

др Даница Николић-Деспотовић

СОФИЈА КОВАЛЕВСКА (1850–1891)

поводом стопедесетогодишњице рођења

Познато је да је Софија Ковалевска знаменити математичар, једна од првих учених жена свога бурног времена. Међутим, она је била и активни учесник друштвених кретања своје епохе. Поврх тога била је писац, аутор низа литерарних дела. Биографија Софије Ковалевске, значајне руске математичарке, прослављене жене-професора била би непотпуна без познавања и те стране њеног рада. Она је решавала изузетно тешке математичке и механичке проблеме, али је писала и стихове, приповетке, романе, драме, позоришне критике као и књижевне есеје. С. Ковалевској, сем њених научних заслуга као жене пионира у науци припада изузетно место у историји женског покрета. Стога богата библиографска литература разних аутора о С. Ковалевској, монографија и чланака у разним зборницима, садржи 283 имена [14].

Користећи богати документарни материјал, изложићемо етапе животног пута С. Ковалевске, резултате њеног научног и уметничког стваралаштва пратећи њену биографију познате жене-научника, књижевника и борца за женска права.

С. В. Ковалевска родила се 15 јануара 1850. године у Москви у породици генерал-лајтнанта В. В. Корвин-Круковског. Љубав за математику јавила се у њеном најранијем детињству а иницирао ју је њен стриц Петар Васиљевич Корвин-Круковски. Он је јако волео децу а хоби му је било читање. Читао је све: романе, историјске есеје, научно-популарне чланке и научне расправе. Софи је причао фантастичне приповетке, научио је да игра шах, упућивао је у тајне разних економских и социјалних пројеката, који би по његовом мишљењу обогатили човечанство. У часовима његових поука упознао ју је и са неким математичким појмовима који су на њу оставили значајан траг. То су били појмови квадратуре круга и асимптоте криве. Међутим и један случајан догађај у детињству, када је имала 11 година, судбински је определио за математику ([2], 368). Наиме, при реконструкцији њихове сеоске куће у Полибину, који се налазио на литванској граници, због недостатка тапета, одлучено је да се дечија соба облепи хартијом са тавана. То су били литографски записи предавања из диференцијалног и интегралног рачуна Остроградског, која је њен отац као млад официр слушао. Како је претходно неке ствари чула од свога стрица, кога је обожавала, она је проводила по неколико сати дневно знатижељно читајући записе са зидова. Наравно да су тада за њу то били хијероглифи, чији смисао није разумела, али осећала је да је то нешто интересантно и паметно. Посебно, на најистакнутијем месту на зиду били су појмови везани за бесконачно мале величине и границу. Колико дубок траг су ти појмови имали на њу види се из тога што је кроз неколико година, када је у Петрограду узимала часове код А. Н. Странољубског, он је објашњавајући јој те појмове, био изненађен, како их је она брзо усвојила и рекао је: „Ви сте то тако разумели, као да сте то раније знали“ ([2], 368). Софин први систематски учитељ математике био је домаћи учитељ И. И. Малевич. Он јој је предавао аритметику, која је није много интересовала. Наиме, вероватно под утицајем стрица, њу су интересовали разни апстрактни појмови као што је појам бесконачности. Према њеним речима ([2], 370) целог живота, математика је привлачила више са филозофске стране и увек је представљала за њу науку, која јој открива потпуно нове хоризонте. Сем аритметике Малевич јој је предавао и елементарну геометрију и алгебру. Заинтересована посебно алгебром, а одредивши се за математику, занемарила је друге предмете. Схвативши то, њен отац, који је имао јак отпор према ученим женама, укинуо је њене часове код Малевича.

Тада С. Круковска упознаје Ф. М. Достојевског, који их је често посећивао у току њиховог зимског боравка у Петрограду. Наиме, седам година старија Софина сестра Ана, у то време почиње да се бави књижевним радом и њена прва приповетка „Сан“, штампана је у листу „Епоха“ бр. 8, 1864, чији је уредник био Достојевски. Достојевски је одушевљен Аниним умом, бистрином и књижевним образовањем и жели њома да се ожени. Међутим, она га одбија.

По повратку у Полибино, следећи случај је Софиног оца натерао да проме-

ни своје мишљење о њеном образовању. Наиме, њихов сусед професор Тиртов, покљонио је Соњи свој елементарни уџбеник физике. У поглављу оптике, она се срела са непознатим појмовима тригонометријских функција. Обратила се свом учитељу Малевичу да јој објасни шта је то синус, али како то није било у његовом програму, он није знао да јој одговори. Тада је Соња у покушају да сама разреши проблем, уместо синуса посматрала сечицу, а за мале углове те величине се готово подударају. У уџбенику су се у свим формулама разматрали само бесконачно мали углови. Тиртов је био одушевљен Соњиним резонавањем и убедио је њеног оца у неопходност њеног даљег образовања, упоређујући је са Паскалом. Тада, после извесног колебања, отац јој је узео талентованог педагога А. Н. Странољубског за наставника више математике. Са њим је у току зиме изучила аналитичку геометрију, диференцијални и интегрални рачун.

Да би имала могућности да настави образовање и бави се науком, Соња ступа 1868. у фиктивни брак, који доцније постаје фактички, са Владимиром Ковалевским. Нешто касније, 1869. заједно са сестром и мужем одлази у иностранство, у Хајделберг. Соња остаје у Хајделбергу, где продужава своје математичко образовање, њена сестра одлази у Париз где планира да се бави револуционарним радом, а Владимир-геолог одлази на студије у Јену.

С. Ковалевска је у Хајделбергу, а на основу дозволе тадашњег проректора Корр-а, слушала три семестра предавања из математике и физике код Du Bois-Reymond-а, Helmholtz-а, Kirchhoff-а и Königsberger-а. Последња два професора дозволили су јој да посећује њихове семинаре из физике и математике.

Из Хајделберга, октобра 1870. прелази у Берлин, где је дочекује велико разочарење јер по универзитетском уставу као жена није могла добити дозволу да присуствује предавањима. Тада јој помаже својим саветима и утицајем професор К. Weierstrass. У току четири године излагао јој је не само своја предавања која је држао студентима, већ је и дарежљиво упознавао и са својим још непубликованим радовима. Несумњиво да је Weierstrass трасирао њену даљу научну делатност и сви њени научни радови урађени су у духу његових идеја.

Међутим, револуционарна превирања тога времена нису заобишла С. Ковалевску. У априлу 1871. прекида студије код Weierstrass-а и заједно са Владимиром проводи неколико месеци у револуционарном Паризу. У Паризу су били од 5 априла до 12 маја у време Париске комуне, односно 38 дана од 71 дана колико је она трајала, када су Париз заузеле версајске трупе. За то време били су под непрекидном артиљеријском ватром, а сестре Круковске су учествовале у организованој помоћи рањеницима у болницама на Монмартру.

Као жена-пионир у науци С. Ковалевска се борила за право свих жена на високо образовање. Слушајући Weierstrass-ова предавања, одлучује се на израду докторске дисертације у Гетингену, јер су јој врата Берлинског универзитета, као жени, била затворена. По правилима немачких универзитета за то је требала, поред испита, и израда једног научног рада, Inaugurale dissertation. Октобра 1872. Weierstrass је предложио Ковалевској неколико могућих тема, а она је за две године боравка у Берлину, уместо једног, урадила три научна рада:

1. О теорији парцијалних диференцијалних једначина;

2. О свођењу извесних класа Абелових интеграла трећег ранга на елиптичне интеграле;
3. Додатне примедбе и опажања Laplace-овом истраживању облика Сатурновог прстена.

На основу ових радова, Гетингенски универзитет је, ослободивши је испита, доделио јој степен доктора филозофије — *Summa cum laude*.

Први од ових радова публикован је у Creele-овом журналу, 1875 [3]. То је била велика част, поготово за почетника математичара, јер је овај часопис сматран најозбиљнијом публикацијом у то време у Немачкој. У овом раду С. Ковалевска је уопштила Cauchy-еву теорему о egzистенцији решења парцијалне диференцијалне једначине, на системе парцијалних једначина реда r који садрже парцијалне изводе реда r . Познати математичар Н. Poinsone тада је рекао: „Ковалевска је значајно поједноставила доказ и дала теорему коначан облик“ [15]. Данас је ова теорема о egzистенцији и јединствености решења парцијалних диференцијалних једначина, позната под именом Теорема Cauchy-Ковалевске.

У свом раду „Небеска механика“, Laplace је третирао Сатурнов прстен као збир неколико танких, житких прстенчића, који не утичу један на другог, одредивши да њихов попречни пресек има облик елипсе. То је било врло упрошћено решење. С. Ковалевска је у свом астрономском раду поставила себи за циљ да проучи, са више тачности, питање равнотеже прстена. Утврдила је да попречни пресек Сатурновог прстена треба да има овални облик.

Владимир Ковалевски, две године пре Сође, 1872. постао је доктор палеонтологије. Како нису могли добити посао у Немачкој, они се заједно са Сођином сестром и њеним мужем враћају почетком 1875. у Русију. Најпре су једно време боравили у Полибину а затим у Москви. Повратком у Русију брак Ковалевских постаје стваран. Али ни у Русији за Сођу није било посла. У периоду од 1875–1880, С. Ковалевска није написала ниједан научни рад и према њеним речима у науци ју је одржавала само њена преписка и размена мисли са њеним драгим учитељем Weierstrass-ом ([2], 372). Тада се С. Ковалевска радо прихватила журналистике, а писала је и позоришне критике. Њен муж је радио у редакцији листа „Ново време“, чији су сарадници били Салтиков-Шчедрин, Н. А. Некрасов и И. С. Тургеев са којима се Сођа спријатељила. Заволела је посебно бритки таленат Салтикова-Шчедрина, а заједно са сестром Аном обновила и пријатељство са Достојевским. Заинтересовала се и за Л. Н. Толстоја. Учествујући у друштвеним превирањима тога времена, присуствовала је и судским процесима „50“ и „193“, који су представљали најжешће размисавање са најпрогресивнијим делом интелектуалне омладине. После смрти Сођиног оца, Владимир је инвестирао новац од њеног наслеђа у трговинска предузећа која су банкротирала.

Дана 7. октобра 1878. С. Ковалевска је родила ћерку Софију. Тада је пожелела да се врати математици, написавши писмо Weierstrass-у, после три године нејављања, тражећи од њега савет.

Повратак С. Ковалевске математици везан је за научну конференцију, конгрес природњака и лекара, 1880. у Петрограду. П. Л. Чебишев упутио јој је

позив да изложи свој рад на конференцији. Од тог времена они постају велики пријатељи. С. Ковалевска је за једну ноћ свој непубликован рад из дисертације о Абеловим интегралима, превела са немачког на руски језик, и изложила га на конференцији. Конференцији је присуствовао и талентовани ученик К. Weierstrass-а, професор универзитета у Хелсингфорсу Gösta Mittag-Leffler, који је Ковалевску раније упознао за време њених студија у Немачкој. Он јој предлаже да јој нађе посао у Шведској.

У пролеће 1881. када је, после убиства цара Александра II, отпочело време разуздане реакције, хапшења, убијања и прогонства, С. Ковалевска са ћерком журно напушта Москву и одлази у Берлин, а њен муж Владимир одлази у Одесу брату. То је био и крај њиховог брака. За време њеног истраживања о преламању светлости у кристалима, Владимир је поново доспео у финансијске тешкоће, због скандала са акцијама и у пролеће 1883. извршио самоубиство.

У периоду 1882–1883. С. Ковалевска је често боравила у Паризу где се упознала са тадашњим великим математичарима Hermit-ом, Poincaré-ом и Picard-ом.

Године 1883. оснива се у Стокхолму нови универзитет, са око 200 студената, чији је ректор G. Mittag-Leffler. Он позива С. Ковалевску за наставника на пробни неплаћени рад у трајању од годину дана без званичног универзитетског звања. Она прихвата позив, јер нема другог избора.

У јесен 1883. С. Ковалевска стиже у Стокхолм и држи предавања два пута недељно по два часа групи од 20 студената. Иако поздрављена од многих, било је и таквих који су се сложили са A. Strindberg-ом, који је написао у локалном листу да је „жена-професор опасан и непријатан феномен, раван монструозности“ ([14], 50). У јулу 1884. С. Ковалевска је добила звање професора више анализе. Вест о њеном звању затекла је у Москви, где је проводила лето са ћерком. (Наиме, С. Ковалевска није повела са собом у Стокхолм ћерку због свог несигурног положаја на почетку каријере. Ћерку је довела 1885, када је имала једанаест година.) Сем рада на Стокхолмском факултету, С. Ковалевска 1884. постаје уредник математичког часописа Acta Mathematica у коме публикује свој први рад о преламању светлости у кристалима. Године 1885. постаје и шеф катедре механике. Исте године публикује свој други рад о преламању светлости у кристалима, али је непријатно изненађена кад Volterra налази грешку у том раду. Грешка је настала тако што је Ковалевска разматрала вишезначне функције као да су једнозначне. Како је на истраживању о кристалима радила три године, при чему је била у сталној преписци са Weierstrass-ом, мислила је да је он требало да примети учињену грешку пре публикавања рада. Међутим, Weierstrass је тада већ био болестан и преморен дугогодишњим напорним радом.

За време боравка С. Ковалевске у Стокхолму она се спријатељила са читавом породицом G. Mittag-Leffler-а, а посебно са његовом сестом Annom Leffler, која је била борац за женска права и писац. У тренуцима док је С. Ковалевска неговала своју тешко болесну сестру, за коју је била дубоко везана, долази на идеју да напише две паралелне драме у којима би се сликао живот и судбина људи од првих дана младости, када је читав живот пред њима. Прва драма требало је да

покаже до каквих последица доводи људе пут који су сами изабрали, а друга је требало да покаже шта би се десило тим истим људима да су пошли другим путем. Тако, 1887. заједно са Annom Leffler, написана је драма „Борба за срећу“ ([2], 382–485), у два дела. У првом делу аутори су приказали како су несрећна сва она лица која у себи нису нашла довољно снаге да се супротставе притиску предрасуда и савладају морални кукавичлук. Други део слика поступке хероја који су се у одлучним тренуцима приказали јаки и способни да своју судбину изведу на пут који води срећи.

С. В. Ковалевска и А. К. Лефлер 1885.

После смрти своје сестре, у јесен 1887, С. Ковалевска је била усамљена и утучена. Међутим, два догађаја у то време су јој помогла да превазиђе своју жалост. Објављивање новог конкурса за Бординову награду и долазак у Стокхолм из Русије историчара права Максима Максимовича Ковалевског имали су велики значај у животу С. Ковалевске.

На почетку 1888. Француска академија наука објавила је нови конкурс за Бординову награду, која није пре тога времена додељивана пуне три године. За награду на конкурс предložени су радови везани за кретање крутог тела око непокретне тачке, а требало је да буду завршени до краја лета. G. Mittag-Leffler подстакао је С. Ковалевску да ради на теми конкурса. Пре ње овим проблемом бавили су се истакнути математичари Euler, Lagrange и Poisson. Њу је, још као студента, заинтригирао овај проблем, а сада се са великим жаром ангажовала на његовом решавању. Међутим, тада на позив Anne Leffler, стиже у Стокхолм Максим Ковалевски да одржи серију предавања на универзитету. Он је, због критике руског уставног закона, отпуштен са Московског универзитета. Због његових блиставих јавних наступа звали су га „натприродним феноменом“. Максим је стигао у прави час јер С. Ковалевска је осећала велику носталгију за отаџбином и била је јако усамљена. Сем политике, они су имали многа заједничка интересовања, а њихова међусобна привлачност резултирала је скандалозном афером. Максиму брачну понуду, под условом да Софија престане да се бави научним радом и посвети породици, она није могла прихватити. G. Mittag-Leffler, забринут да њен рад на конкурс не буде прекинут, позива Максима у своју летњу кућу у Упсали. Када је Максим отишао, Софијино одлично познавање хиперелиптичних функција, омогућило јој је да рад заврши на време.

Рад је предала под лозинком [1], која је била мало проширена француска пословица, а гласила је: „Говори оно што знаш, чини оно што си обавезан чинити и буди оно што јеси“. Од 15 приспелих радова један је био изванредан, тако да је награда за рад повећана са 3 000 на 5 000 франака. С. Ковалевска је добила Бординову награду 6. децембра 1888. Максим ју је пратио на церемонији уру-

чења награде. Обасута је била специјалним почастима, а председник Академије је рекао: „Наши академици сматрају да њен рад сведочи не само о продубљеном и широком знању, већ и о уму који поседује велику креативност“ ([14], 61).

После свечаности у Академији, Софија је заједно са Максимом отпутовала на одмор у Ницу. Исцрпљена радом није имала снаге да нађе свој мир. Једне такве бесане ноћи она је написала писмо Mittag-Leffler-у ([1], 246):

„Како сам вам захвална на вашем пријатељству! Почињем да мислим да је то једино лепо што ми је послао живот. Да знате како ме гризе савест што сам све досада тако мало учинила да бих доказала колико вас дубоко поштујем. Али не кривите ме због тога, драги Геста. Ја заиста не владам собом у овим тренуцима. Са свих страна ми пишу поздравна писма, а ја се, чудном иронијом судбине, још никад нисам осећала толико несрећном као сада. Несрећна као пас! Уосталом, мислим да пси на сву срећу, никад не могу бити тако несрећни као људи, а нарочито као жене!“

„Али ја се надам да ћу временом постати паметнија. У крајњем случају применићу сва средства и уложићу све снаге да се поново латим посла и заинтересујем за практичне ствари. Тада ћу напокон бити потпуно под вашим руководством и радићу све што ви будете захтевали.“

„У овом тренутку једино што могу урадити то је да задржим за себе своју ојађеност, да је сакријем у дубини душе, да се постарам да у друштву будем што опрезнија а самим тим не пружим повод за разговор о мени . . . Сачувајте за мене ваше пријатељство, јер ми је оно јако потребно, уверавам вас.“

После напорног рада на решавању математичких проблема, С. Ковалевску је по правилу привлачила литература. Максим је у томе охрабривао. Пише „Успомене из детињства“ [2] на руском језику, које многи по квалитету упоређују са И. С. Тургењевљевим „Ловчевим записима“ и трилогијом Л. Н. Толстоја „Детињство, Дечаштво и Младост“ ([2], 6). Превела је „Успомене из детињства“ на шведски језик и публиковала их 1889, а да не би шокирала шведско друштво својим личним успоменама, роман је назвала „Сестре Рајевске“. У Русији је оригинал публикован 1890. Рукопис „Успомена из детињства“ као и његове допуне чувају се у архиви РАН.

Несигурној срећи са Максимом С. Ковалевска је претпоставила свој стваралачки рад. После Нице настанила се у близини Париза, у Севру. Ту је одлучила да настави допунска истраживања у вези проблема обртања крутог тела за наградни конкурс Шведске академије наука. За своја допунска истраживања добила је 1889. награду Академије од 1500 круна. Истовремено се бавила и литературом. Написала је нове главе романа „Успомене из детињства“, завршила пролог за свој комад „Тешко побеђенима“ и скицирала почетак свог романа „Љубав која се догодила на Ривијери“ у коме је хтела да опише Максима и себе. Априла 1889. умро је Салтиков-Шчедрин. После његове смрти С. Ковалевска пише есеј о њему на шведском и француском језику. Пре овог есеја, написала је есеј о књижевници Џорџ Елиот (Mary Anne Evans), са којом се упознала још почетком 1870. у Лондону. Овај есеј је објавила под називом „Сећање на Џорџ Елиот“. Вредно је споменути и њена два романа „Нихилисткиња“ и „Нихилист“.

„Нихилисткиња“ је најпре публикована на руском језику 1892. у Женеви, а предговор је написао Максим Ковалевски. У Харкову, у Русији публикован је овај роман тек 1928, а преведен је и на француски, немачки, пољски и чешки језик. У „Нихилисткињи“, главна јунакиња је Вера Гончарова, Пушкинова нећака. Она ступа у брак са непознатим ухапшеним студентом Павловским, коме прети тешка доживотна робија у Петропавловској тврђави. Овим браком доживотна казна замењена је временском у Сибиру.

Роман „Нихилист“ посвећен је Н. Г. Чернишевском, приказујући га као човека благодарног, хуманог, дубоког интелекта и великих литерарних квалитета, вођу револуционарних демократа. Роман је у целини публикован 1974. ([2], 157–181).

Комплетно књижевно стваралаштво С. Ковалевске публиковано је у посебној монографији [2], а поводом 125-годишњице њеног рођења.

Крајем 1889. С. Ковалевска се враћа у Русију у жељи да ту настави своју професорску каријеру. Мучила је носталгија за отаџбином. Дана 7. новембра 1889. изабрана је, као прва Русиња, за дописног члана Императорске академије наука и додељена јој је титула доктора математике. Нажалост, то је била само почасна титула која јој није пружала могућност да се запосли као професор у вишим школама. Стога она прихвата да продужи своју професуру на Стокхолмском универзитету.

Учестала путовања С. Ковалевске у Француску и посете Максиму коначно су узроковале њену прерану смрт. По повратку у Стокхолм, у јануару 1891. разболела се и 10. фебруара умрла од запаљења плућа. На вест о њеној смрти, Karl Weierstrass дубоко потресен, спалио је сва њена писма и рекао: „Људи умиру, идеје остају. Довољно би било да еминентну Софијину личност потомство памти због генијалности њеног математичког и књижевног рада“ ([16], 569).

Током своје математичке каријере С. Ковалевска је публиковала 10 радова из математике и математичке физике. Прва три рада [3], [4], [5], написала је у време студија код Weierstrass-a (1870–1874). Три рада о преламању светлости у кристалима [6], [7], [8], написала је у Берлину (1881–1883) после свог повратка математичком истраживању. Радове [9], [10], [11], [12] урадила је на универзитету у Стокхолму. Једина комплетна колекција њених научних радова штампана је у Русији [13].

На крају даћемо приказ најважнијих научних резултата С. Ковалевске.

Пре С. Ковалевске, 1842. Cauchy је дао теорему егзистенције решења система парцијалних једначина првог реда. Нека је дат систем парцијалних диференцијалних једначина првог реда

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = F_i \left(t, x_1, \dots, x_n; u_1, \dots, u_m; \frac{\partial u_1}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial u_m}{\partial x_n} \right)$$

који задовољава почетни услов за $t = 0$, $u_i(0, x_1, \dots, x_n) = w_i(x_1, \dots, x_n)$, $i = 1, \dots, m$. Решити Cauchy-ев проблем значи наћи оно решење $u(x, t)$ система које задовољава дате почетне услове. При решавању овог проблема, Cauchy претпоставља да су функције F_i и w_i аналитичке. Користећи његов „метод

мајораната“, добија се решење у облику локално конвергентног степеног реда. Функцију F_i замењује једноставнијом аналитичком функцијом чији су коефицијенти развоја степеног реда ненегативни и већи или једнаки апсолутној вредности одговарајућих коефицијената функције F_i . Изведени систем је тада експлицитно интеграбилан и даје решење које је мајоранта решења у нули $t = 0$.

У својој тези С. Ковалевска уопштава овај Cauchy-ев резултат на системе парцијалних диференцијалних једначина реда r . Ово уопштење је познато под именом Теореме Cauchy-Ковалевске. С. Ковалевска користи мајоранте облика

$$\frac{M}{1 - [(t_1 + t_2 + \dots + t_r)]/\rho}$$

где су ρ и M константе.

За системе парцијалних диференцијалних једначина

$$\frac{\partial^{n_i} u_i}{\partial t^{n_i}} = F_i \left(t, x_1, \dots, x_n; u_1, \dots, u_m; \frac{\partial^k u_j}{\partial t^{k_0} \partial x_1^{k_1} \dots \partial x_n^{k_n}} \right)$$

где су $i, j = 1, 2, \dots, m$; $k_0 + k_1 + \dots + k_n = k \leq n_j$, $k_0 < n_j$, а почетни услов дат је у тачки $t = t_0$ за функцију u_i и њених првих $n_i - 1$ парцијалних извода у односу на t , С. Ковалевска је доказала следећу теорему [15].

Ако су све функције F_i аналитичке у околини тачке $(t, x_1, \dots, x_n; w_{j, k_0, k_1, \dots, k_n})$ где је $w_{j, k_0, k_1, \dots, k_n} = \partial^{k-k_0} u_j / \partial x_1^{k_1} \dots \partial x_n^{k_n}$, и све функције $w_j^{(k)}$ су аналитичке у околини тачке (x_1, \dots, x_n) , тада Cauchy-ев проблем има аналитичко решење у некој околини тачке (t, x_1, \dots, x_n) и то решење је јединствено у класи аналитичких функција.

Најједноставнији облик ове теореме односи се на парцијалну диференцијалну једначину облика

$$\frac{\partial u}{\partial t} = f \left(t, x, u, \frac{\partial u}{\partial x} \right)$$

где је f аналитичка функција по свим аргументима за све вредности у околини тачке $\left(t_0, x_0, u_0, \frac{\partial u_0}{\partial x_0} \right)$. Тада постоји јединствено решење ове једначине $u(x, t)$ које је аналитичко у околини тачке (t_0, x_0) .

Важно је истаћи да у Теорему Cauchy-Ковалевске има значајних ограничења. Пре свега теорема се ограничава на класу аналитичких функција и конвергенцију у одређеној области интересовања. Такође, израчунавање коефицијената реда може бити у пракси изузетно заморно. Међутим, значајно је, што је доказано овом теоремом, да у класи аналитичких решења аналитичких једначина број произвољних функција који одређују опште решење је једнак реду једначине и те произвољне функције садрже једну мање независно променљиву од броја који се јавља у једначини.

Најзначајније истраживање С. Ковалевске у њено време било је посвећено кретању крутог тела око непокретне тачке. Једначине кретања крутог тела око

непокретне тачке поставио је Euler 1750. Оне су следећег облика

$$\begin{aligned}\frac{d\gamma}{dt} &= r\gamma' - q\gamma'', & \frac{A dp}{dt} + (C - B)qr &= Mg(y_0\gamma'' - z_0\gamma'), \\ \frac{d\gamma'}{dt} &= p\gamma'' - r\gamma', & \frac{B dq}{dt} + (A - C)pr &= Mg(z_0\gamma' - x_0\gamma''), \\ \frac{d\gamma''}{dt} &= q\gamma' - p\gamma'', & \frac{C dr}{dt} + (B - A)pq &= Mg(x_0\gamma' - y_0\gamma').\end{aligned}$$

Овде су A, B, C главне осе елипсоида тела у односу на непокретну тачку; M је маса тела; g је гравитација, $\gamma, \gamma', \gamma''$ су косинуси углава праваца у односу на три осе у сваком тренутку; p, q, r су компоненте угаоне брзине дуж главних оса; x_0, y_0, z_0 су координате тежишта тела посматране у координатном систему у коме је координатни почетак у непокретној тачки а правци координатних оса поклапају се са правцима главних оса инерције елипсоида. Решењем овог проблема, интеграцијом датог система диференцијалних једначина, добијамо положај тела у произвољном тренутку кретања. Пре 1888. потпуна интеграција била је позната само у два случаја.

Први случај проучавали су Euler и Poisson, када је $x_0 = y_0 = z_0 = 0$, односно када се тежиште тела које се креће поклапа са непокретном тачком. Тада нема спољашње силе која делује на тело и кретање је око непокретне тачке у телу, тј. око тежишта масе. Ако је тежиште у непокретној тачки, тада гравитација не утиче на кретање. Осе ротације су према томе утврђене у телу. Пример таквог кретања је слободна ротација Земље. У том случају осе ротације не поклапају се са осам симетрије. Оне су врло незнатно нагнуте, мада пролазе кроз тежиште Земље и тада се тренутне осе помичу унапред полако према оси симетрије.

Други случај проучавао је Lagrange, када је $A = B, x_0 = y_0 = 0$. Овде непокретна тачка и тежиште леже на истој оси. Ако је ова оса и оса симетрије, то је кретање обртање крутог тела. Ово круто тело се заврти око непокретне тачке која није тежиште, али тежиште и непокретна тачка леже на његовој оси симетрије.

У оба ова случаја круто тело било је симетрично. С. Ковалевска је проучила тежи специјалан случај несиметричног крутог тела.

Euler-ове једначине садрже шест непознатих функција и имају следеће прве интеграле

$$\begin{aligned}Ap^2 + Bq^2 + Cr^2 - 2Mg(x_0\gamma + y_0\gamma' + z_0\gamma'') &= C_1 \\ Ap\gamma + Bq\gamma' + Cr\gamma'' &= C_2 \\ \gamma^2 + \gamma'^2 + \gamma''^2 &= C_3 = 1.\end{aligned}$$

Довољно је наћи још један први интеграл да добијемо потпуно решење квадратуре. То следи зато што се променљива време t јавља само у облику dt и може се елиминисати, тако да остаје само пет једначина. С. Ковалевска је одредила четврти интеграл у случају $A = B = 2C, z_0 = 0$, [10] и доказала да су једини потребни услови да добивени ред буде решење Eulerov-ог система да константе A, B, C, x_0, y_0, z_0 задовољавају један од четири услова

- (i) $A = B = C$,
(ii) $x_0 = y_0 = z_0 = 0$ (Euler)
(iii) $A = B$, $x_0 = y_0 = 0$ (Lagrange)
(iv) $A = B = 2C$, $z_0 = 0$ (Kovalevska [11])

С. Ковалевска је добила решење у случају (iv) ротацијом координатних оса у xy равни и изабравши јединичну дуж тако да је $y_0 = 0$ и $C = 1$. Ако је $c_0 = Mgx_0$, Euler-ове једначине гласе

$$\begin{aligned}\frac{d\gamma}{dt} &= r\gamma' - q\gamma'', & 2\frac{dp}{dt} &= qr, \\ \frac{d\gamma'}{dt} &= p\gamma'' - r\gamma, & 2\frac{dq}{dt} &= -pr - c_0\gamma'', \\ \frac{d\gamma''}{dt} &= q\gamma - p\gamma', & \frac{dr}{dt} &= c_0\gamma'.\end{aligned}$$

Три прва интеграла овог система су

$$\begin{aligned}2(p^2 + q^2) + r^2 - 2c_0\gamma &= 6l_1, \\ 2(p\gamma + q\gamma') + r\gamma'' &= 2l, \\ \gamma^2 + \gamma'^2 + \gamma''^2 &= 1,\end{aligned}$$

где су l и l_1 интеграционе константе. С. Ковалевска је одредила четврти интеграл

$$[(p + qi)^2 + c_0(\gamma + i\gamma')][(p - qi)^2 + c_0(\gamma - \gamma'i)] = k^2,$$

где је k произвољна константа. Дефинишући $x_1 = p + qi$, $x_2 = p - qi$, она врши неколико трансформација променљивих. После неколико таквих алгебарских трансформација добија следеће једначине

$$\begin{aligned}O &= \frac{ds_1}{\sqrt{R_1(s_1)}} + \frac{ds_2}{\sqrt{R_1(s_2)}}, \\ dt &= \frac{s_1 ds_1}{\sqrt{R_1(s_1)}} + \frac{s_2 ds_2}{\sqrt{R_1(s_2)}},\end{aligned}$$

где је $R_1(s)$ полином петог степена са јединственим нулама а s_1 и s_2 су полиноми по x_1 и x_2 респективно. Овај систем изражен је хиперелиптичним интегралима које је Ковалевска решила користећи тета функције.

За овај рад награђена је истакнутом Бординовом наградом 1888. и наградом Шведске академије 1889. У неким каснијим истраживањима настављен је рад на проналажењу нових класа специјалних решења. Ту пре свих треба поминути Чапљигинов развој интеграла симетричног крутог тела које се обрће око непокретне тачке, са моментима инерције $A = B = 4C$ и Hesse-Schiff-ове једначине кретања крутог тела. И други аутори су радили на овом проблему као, например, Стеклов.

Остали радови С. Ковалевске су мање значајни и зато ћемо дати њихов најкраћи преглед.

У раду [4] о Абеловим интегралима, доказано је како се извесна класа Абелових интеграла може да прикаже помоћу елиптичних интеграла.

У радовима [6], [7] о преламању светлости у кристалима, С. Ковалевска је користила метод који је развио Weierstrass за диференцијацију парцијалних диференцијалних једначина. Међутим, Volterra је открио основну грешку у њеном раду, јер је она (као и Lamé) разматрала вишезначне функције као да су једнозначне. Грешку је исправила у раду [8].

У последњем раду [12] изведен је једноставан доказ Теореме Bruns-а, користећи особину функције потенцијала хомогеног тела.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Л. Воронцова, *Софија Ковалевска*, Савремена школа, Београд 1963.
- [2] С. В. Ковалевская, *Воспоминания, повести*, Наука, Москва 1974.
- [3] S. Kovalevsky, *Zur Theorie der partiellen Differentialgleichungen*, Journal für die reine und angewandte Mathematik **80** (1975), 1–32.
- [4] S. Kovalevsky, *Über die Reduktion einer bestimmten Klasse für Abel'scher Integral 3-ten Ranges auf elliptischen Integrale*, Acta Mathematica, **4** (1884), 393–414.
- [5] S. Kovalevsky, *Sätze und Bemerkungen zur Laplace's Untersuchung über die Gestalt des Saturnringes*, Astronomische Nachrichten **111** (1885), 37–48.
- [6] S. Kovalevsky, *Über die Brechung des Lichtes in kristallinen Mitteln*, Acta Mathematica **6** (1883), 249–304.
- [7] S. Kovalevsky, *Sur la propagation de la lumière dans un milieu cristallise*, Comptes rendus des séances de l'académie des sciences, **98** (1884), 356–357.
- [8] S. Kovalevsky, *Om ljusets fortplantning uti ett kristalliniskt medium*, Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Forhandlingar, **41** (1884), 119–121.
- [9] S. Kovalevsky, *Sur le problème de la rotation d'un corps solide autour d'un point fixe*, Acta Mathematica, **12** (1889), 177–232.
- [10] S. Kovalevsky, *Mémoire sur un cas particulier du problème de la rotation d'un corps pesant autour d'un point fixe, l'intégration s'effectue à l'aide de fonctions ultraelliptiques du temps*, Mémoires présentés par divers savants à l'académie des sciences de l'institut national de France, **31** (1890), 1–62.
- [11] S. Kovalevsky, *Sur une propriété du système d'équations différentielles qui définit la rotation d'un corps solide autour d'un point fixe*, Acta Mathematica, **14** (1890), 81–93.
- [12] S. Kovalevsky, *Sur un théorème de M. Bruns*, Acta Mathematica, **15** (1891), 45–52.
- [13] С. В. Ковалевская, *Научные работы*, ед. П. Я. Полубаринова-Кочина, АН СССР, Москва, 1948.
- [14] П. Я. Полубаринова-Кочина, *Софья Васильевна Ковалевская*, Наука, Москва 1981.
- [15] P. Y. Polubarinova-Kochina, *On the Scientific Work of Sofya Kovalevskaya*, transl. by N. Koblitz, in: *Kovalevskaya, A Russian Childhood*.
- [16] K. D. Rappaport, *S. Kovalevsky. A Mathematical Lesson*, The American Mathematical Monthly **88** (1981), 564–573.