MAT-KOL (Banja Luka) **ISSN 0354-6969 (p)**
XVIII (1) (2012), 43-52 **ISSN 1986-5228 (o)**
Istraživanje matematičkog obrazovanja

Усавршавање математичког знања кроз процес математичког моделовања у основним школама[1]

Нена-Јелена Мариловић[2]

Сажетак: *Овај чланак је промишљање о математичком моделовању у нижим разредима основне школе. Заснован је на анализирању Мусолидис, Питалис и Кристоу (Mousoulides, Pittalis and Christou) (в. [16]) чланка из 2006. године уз компилацију са доступном литертуром. У поменутом чланку аутори представљају резултате рада ученика 6. разреда (узраст од 11 година) на активности моделовања. Традиционални уџбеници из математике најчешће нуде једноличне и директне начине рјешавања проблема којима ученици једино уврштавају формулу како би дошли до рјешења. Насупрот томе, ученички рад на активностима моделовања се усредсређује на анализирање проблемских ситуација, постављајући и провјеравајући претпоставке и моделску конструкцију. У активностима моделовања ученици раде у малим групама и активно су ангажовани у плодоносним расправама са њиховим вршњацима и наставником. Резултати студије су показали да су: (а) ученици без претходног искуства у активностима моделовања ефикасно употријебили њихово њеформално математичко знање како би ријешили аутентичан проблем, и (б) социјалне интеракције у групама допринјеле открићу математичког знања.*

Кључне ријечи и фразе: математичко моделовање, математичко образовање

Abstract. *The article presents some opservation on mathematical modeling in elementary schools. Forethought on modeling in schools is based on the Mousoulides, Pittalis and Christou article ([16]). In that papaer authors present the results of a 6th grade class (11 year olds) working on a modeling activity. Traditional mathematics textbooks mostly provide single and straightforward solution problems at which students only apply a formula to reach a solution. On the contrary, students' work on modeling activities focus on analysing a problematic situation, setting and testing conjectures and model construction. In modeling activities students work in small groups and they are actively engaged in fruitful discussions with their peers and teacher. The results of the study showed that:(a) students with no prior experience in modeling activities applied effectively their informal mathematical knowledge to solve an authentic problem, and (b) social interactions in groups enhanced the discovery of mathematical knowledge.*

Key words and phrases: mathematical modelling, mathematical education and instruction
AMS Subject Classification (2011): **97D40, 97M10**
ZDM Subject Classification (2011): **D40, M10**

[1] Текст овог рада је преуређен мој семинарски рад из предмета 'Методика математичког моделовања' током школске 2011/12 године.

[2] Педагошки факултет Бијељина, Семберских ратара бб, 76300 Бијељина, Босна и Херцеговина, e-mail: nenicaloknica@yahoo.com

1. Увод

У тексту[3] ће бити представљена студија (истраживање) процеса математичког моделовања, а у сврху ближег проучавања, схватања и дефинисања датог моделовања у основним школама. Тачније, биће представљен, превасходно, појам математичког моделовања као и потреба за математичким моделовањем у математичком образовању, а затим и процес истраживања (сврха истраживања, учесници и активности, процедура спровођења (поступак), извори података и анализе), резултати истраживања (концентрисање на подскупове података и коришћење математичких операција и процеса) и на који начин је расправа - као битан елемент процеса математичког моделовања, кориштена од стране испитиваних.

Истраживање је спроведено међу ученицима шестог разреда (узраста од 11 година) основне школе на Кипру, с циљем да се ученици укључе у активан процес анализирања проблемских ситуација, постављања и провјеравања хипотеза и стварања модела, јер се сматра да традиционални уџбеници из математике нуде једноличан пут рјешавања задатка (проблема) гдје је најчешће потребно уврштавање математичке формуле како би се дошло до рјешења. Активности моделовања су предодређене да се изводе у малим групама, тако да ученик расправља (дискутује) са наставником и својим вршњацима о датом проблему. Резултати истраживања су показали да је управо такав начин рада, тј. интеракција или „међудјеловање“, довео до „побољшања откривања математичког знања“, као и да су ученици који нису имали претходна искуства у математичком моделовању, успјели да (користећи њихово тадашње знање из математике) ријеше дати математички проблем или проблемску ситуацију. Ученицима је, између осталог, било дато да се писменим путем обрате Предсједавајућем Удружења за лијекове, о чему ће такође бити ријечи у тексту.

2. Појам и суштина математичког моделовања

Да би се схватио појам математичког моделовања, неопходно је прво дефинисати појам *модел*. „Појам „модел” потиче од латинске речи „modulus“ чије је основно значење „мера”.” (Петровић, Мрђа и Ковачевић*,* стр. 113.) „Термини «теорија» и «модел» се понекад користе на различите начине у природним и друштвеним наукама, и њихова употреба може бити више сродна онима који се користе у образовању.” (Alan H. Schoenfeld, стр. 26.) „Реч модел, данас има више значења, у зависности од области на коју се односи, и може да значи образац, узор, шаблон, копију, операцију, релацију, алгоритам... Под моделом треба разумети поједностављујући приказ једне компликоване структуре и њене функционалне везе.“ (Петровић, Н., Мрђа, М., Ковачевић, П.,

[3] Текст (у форми семинарског рада, из предмета „Методика математичког моделовања“) представља компилацију текста „*Improving mathematical knowledge through modeling in elementary schools*“ (Nicholas Mousoulides, Marios Pittalis & Constantinos Christou Department of Education, University of Cyprus) са доступном литературом

113.). Лин Инглиш (Lyn D. English) у свом раду “*Математичко моделовање у основној школи*“ (*Mathematical modelling in the Primary school*) наводи: „...модели су системи елемената, операција, односа, и правила који могу да буду употријебљени да опишу, или предвиде понашање неког другог проживљеног система...“ (стр. 208.) Такође, мр Драгица Милинковић, у свом раду „*Моделски приступ диференцираној настави*“, између осталог, наводи сљедеће: „ „Модели су природне или вјештачке конструкције (структуре) за изучавање објекта сазнања који се јавља (као предмет, процес, ситуација итд.) аналогно другој појави, предмету, процесу, ситуацији итд., чије је испитивање тешко или немогуће (Квашчев, стр. 9) ... Основна улога модела је да замени предмет истраживања на основу кога је пројективан и да даје нове информације о њему.“ (стр. 144.)

На основу наведеног, долазимо до закључка да је *математичко моделовање* „мисаоно-теоријска делатност изградње логичких и математичких система, као теоријских модела одређених објективних система. Математичко моделовање је такође изградња овим теоријским моделима одговарајућих практично – реалних аналогона, тј. реалних модела разних врста.“ (Петровић, Мрђа и Ковачевић, стр. 113 и 114.)

У чему се огледа значај математичког моделовања? Прије свега, математичко моделовање је значајно због онога што оно својим садржајем подразумијева, јер се темељи на активном математичком мишљењу, повезивању, расуђивању и креирању, који су, уједно, у домену најосновнијих циљева наставе математике, а највише се развија кроз усавршавање интеракције и дискусије ученика те је овдје наглашен и принцип социјализације и развоја личности уопште. Штавише, савремено друштво све више изражава потребу за креативним појединцима, тачније, појединцима који би показали више креативности и флексибилности у пословима које обављају, па чак и оним које неминовно доноси новије доба. Стога се јавља и потреба за промјенама у математичком образовању. Сматра се да управо математичко моделовање омогућава развијање способности ученика као што су: описивање, објашњавање, предвиђање, представљање и организовање података.

3. О спроведеном истраживању

3.1. Сврха истраживања

Током активности које су спровођене у истраживању, од ученика се очекивало да раде на вјеродостојним математичким проблемима, користећи претходно усвојена математичка знања, како би истраживали, тражили смисао и разумјели специфичне проблеме. На тај начин се у истраживању тежило откривању начина на који ученици, на узрасту од 11 година а кроз активности математичког моделовања, развијају „концепт просјека“ (схватање појма *просјек*).

3.2. Учесници и активности моделовања

Испитивани у датом истраживању су били ученици «нетакнутог» 6. разреда градске школе на Кипру («нетакнутог» у смислу «без претходног искуства у рјешавању проблема у контексту математичког моделовања»), тачније 20 ученика споменутог разреда, од којих је 12 дјевојчица и 8 дјечака.

Ученици (испитивани) су учествовали у двије активности математичког моделовања. Прва активност, под називом *Златна награда индустрија лијекова* («"Drug Industries Golden Award"»), је требало да омогући ученицима да организују и истражују податке, да користе статистичко резоновање и да развију одговарајуће моделе за рјешавање проблема. Ова активност је подразумијевала три фазе: 1. Фазу припремања (ученици треба да прочитају чланак о Флемингу[4] како би се упознали са активношћу моделовања), 2. фазу припремљености (дискусија или расправљање о прочитаном чланку), 3. фазу моделовања (ученици су ангажовани у процесу стварања модела како би одговорили на основна питања о датом проблему). Друга активност, под називом *Посао у љетном кампу* ("Summer Camp Job") да прилажу моделе и нова учења која су развили у садржају прве активности. Обје активности су произашле из листе проблема наведене код аутора Lesh и Doerr (2003)[5].

3.3. Поступак

Извршавање сваке активности моделовања се састојало од два часа (сесије) од по 40 минута. Да би се могла постићи жељена сврха истраживања, сваки час (сесија) се састојао од одређених секвенци рада: *расправе* која се базирала на задатку за „загријавање“ и *почетних питања*, *рада у у групама* од по 3-4 ученика како би се обезбиједила ријешења за постављени задатак, *приказивања модела* од стране сваке групе остатку разреда, *упоређивање модела* и од *повратне информације*, *поновног рада у групама* ради прегледа и усавршавања модела и *расправе* у оквиру читавог разреда о оним математичким процесима и идејама које су се развиле током цјелокупне активности моделовања.

3.4. Извори података и анализе

Главни извори података спроведеног истраживања су били: *видео записи* ученичких одговора током цјелоразредне дискусије и *аудио записи* ученичког рада у групама (обје врсте записа су послужиле за евиденцију развоја ученичких математичких способности у смислу способности везаних за статистичке концепте, током активности математичког моделовања), *ученички*

[4] Јан Флеминг (Ian Fleming, 1935–) је енглески хемичар (област - органска хемија) и пензионисани професор Универзитета у Кембрицу, као и пензионисани члан Пембрук колеџа на Кембрицу. Познат је по томе што је открио пуну структуру пигмента хлорофила (1967), а такође и као плодан писац и аутор многих дијела, енциклопедијских поглавља и критика.

[5] Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). *Beyond Constructivism: A Models and Modeling* Perspective on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum

радни листови и коначни извјештаји о детаљним процесима који се се користили при развијању модела и *биљешке испитивача*.

4. Резултати истраживања[6]

Задатак ученика је био да уз разумно образложење прикажу на који начин треба да се изабере најбољи лијек међу понуђенима, у смислу његове ефикасности дјеловања (ученицима су прикана четири лијека – Kanatol, Saracetamol, Ralpol, Kefapol и бројчани низови који приказују вријеме реакције сваког, у минутама).

4.1. Концентрисање на подскупове података

У датој активности, од ученика се очекивало да изаберу четири лијека према њиховој ефикасности у ублажавању болова. У почетној фази рада, ученици су се највише концентрисали на дате им податке о брзини реакције лијекова, те су тражили најкраће вријеме реакције. Како су почетна рјешења до којих су дошли ученици изазвала потребу за проналажењем нових, може да се примјетити из разговора међу ученицима:

Helen: *Вјерујем да је Сарацетамол најефикаснији пошто је његово вријеме реакције најкраће. Другим лијековима је потребно више времена.*

Alex: *Да, али шта је са Кефаполом? У три случаја му је потребно најмање времена за реакцију.*

Alice: *Погледајте! Кефаполово вријеме је 17, 17 и 17 док је код Сарацетамола 11, 11 и 12.*

Alex: *Управу си, али Сарацетамол такође има и вријеме реакције од 20 и 25 минута.*

Ученици су расправом покушали да пронађу свеобухватан модел који би могао да се примјени како на краћим тако и на дужим временским трајањима. Претходно наведени разговор их је навео да користе систематичнији начин долажења до рјешења, те су, користећи неформални говор, извели бројна нагађања и оправдали своје тврдње на сљедећи начин:

Helen: *Хајде да заокружимо у сваком реду лијек који има најкраће вријеме реакције.*

Испитивач: *На који начин ћете рангирати лијекове?*

Alice: *Избројаћемо кругове за сваки лијек.*

Пошто ни на наведени начин (који их је чак навео да расправљају о његовој користи јер је било лијекова са истим потребним временом за реакцију) нису успјели да ријеше проблем, Alex је предложио да заокруже оба лијека. На тај начин, ученици су дошли до сљедећег поретка: Saracetamol, Ralpol, Kefapol and Kanatol. Друга група је дошла до другачијег поретка. Друга група је, наиме, употријебила сличан али префињенији начин који се огледао у

[6] Приказани су резултати једне групе ученика („The Drug Industries Golden Award“)

томе да заокруже најкраће и најдуже вријеме реакције и да затим одузму ова два броја. Рангирање лијекова до којег су ученици ове групе дошли је било на сљедећи начин: Saracetamol, Kefapol, Ralpol and Kanatol.

Међутим, пошто ниједна група није употријебила одговарајући начин да се позабави датим проблемом, јавиле су се дуге дебате током ученичких излагања. Ученици су схватили да треба да „математизују" њихове процесе, те су почели да користе двије основне математичке операције: сабирање свих временских трајања за сваки лијек и проналажење просјека за сваки лијек уз поређење датих просјека.

4.2. Коришћење математичких операција и процеса

До кориштења математичких операција и процеса је, као што је претходно наведено, дошло тек у другом дијелу рада група. Нови приступ који је примјенила група, чији је члан Alex, се базирао на претпоставци да било који сљедећи корак треба да у себи подразумијева сва временска трајања и не само најбоља него или/и најгора временска трајања.

Alex: *Треба да додамо сва временска трајања реакције за сваки лијек.*

Alice: *Зашто треба то да урадимо?*

Helen: *Алекс је управу. Додајући све бројеве ... пронаћи лијек са најмањом сумом. Овај ће бити најефикаснији лијек за ублажавање бола.*

Након овог новог приступа, поредак лијекова је био на сљедећи начин: Saracetamol, Ralpol, Kanatol and Kefapol, што је веома изненадило ученике пошто је редослијед сасвим другачији од очекиваног. Међутим, износи које су добили приликом сумирања (сабирања) су били велики. Због тога је Helen предложила да би, због тога што је тешко тражити суму времена реаговања јер би требало да то чине и на више случајева, могли да подијеле суме бројева бројем случајева како би пронашли просјек. Али, Alex је примјетио да се на тај начин ништа не би промјенило у поретку (редослиједу) лијекова, услијед дијељења сума истим бројевима. На другој страни, Alice је и даље била збуњена ситуацијом, те ће тражити додатна објашњења од својих вршњака, што може да се види у сљедећем њиховом дијалогу:

Helen: *Прво сабирамо све периоде реакције и дијелимо ...* (била је прекинута од стране Alice)

Alice: *Четири. Имамо четири лијека.*

Alex: *Не, то није правилно. Ми не проналазимо просијек на овај начин. Треба да подијелимо бројем двадесет, бројем случајева.*

Alice: *Мислиш на то да саберемо све периоде реакција и подијелимо бројем 20?*

Alex: *Не, нема потребе да сабирамо све периоде реакција. Само додамо периоде реакција за сваки лијек јер треба да израчунамо просјек за сваки лијек.*

Helen: *Не дијелимо увијек бројем 20 него бројем случајева. Потребан нам је један просјек за сваки лијек да бисмо пронашли разлике између четири лијека. Такође, можемо израчунати један просјек за све лијекове, али једино да бисмо упоредили ова четири лијека са другим лијековима.*

Иако су ученици релативно добро приступили рјешавању проблема, ипак нису сви приступили датом рјешавању користећи математички приступ. Тако је био случај да је један ученик, James, чак и послије дискусије и излагања ученика, био и даље убијеђен да је најефикаснији лијек онај са најкраћим временом реаговања у једном од случајева. Вјероварно један од најзанимљивијих сегмената процеса истраживања је било писање писма, од стране ученика, Предсједавајућем Удружења за лијекове. У садржају писма, у којем је очигледно ученичко самопоуздање, наведено је да су уложили велики труд како би дошли до рјешења. О „преносивости“ добијеног модела ученици у писму наводе сљедећи коментар:

Поређење просјека је такође одговарајуће за слична такмичења која ћете имати у будућности. Наше рјешење може бити употријебљено да би се пронашао најефикаснији лијек, чак и у случајевима у којима има више од четири лијека. Такође можете да користите просјек да бисте поредили друге производе, као нпр. креме за дневну његу коже. Ипак, будите пажљиви јер у другим случајевима ће можда бити потребно да се пронађе највиши и најнижи просјек.

Током тражења рјешења, ученици су користили дискусију у смислу активног разговора, што је сваки пут стварало потребу за детаљнијим појашњењем. Та дискусија се наставила и при излагању (презентацији) ученика. Тицала се значења појма «просјек». Наиме, повод за ову дискусију је био тај што је једна од ученица навела да је просјек лијека вријеме потребно лијеку да реагује у већини случајева, са чиме се ученик Alex није сложио наводећи: „просјек, наиме, показује вријеме реакције лијека уколико је то вријеме исто у сваком од случајева.“

5. Расправа о математичком моделовању

Иако је спроведено истраживање освијетлило многе аспекте процеса математичког моделовања, несумњиво се значајно истиче комуникациони аспект датог процеса. Комуникациони аспект процеса математичког моделовања се може представити и као *расправа* (дискусија), у смислу да ученици несметано могу да износе своје ставове и мишљења, а да то искористе на најбољи начин како би дошли до рјешења. Појава процеса расправе са собом неминовно повлачи и социјалну интеракцију њених учесника. Како је у спроведеном истраживању био искључиво заступљен рад испитиваних у формацији групног облика рада, истиче се значај социјалне интеракције како због социјалне, тако и због интелектуалне и емоционалне димензије развоја личности ученика. Ове интеракције или „међудјеловања“ су довела до процеса анализирања, планирања и прегледа постигнутог, „изазивања“ стварања све новијих приједлога и претпоставки, као и тога да су групе ученика функционисале кроз тимски рад.

Оно што је занимљиво је то да су ученици, у току рјешавања проблема, могли да користе свој неформални говор и претходно стечена знања, пошто спроведена активност није сужавала њихову слободу и аутономност приступа и анализирања проблема. Резултат је за истраживаче био доста задивљујући што је довело до тога да рад ученика упореде са радом правих професионалаца. Наиме, ученици су анализирали проблем са различитих становишта, користили различите претпоставке, оцјењивали, мијењали и усавршавали своје моделе и могућности (приједлоге). Оно што је такође било задивљујуће испитивачима је то што су ученици тражили рјешење постављеног им задатка без икаквих инструкција од стране наставника или испитивача. Па ипак, ученици су описивали, анализирали, објашњавали, оправдавали, провјеравали и комуницирали о њиховим идејама, међусобно и са наставницима.

У свему наведеном се огледа значај расправе која се константно јављала у раду ученика. Вјероватно ученицима најзанимљивији а уједно и најизазовнији од свих комуникационих аспеката рада је било обраћање Предсједавајућем Удружења за лијекове, писменим путем, гдје је требало да покажу сва своја умијења и труд и изнесу, њима вјероватно тешко али упорно стечене, закључке.

6. Закључак

Оно што се може рећи о математичком моделовању, као активности ученика на узрасту од 11 година, је да је оно изводљиво уколико су дати проблеми приказани као реалне и смисаоне ситуације из свакодневног живота. Ученицима је, кроз дати процес и рад уопште, омогућено да боље схвате дати им математички проблем и да му се без оклијевања „приближе“, тј. да схвате његову суштину и природу, а кроз нешто другачији начин рада од оног начина који се претежно користи у настави математике. Лин Инглиш (Lyn D. English) у дјелу „Математичко моделовање у основној школи“ („Mathematical Modelling in the Primary School“) наводи сљедеће: „За разлику од традиционалних нерутинских проблема, активности моделовања су базична социјална искуства, у којима ученици раде у малим групама како би развили продукт који је експлицитно условљен. Бројна питања, задаци, конфликти, прегледи и резолуције настају док ученици развијају, процјењују и припремају за размјену њихове производе.“ (стр. 208.) Лин Инглиш у споменутом дјелу говори о једном лонгитудиналном истраживању о математичком моделовању (истраживање је трајало 3 године, а ученици су - као испитивани, на крају 6. разреда конструисали модел) и наводи да проблеми који су дати активностима моделовања у датом истраживању омогућавају ученицима да учествују у бројним математичким процесима. Она наводи и сљедеће: Пошто су активности моделовања креиране за рад у малим групама, оне су идеални превозници за развијање вјештина сарадње за рјешавање проблема.“ (стр. 213.)

У спроведеном истраживању (које је извршено на Кипру) су ученици били у прилици да постојање проблема схвате на један оптимистичан начин, у смислу да његово постојање претпоставља и његово рјешење, а до којег они могу да дођу. Такође, кроз дати рад им је омогућено и боље поимање бројчаних приказа, који се јављају у бројним животним ситуацијама. Кроз групни рад је омогућено развијање како међусобних односа и интеракција, тако и многих особина личности код ученика као индивидуа.

Спроведено истраживање је отворило широко поље за нова проучавања из области математичког моделовања и проширење постојећих сазнања.

Литература:

[1] Alan H. Schoenfeld: *Намјере и методе у истраживању математичког образовања*, ИМО, Вол. III (2011), Број 4, 23–34

[2] American Association for the Advancement of Science (1998). *Blueprints for reform:Science, mathematics, and technology education*. New York: Oxford.

[3] Blum W., & Niss M. *Applied mathematical problem solving, modeling, applications, and links to other subjects – State, trends and issues*, Educational Studies in Mathematics, 22(1991), 37-68.

[4] Doerr, H. M., & English, L. D.: *A Modeling perspective on students' mathematical reasoning about data*. Journal of Research in Mathematics Education, 34(2)(2003), 110-136.

[5] English, L. D.: *Reconciling theory, research, and practice: A models and modeling perspective*. Educational Studies in Mathematics, 54(2003), 225–248.

[6] English, L. D., & Watters, J.: *Mathematical modeling with 9-year-olds*. In H. L. Chick, & J. L. Vincent (Eds.), Proc. 29th Conf. of the PME (2005), Vol. 2, pp. 297-304

[7] Gravemeijer, K., Cobb, P., Bowers, J., & Whitenack, J.: *Symbolizing, modeling and instructional design*. In P. Cobb, E. Yackel, & K. McClain (Eds.), *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 2000, pp. 225-274

[8] Greer, B.: *Modeling reality in mathematics classrooms: The case of word roblems*. Learning & Instruction, 7 (1997), 293–307.

[9] Lesh, R., Cramer, K., Doerr, H. M., Post, T., & Zawojewski, J.: *Model development sequences*. In H. M. Doerr & R. Lesh (Eds.), *Beyond constructivism: A models & modeling perspective on mathematics problem solving, learning & teaching* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc. 2003, pp. 35–58

[10] Lesh, R., & Doerr, H. M.: *Beyond Constructivism: A Models and Modeling Perspective on Mathematics Problem Solving*, Learning and Teaching. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 2003

[11] Lesh, R., & Lehrer, R.: *Models and modeling perspectives on the development of students and teachers*, Mathematical Thinking and Learning, 5(2&3)(2003), 109–130.

[12] Lyn D. English: *Mathematical Modelling in the Primary school*, Queensland University of Technology

[13] Златан Марковић: *Математичко моделовање у математичком образовању,* ИМО, Вол. III(2010), Број 4, 35-50

[14] Miles, M. & Huberman, A.: *Qualitative Data Analysis* (2nd Edition). London: Sage Publications, 1994

[15] Милинковић, Д.: *Моделски приступ диференциранoj обради проблемских задатака*, Норма (Сомбор), 9(1)(2003), 143-154
[16] Nicholas Mousoulides, Marios Pittalis & Constantinos Christou: *Improving tmathematical knowledge through modeling in elementary schools*; Proceedings 30th Conference of the PME (2006), Vol. 4, pp. 201-208.
[17] National Council of Teachers of Mathematics: *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: Author. 2000
[18] Петровић, Н., Мрђа, М., Ковачевић, П.: *Моделско-проблемски приступ у настави математике*, Норма (Сомбор), 10(1-2)(2004), 111-121
[19] Романо , Д.А.: *Истраживање математичког образовања*; ИМО, Вол. I(2009), Број 1, 1-10
[20] Schorr, R.Y., & Amit, M.: *Analyzing student modeling cycles in the context of a "real world" problem*. In H.L. Chick, & J.L. Vincent (Eds.), Proc. 29th Conf. of the PME 2005, Vol. 2, pp. 297-304

Pristiglo u redakciju 30.11.2011. Revidirana verzija 02.01.2012. Dostupno na internetu od 10.01.2012.