз одговарајућу помоћ наставника, раде обавезне домаће задатке. Интересовало нас је у којој мери су тако стечена знања својина ученика, да ли су схватили основне појмове из одговарајућих области, колико су самостални у раду и да ли могу неке математичке проблеме да решавају самостално, односно да примене научено градиво.

Како се решавање система линеарних једначина може и самостално научити, уколико се знају решавати линеарне једначине са једном непознатом и графички представљати линеарне функције, то смо спровели једно мало тестирање познавања линеарних једначина и линеарних функција да бисмо видели са каквом основном стартујемо у самосталном и активном учењу система линеарних једначина са две непознате уз диференциране захтеве у три нивоа тежине (то истраживање накнадно ћемо објавити).

У овом раду обрађени су само резултати тестирања ученика осмог разреда из области линеарних једначина са једном непознатом и линеарних функција са указивањем на типичне грешке које су ученици правили.

Предмет, циљ и задаци испитивања

У основној школи стичу се основе општег образовања и васпитања, а истовремено ученици се оспособљавају и за самообразовање стичући радне навике кроз самостални рад. Потреба ученика да додуну, прошири и освежи постојећа

и стиче нова знања, вештине и навике, остварује се кроз активан и самосталан рад. У нашој основној школи скоро је занемарен самосталан рад ученика на часу у оквиру обраде и стицања нових знања, већ наставници, углавном, предају, објашњавају и сами раде на табли, а ученици слушају, прате и „преписују с табле“.

Предмет овог рада је испитивање нивоа знања ученика, односно квалитета и квантитета усвојеног знања при фронталном облику рада, односно, процењивање трајности, коректности, свесности и употребљивости знања.

Циљ испитивања је утврдити степен и ниво усвојености, трајност и применљивост знања из области линеарних једначина и линеарних функција у осмом разреду основне школе. Дакле, циљ нам је да утврдимо у којој мери ученици владају знањима из ових области, колико су разумели и схватили обрађену материју, колико могу самостално да решавају нове задатке типа обрађених на часу, колико могу применити стечена знања при решавању нових проблемских ситуација и које су то типичне грешке које ученици праве у овим областима.

Задаци испитивања су утврдити у којој мери су ученици, при фронталном облику рада, оспособљени:

1. да разликују линеарну од квадратне једначине;
2. да праве разлику између једначине са једном непознатом и једначине са две непознате;
3. да реше задату несређену линеарну једначину;
4. да разликују одређену, неодређену и немогућу једначину;
5. да схвате појам еквивалентности једначина;
6. да разумеју смисао апсолутне вредности израза;
7. да математички текст преведу у математичку једнакост, тј. да формирају линеарну једначину и реше је;
8. да одреде пресеке графика са Ox и Oy осом и одреде „нулу“ функције;
9. да одреде положаје правих у равни, односно да знају који параметри условљавају паралелност, пресек или поклапање правих.

Један од најважнијих задатака овог испитивања је утврдити да ли ученици имају солидну основу за самостално стицање знања из области система линеарних једначина са две непознате и примене система у решавању разних математичких проблема.

Општа хипотеза испитивања

Фронтални облик рада не даје довољно прецизна, јасна, разумљива, трајна и применљива знања за самостално стицање знања ученика. Овим обликом рада не стичу се знања на нивоу разумевања и стваралачког решавања проблема.

Методe, технике и инструменти испитивања

Испитивање се темељи на дескриптивној методи, заснованој на тестирању, где се као инструмент користи тест знања за ученике осмог разреда основне школе из области линеарних једначина и линеарних функција. Тест садржи дваест

задатака. Задаци су тако одабрани и постављени да се из рада и одговора ученика може утврдити фонд знања којим ученик располаже и ниво знања, односно, да ли ученик може самостално да репродукује научени садржај, да ли схвата и разуме математичке појмове, да ли научене садржаје самостално примењује у решавању нових задатака.

Резултати испитивања

Тестирање је извршено марта 2001. године у осам одељења осмог разреда у Јагодини и Крушевцу. Узорак је обухватио 270 ученика.

Питања су се односила на линеарне једначине и линеарне функције, како бисмо утврдили предзнање и припремљеност ученика за обраду система линеарних једначина са две непознате.

Резултати испитивања, анализирајући сваки задатак посебно, су следећи:

1. ЗАДАТАК. *Напиши произвољну:*

- а) линеарну једначину са једном непознатом _____
 б) линеарну једначину са две непознате _____
 в) квадратну једначину са једном непознатом _____
 г) квадратну једначину са две непознате _____

Линеарну једначину са једном непознатом зна да напише 88,15% ученика; линеарну једначину са две непознате 43,70%; квадратну једначину са једном непознатом 72,96%; и квадратну једначину са две непознате зна да напише 29,63% ученика. Карактеристично је уочити да већи број ученика (197 од 270) зна да напише квадратну једначину са једном непознатом, а да знатно мањи број ученика (118) зна да напише линеарну једначину са две непознате, иако су линеарне функције обрадили. Закључак би био да се линеарна функција не посматра као линеарна једначина са две непознате и да је недовољно усмерена пажња ученица на „везу“ функције и једначине.

Најчешће грешке:

линеарну једначину са две непознате пишу као једнакост два израза са истом непознатом, али се непозната појављује са обе стране једнакости, на пример, $2x + 5 = 4x - 1$;

код квадратних једначина врло често пишу квадрат константе уместо квадрата променљивих, као на пример: $x + y = 8^2$, $x - 3 = 4^2$;

многи не знају да је једначина једнакост два израза, већ је пишу као алгебарски израз, без знака једнакости.

2. ЗАДАТАК. *Замени једначину $1\frac{1}{4}x - \frac{1-x}{2} = 1 - \frac{3}{4}\left(\frac{x}{3} - \frac{1}{6}\right)$ еквивалентном једначином најједноставнијег облика.*

Дату линеарну једначину без грешака је решило 28,15% ученика (само 76 од 270).

Типичне грешке:

ослобађају се именилаца пре него што су извршили назначено множење разломака на десној страни једнакости, па отуда производ множе неким бројем (НЗС за имениоце) тако што сваки чинилац помноже тим бројем. Отуда је честа једнакост $15x - 6(1 - x) = 12 - 9(4x - 2)$;

не знају редослед рачунских операција, јер прво налазе разлику бројева 1 и $\frac{3}{4}$, а затим том разликом множе израз у заграда;

не мењају знак израза у бројиоцу при „ослобађању“ од имениоца када је испред разломка негативан знак.

3. ЗАДАТАК. Која од наведених једнакости је:

а) идентитет _____

б) једначина са јединственим решењем _____

в) једначина без решења _____

1) $2x - 2 = 2(x - 1)$; 2) $x + 3 = 3$; 3) $x = -x$; 4) $3x - 1 = 3(x - 1)$;
 5) $3x = x$; 6) $x - 2 = 0$; 7) $3x - x = 2x$; 8) $\frac{2x - y}{5} = \frac{4x - 2y}{10}$.

Да издвоје идентитете од наведених једнакости знало је 38,15% ученика; да издвоје једначине са јединственим решењем знало је 13,70%; а да препознају једначину без решења знало је 15,93% ученика.

Најчешће грешке ученици су правили тако што су једнакости под бројем 3) и 5) узимали као једначине без решења, а да су једнакост под бројем 7) узимали као једначину са јединственим решењем.

4. ЗАДАТАК. Испитати еквивалентност следећих једначина: $2x = 8$ и $3(x - 1) - 5 = x$.

Да су дате једначине еквивалентне закључило је 77,40% ученика, из чега се може закључити да су појам еквивалентности једначина сасвим добро схватили.

5. ЗАДАТАК. Реши једначину $|x - 4| = 5$.

Дату једначину са апсолутном вредношћу израза знало је да реши само 20,74% ученика. Уместо скупа решења дате једначине $\{-1, 9\}$, ученици су најчешће нудили као одговор скупове $\{-1, 1\}$ или $\{-9, 9\}$. Из одговора ученика се може закључити да ученици знају да супротни бројеви имају исту апсолутну вредност, али ту особину не примењују код алгебарског израза.

6. ЗАДАТАК. Састави линеарну једначину са једном непознатом

а) чије је решење број $\frac{2}{3}$ _____

б) која је немогућа _____

в) чије је решење сваки реалан број _____

Да састави линеарну једначину са унапред датим решењем знало је 45,93% ученика; да напише немогућу једначину знало је 31,48%; а да напише неодређену једначину знало је 27,03% ученика.

Типична грешка код састављања једначине чије је решење број $\frac{2}{3}$ је што су ученици неки алгебарски израз са непознатом изједначавали са $\frac{2}{3}$, а код немогуће једначине, израз са непознатом изједначавали са нулом.

7. ЗАДАТАК. *Нађи вредност променљиве x за коју је вредност израза $\frac{x-1}{2}$ већа за 1 од вредности израза $\frac{x+1}{3}$.*

Математички текст да „преведу“ у математичку једнакост и реше је, знало је 28,88% ученика. Занимљиво је истаћи да је знатно већи број ученика, око 50%, знао да постави тачну једнакост, али је нису тачно решили.

8. ЗАДАТАК. *Одреди вредност променљиве x тако да једначина $(7-a)x = 1 - 2x$ буде еквивалентна једначини $3 - \frac{a-1}{2} = a - 4$.*

Тачно је решило дати задатак 32,22% ученика.

9. ЗАДАТАК. *Како се може разменити новчаница од 100 динара у метални новац од 5 динара и 2 динара тако да укупно буде 44 метална новчића?*

Тачан одговор је дало 21,11% ученика. Од тих ученика, који су тачно одговорили, скоро половина су задатак решили „методом покушаја“, а не преко једначине.

10. ЗАДАТАК. *Не цртајући график, одреди координате тачке пресека праве $y = 3x - \frac{3}{4}$ са:*

a) Ox осом _____

b) Oy осом _____

Тачку пресека графика праве са Ox осом тачно је одредило 22,59% ученика, а са Oy осом 28,88%, што показује да је већи број ученика запамтио да је n одсечак на Oy оси. Занимљив је податак да је „нулу“ функције извештао број ученика одредио, али су погрешно записали уређене двојке. Редослед компоненти код уређене двојке је за одређени број ученика небитан, па су код пресечних тачака или обе апсцисе нуле, или обе ординате нуле.

11. ЗАДАТАК. *Вредност променљиве $x = -\frac{2}{3}$ је нула функције $y = kx - \frac{3}{4}$. Одреди вредност параметра k .*

Овај задатак тачно је урадило 34,81% ученика. Знатно већи број ученика је знао шта је „нула“ функције и добро су поставили једначину, али грешке су, најчешће, при решавању једначине.

Највише су правили грешку при одређивању знака параметра k , јер код одређивања непознатог чиниоца, ученици мењају знак познатом чиниоцу код дељења (ваљда што „мења страну“ једнакости?), па из $-\frac{2}{3}k = \frac{3}{4}$ добијају $k = \frac{3}{4} : \frac{2}{3}$; често два операцијска знака не одвајају заградом па срећемо запис $k = \frac{3}{4} : -\frac{2}{3}$.

12. ЗАДАТАК. За које вредности k и n график функције $y = kx + n$
- а) представља праву паралелну са правом $y = -3x + 5$, али се не поклапа са њом;
- б) представља праву која се поклапа са правом $y = -3x + 5$;
- в) представља праву која пресеца праву $y = -3x + 5$.

Под а) тачно је одговорило 12,96%; под б) 18,88% и под в) тачан одговор је дало само 10,74% ученика. Из броја тачних одговора можемо закључити да није довољно посвећено пажње међусобним положајима правих у равни.

Закључак

На основу обрађених тестова знања ученика можемо извести следеће закључке:

1) Ученици у 88% случајева знају сами да запишу произвољну једначину са једном непознатом, у 73% знају да запишу квадратну једначину са једном непознатом, а да им линеарна једначина са две непознате није „блиска“, а још мање квадратна једначина са две непознате. Недовољно је потенцирана „веза“ између линеарне функције и линеарне једначине са две непознате.

2) Нешто више од четвртине тестираних ученика може самостално да среди и реши линеарну једначину са једном непознатом примењујући правила рачунских операција.

3) Око 14% ученика зна да препозна и издвоји једначине са јединственим решењем, што значи да је мали број ученика у могућности да самостално одреди тип једначине, односно да утврди да ли је одређена, немогућа или неодређена једначина.

4) Појам еквивалентности линеарних једначина ученици су сасвим добро савладали, јер више од 3/4 ученика зна да препозна еквивалентне једначине.

5) Само петина тестираних ученика може да примени знање из апсолутних вредности и тачно реши задатак.

6) Док 88% ученика зна да напише произвољну линеарну једначину и 77% зна да нађе решење „просте“ линеарне једначине, дотле само 45% ученика зна да састави линеарну једначину са конкретном датим решењем. Значи, ученици не стичу довољно јасна, прецизна, разумљива и применљива знања.

7) Ученици су недовољно самостални у примени математичког језика, јер само четвртина ученика може математички текст превести у математичку формулу, а око шестине ученика може математички проблем превести у линеарну једначину и решити је.

8) Око четвртине ученика зна да одреди пресек графика праве са Ox и Oy осом, а у пола мањи број зна да напише те тачке као уређене двојке.

9) Највећу несамосталност ученици су показали при одређивању међусобног положаја графика линеарних функција, што показује да је знање из ове области недовољно применљиво при самосталном решавању задатака.

10) Из свега што је до сада наведено може се извести општи закључак да ученици нису у довољној мери припремљени, односно не поседују солидно знање

из области линеарних једначина и линеарних функција. Знање које ученици поседују је на нивоу препознавања и репродуковања, а врло мали број ученика има знање на нивоу примене и самосталног решавања нових задатака и математичких проблема.

Наведени закључци представљају одговоре на постављене задатке испитивања који уједно дају одговор и на постављену хипотезу.

Свеобухватна анализа резултата тестирања наводи на закључак да је општа хипотеза испитивања потврђена, што значи да фронтални облик рада не даје довољно јасна, разумљива, трајна и применљива знања за самостално стицање знања ученика. Овим обликом рада не стичу се довољно квалитетна знања, пошто је тест показао да већина ученика не учи логично и с разумевањем, не врши мисаону прераду знања, не издваја битно од небитног, не повезује чињенице и не гради систем знања, па отуда ученици нису у стању да научене садржаје примењују у решавању разних теоријских или практичних задатака, сличних онима које су већ решавали.

Закључак би био са препоруком: ученици треба на часу, под стручним руководством наставника, да стичу нова знања максималним личним ангажовањем, да самостално трагају за решењем, да откривају узрочно-последичне везе између математичких објеката, да врше мисаону прераду знања и практичну проверу резултата до ког су дошли. Наравно, то захтева знатно веће ангажовање наставника, јер мора прићи понаособ сваком ученику, подстаћи га, покренути, мотивисати, бодрити, преслишати и усмерити га, али сматрамо да би квалитет усвојених знања био знатно бољи.

ОБАВЕШТЕЊЕ

РЕЗУЛТАТИ МЛАДИХ МАТЕМАТИЧАРА И ПРОГРАМЕРА НА МЕЂУНАРОДНИМ ТАКМИЧЕЊИМА 2001. ГОДИНЕ

IV Јуниорска балканска математичка олимпијада (за ученике основних школа) одржана је од 17. до 23. јуна на Кипру. Наши такмичари остварили су следеће резултате: *Срђан Крстић*, ОШ „Вожд Карађорђе“, Ниш, освојио је сребрну медаљу, а осталих пет наших такмичара бронзане медаље: *Огњен Илић*, ОШ „Вељко Дугошевић“, Београд, *Игор Кабиљо*, ОШ „Марко Орешковић“, Београд, *Петра Стојсављевић*, ОШ „Доситеј Обрадовић“, Сомбор, *Борђе Баралић*, ОШ „Станислав Сремчевић“, Крагујевац и *Никола Лукић*, ОШ „Херој Радмила Шишковић“, Смедеревска Паланка.

XIII Међународна информатичка олимпијада одржана је од 14. до 21. јуна 2001. године у Тампереу (Финска). Нашу екипу су чинили: *Борис Чукаловић* и *Александар Златески*, Математичка гимназија, Београд и *Никола Тодоровић* и *Дејан Колунџија*, гимназија „Светозар Марковић“, Ниш. Борис Чукаловић и Александар Златески су освојили бронзане медаље.