
ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

мр Гордана Петковић

ЈЕДАН ЗАНИМЉИВ ЗАДАТАК ИЗ ВЕРОВАТНОЋЕ

Овај задатак је био дат на испиту из математике 2 на Грађевинском факултету у Београду. Пошто се у њему користе само неки основни појмови из вероватноће (условна вероватноћа и Бајесова формула), он је интересантан и за ученике средњих школа који у свом програму имају вероватноћу.

Два брата, Петар и Никола, имају 12 кликера, од тога је 10 плавих и 2 жути. Старији брат Петар је одредио правила игре: сваког дана ујутро он извуче један кликер; ако је извукао плави, он се игра кликерима, а ако је извукао жути, тога дана су кликери Николини. Увече се сви кликери врате на место. После неколико дана мали Никола је посумњао да договор није фер, па је сакрио три кликера, надајући се да ће тиме повећати своје шансе да се игра. Да ли је Никола био у праву?

Решење. Означимо са A догађај да је Петар извукао жути кликер. Првог дана је било 12 кликера, од тога 2 жути, па је $P(A) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$. После неколико дана Никола сакрива 3, дакле остаје 9 кликера. Означимо догађаје:

B – Петар је извукао жути кликер;

H_1 – Никола је сакрио 3 плава;

H_2 – Никола је сакрио 2 плава и 1 жути;

H_3 – Никола је сакрио 1 плави и 2 жути.

Догађаји H_1 , H_2 , H_3 образују потпун систем догађаја, па је

$$\begin{aligned} P(B) &= P(B \cap (H_1 \cup H_2 \cup H_3)) = P(BH_1) + P(BH_2) + P(BH_3) \\ &= P(H_1)P(B/H_1) + P(H_2)P(B/H_2) + P(H_3)P(B/H_3) \\ &= \frac{\binom{10}{3}}{\binom{12}{3}} \cdot \frac{2}{9} + \frac{\binom{10}{2}\binom{2}{1}}{\binom{12}{3}} \cdot \frac{1}{9} + \frac{\binom{10}{1}\binom{2}{2}}{\binom{12}{3}} \cdot 0 = \frac{6}{11} \cdot \frac{2}{9} + \frac{9}{22} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{6}. \end{aligned}$$

Дакле, $P(A) = P(B) = \frac{1}{6}$ и Николине шансе да се игра су остале исте. Проверите сами да, колико год кликера Никола сакрије, шансе му увек остају исте.