

## Aplikacije i modelovanje – dva izvještaja

Milijana Ostojić<sup>1</sup>

**Sažetak:** Ovaj tekst predstavlja izvještaj sa diskusija, koje su vodile dvije radne grupe Evropske asocijacije za istraživanje matematičkog obrazovanja (ERME) prezentovane na dvijema sesijama CERME-a, o aplikacijama i modelovanju u školi. Rad se sastoji iz dva dijela, izvještaja Gabriele Kaiser i Morten BlomhØja. Ove diskusije pokazuju da autori ne shvataju na isti način pojam modelovanja te se, s tim u vezi, u prvom dijelu, upoznajemo sa različitim klasifikacijama perspektiva modelovanja, njihovim međusobnim razlikama i sličnostima, te i sa njihovom vezom sa ranijim pristupima, datim od raznih govornika. Diskusija radne grupe u drugom dijelu teksta se odnosi na istraživanje modelovanja, odnosno na njegovoj primjeni u nastavi ili, u širem smislu rečeno, u obrazovanju.

**Ključne riječi i fraze:** modelovanje, perspektive

**Abstract:** This text represents a part of two working group discussion reports of CERME 4 (2005) and CERME 6 (2009) about applications and modelling in school. The paper is composed of two parts, the reports of Gabriele Kaiser and Morten BlomhØj. These discussions demonstrated that authors doesn't understand at the same way a princip of modelling and, because of it, in first part we introduce with different classification of perspectives on modelling, their personal differences and similarity and their relations to earlier approaches, given from various speakers. In the second part, discussion of work group is concered on the researh of modelling of his use in class or, in wider sense, in education.

**Mathematizical Subject Classification (2010):** 97B50, 97D40, 97Mxx

**ZDM Subject Classification (2010):** B50, C70, D20, D40, M10

### Prvi - Izvještaj o aktivnoastima na CERME 4 (2005)

(Gabriele Kaiser, Univerzitet u Hamburgu, Njemačka)

Diskusije radne grupe na CERME 4 bile su pod jakim uticajem različitih pristupa ka aplikacijama i modelovanju, predstavljeni od strane raznih govornika koji su stvorili osnovu za kritičku diskusiju. Ovi razgovori pokazali su da ne postoji homogeno razumjevanje modelovanja i njegovog epistemološkog porijekla u okviru međunarodne diskusije o aplikacijama i modelovanju. Međutim, ovo uopšte nije nova situacija. Prije skoro dvadeset godina, Kaiser-Messmer (v. [24], str 83) pokazala je u svojoj analizi da su se, u okviru rasprave o aplikacijama i modelovanju tog vremena, mogle izdvojiti različite perspektive, međunarodne i nacionalne u Njemačkoj ili njemačkom govornom području. Dvije glavne perspektive tog vremena su:

- **pragmatična perspektiva**, fokusirana na utilitarističke ili pragmatične ciljeve, sposobnost učenika da primjene matematiku u rješavanju praktičnih problema. Henri Polak (v. [36]) se može smatrati tipičnim predstavnikom ove perspektive.

- **naučno-humanistička perspektiva**, usmjerena prema matematici kao nauci i humanističkom idealu obrazovanja sa fokusom na sposobnosti učenika da stvori odnos između matematike i realnosti. 'Rani' Hans Freudenthal (v. [16] i [17]) se može smatrati prototipom ovog pristupa. Freudenthal je promijenio svoj stav na kraju svog života, težeći da se pragmatični ciljevi uzimaju više u obzir.

<sup>1</sup> Pedagoški fakultet, Univerzitet u Istočnom Sarajevu, 76300 Bijeljina, Semberskih ratara b.b., Bosna i Hercegovina, e-mail: milchy\_lo@yahoo.com

Iako su ovo bili glavni tokovi diskusije o aplikacijama i modelovanju, dalje diferencijacije postaju očiglednije, posebno na nacionalnom nivou. Za bolje razumjevanje trenutnih pristupa, korisne su razlike napravljene od strane naučno-humanističke perspektive. Hans-Georg Steiner (v. [45]) stavio je *epistemološke ciljeve* u prvi plan i naglasio razvoj matematičke teorije kao integralni dio procesa u matematizovanju. Međutim, rani pokušaji kao što su Francuza André Revuza (v. [37]) su takođe važni. On polazi od trostruke situacije teorije modela, što znači da su modeli izgrađeni počev od situacije koja zatim dovodi do razvoja matematičke teorije.

Pored toga, u diskusiji se može indentifikovati *emancipatorska perspektiva*, koja se razvija u društveno-kulturne pokušaje matematičkog učenja.

Treći tok, nazvan *integrativna perspektiva*, zahtjeva da aplikacije i modelovanje treba da služe u naučne, matematičke i pragmatične svrhe, ali da međusobno budu u harmoničnom odnosu. Ova perspektiva nije ograničene na određene ciljeve i dobija jačinu iz širokog spektra ciljeva i argumenata (vidjeti primjer Bluma i Nissa u članku [9] iz 1991. godine).

Različite perspektive diskusije rekonstruisane od strane Kaiser-Messmera (v. [24]) variraju zbog svojih ciljeva u vezi sa aplikacijama i modelovanjem. Odgovarajuće reference ukazuju na različite dimenzije ciljeva. Kaiser (v. [25], str 69.) razlikuje sledeće ciljeve:

- *Pedagoški ciljevi*: prenošenje sposobnosti koje omogućavaju učenicima da shvate centralni aspekt našeg svijeta na bolji način;
- *Psihološki ciljevi*: njegovanje i unapređenje motivacije i odnosa učenika prema matematici i, uopšte, nastavi matematike;
- *Ciljevi vezani za predmet*: strukturisanje procesa učenja, uvođenje novih matematičkih koncepata i metoda, uključujući njihove ilustracija;
- *Naučni ciljevi*: prenošenje realnih slika matematike, kao nauke, dajući uvid u preplitanje matematičkog i ekstra- matematičkog razmatranja tokom istorijskog razvoja matematike.

U međuvremenu, aktuelna rasprava o aplikacijama i modelovanju se dalje razvijala i diferencirala. Nove perspektive mogu biti identifikovane na osnovu detaljne analize, kao proizašle iz već opisane tradicije ili se djelimično mogu smatrati kao njen nastavak.

U sljedećem, klasifikacioni sistem za pristup aplikacijama i modelovanju biće predložen vraćanju na prethodnu diferencijaciju, ali uzimajući u obzir trenutna dešavanja u raspravama o aplikacijama i modelovanju. Ovaj predlog je zasnovan na skorašnjim analizama koristeći literaturu uglavnom proizvedenu od strane ICMI i ICTMA i dodatne publikacije.

Ova klasifikacija sadrži različite perspektive, u okviru diskusije, u skladu sa svojim centralnim ciljevima, vezanim za aplikacije i modelovanje, i ukratko opisuje zasnovanost pristupa ovih perspektiva, kao i njihovih veza, sa početnim perspektivama.

| Naziv pristupa   | Glavni ciljevi  | Veza sa ranijim pristupima  | Porijeklo   |
|--|---|---|---|
| <b>Realističko</b> ili primjenjeno modelovanje                               | Pragmatično-ulitaristički ciljevi, odnosno rješavanje problema realnog svijeta, razumjevanje realnog svijeta, promocija nadležnosti modelovanja | Polakov pragmatični pristup   | Anglo-saksonski pragmatizam i primjenjena matematika  |
| <b>Dodatno</b> modelovanje   | Ciljevi vezani za predmet i psihološki ciljevi, npr. rješavanje problema riječi   |   | Američki problem rješavanja rasprave, kao i svakodnevna školska praksa i psihološki laboratorijski eksperimenti |
| <b>Obrazovno odelovanje</b> ; podjeljeno u (a) <b>didaktičko</b> modelovanje | Pedagoški i ciljevi vezani za predmet:<br>(a) strukturisanje procesa  | Integrativni pristupi ((Blum, Niss) i dalji razvoj naučno- humanističkog pristupa | Didaktičke teorije i teorije učenja   |

|  |  |  |                        |
|--|--|--|------------------------|
| (b) <b>pojmovno</b> modelovanje                | učenja i njeno promovisanje (b) koncept uvođenja i razvoja   |  |                        |
| <b>Kognitivno</b> modelovanje                  | Psihološki ciljevi:<br>(a) Analiza kognitivnih procesa za vrijeme procesa modelovanja, kao i razumjevanje ovih kognitivnih procesa<br>(b) promovisanje procesa matematičkog mišljenja koristeći za modele mentalne slike ili čak fizičke slike ili naglašavajući modelovanje kao mentalni proces kao što su apstrakcija ili generalizacija |  | Kognitivna psihologija |
| <b>Epistemološko</b> ili teorijsko modelovanje | Teorijsko-orijentisani ciljevi, kao npr. promocija teorije razvoja   | Naučno- humanistički pristup „ranog“ Freudentala | Rimska epistemologija  |

**Tabela 1.** Klasifikacija aktuelnih perspektiva modelovanja

Kada analiziramo radove, o kojima se diskutovalo tokom zasjedanja radne grupe aplikacije i modelovanje na CERME 4, saznajemo da očigledna ista terminologija i njena upotreba skriva veliki broj pristupa. Izvanredno je to što su sada, poslije dužeg vremenskog perioda, pokušaji iz zemalja rimskog govornog područja dovedeni u raspravu o aplikacijama i modelovanju koja počinje iz više teorijskog srodnog porijekla. Djelimično se odnose na antropološku teoriju didaktike i pristup matematičke prakseologije Chevallarda proizilazeći iz antropološke teorije, ili se odnose na pristup kao kod Brousseau o , didaktičkom ugovoru '. Za razliku od pristupa realnom modelovanju, pristupi kao što su Garcia Garcia and Ruiz Higuera na CERME 4 (v. [18]), daju manji značaj realnim aspektima u primjerima kojima se bave. Obje, i ekstra-matematičke i matematičke teme mogle su se time baviti, a to je tek poslije opisano kao "Unutar matematičko modelovanje". Ako pristup prakseologije postaje glavna orijentacija, to vodi ka činjenici da je svaka matematička aktivnost identifikovana kao aktivnost modelovanja za koju modelovanje nije ograničeno na matematizovanje ne-matematičkih pitanja. Kao posljedica ovih pristupa pokazuju se jaka veza sa naučno-orijentisanim pristupom na Steiner i Revuza za koje se matematizovanje i modelovanje uzima kao dio teorije razvoja. Ipak, ovi pristupi su ukorenjene u tradiciji naučno-humanističke perspektive, uglavnom oblikovani ranijim radom Freudenthal. U svom ranijem radu, Freudenthal (v. [16]) shvata matematizovanje kao lokalno strukturiranje matematičke i ne-matematičke oblasti putem matematičkih alata za koji je pravac od stvarnosti ka matematičci veoma važan. Freudenthal razlikuje lokalno i globalno matematizovanje, i u okviru globalnog matematizovanja matematizovanje se posmatra kao dio razvoja matematičke teorije. Ovi pristupi nastavljaju sa razlikovanjem koje je razvio Treffers (v. [46]): horizontalno matematizovanje, što znači put od stvarnosti prema matematičci, i vertikalno matematizovanje, koje se odnosi na rad unutar matematike. Freudenthal, kao i njegovi istomišljenici, dosljedno koristi termin matematizovanje. Prema Freudenthalu matematički modeli se mogu naći samo na najnižem nivou matematizovanja, kada je matematički model konstruisan za ekstra-matematički situaciju.

Takođe, analize pokazuju da su se pristupi iz pragmatične perspektive dalje oblikovali dok nisu postali pristup realističkog modelovanja. Proces modelovanja se sprovodi u celini, a ne kao djelimični proces, kao što matematičari primjenjuju u praksi. Ukratko, može se konstatovati da je karakteristika pristupa, koju su opisali Haines and Crouch (v. [22]) ili Kaiser {v. [26]}, jedna u kojoj se modelovanje shvata kao djelatnost za rješavanje autentičnih problema, a ne kao razvoj matematičke teorije. Opisi empirijske studije ukazuju na to da se čak i novo stečeno znanje ne može direktno primjeniti u procesu modelovanja. Ova činjenica je već bila istaknuta u prethodnim izvještajima na osnovu usmenih znanja. U principu, predstavljanje empirijskih studija ima za cilj podsticanje kompetencija modelovanja, pokazujući i osnovne složenosti zbog čega je teško postići napredak. Pristup

obrazovnom modelovanju može se tumačiti kao nastavak naučno-humanističkog pristupa. Svoju verziju, u svojim kasnijim godinama, formulisao je Freudenthal, a nastavak vrši Treffers (v. [46]), odnosno De Lange (v. [13]), za koga primjeri iz realnog svijeta i njihov međusobni odnos sa matematikom postaju centralni elemenat za način izvođenja nastave i učenja matematike.

U okviru diskusije o aplikacijama i modelovanju, pristup kognitivnog modelovanja, kojim se ispituje proces modelovanja u okviru kognitivne perspektive, je nov. Naravno, analiza misaonih procesa putem pristupa modelovanja nije nova i može se naći u mnogim teorijama učenja ili u kognitivnoj psihologiji (na primjer Skemp 1987 (v. [42])).

Pristup rješavanja problema riječi, nazvan kontekstualno modelovanje, ima dugu tradiciju, posebno u američkoj domenu. Filozofija ove perspektive (Lesh and Sriraman, 2005a (v. [30]), 2005b (v. [31])) je zasnovana na premisi da:

- konceptualni sistemi su ljudska konstrukcija, i oni su, u osnovi, socijalne prirode (Dewey and Mead);
- značenja ovih konstrukcija imaju tendenciju da budu raspoređena predstavljanjem u različitim medijima (u rasponu od govornog jezika, pisanog jezika, za dijagrame i grafikone, konkretnim modelima, i na iskustvu zasnovanom na metoformama (Pierce));
- znanje je organizovano oko iskustvo barem onoliko koliko oko apstrakcije (Dewey)
- "iskustva svijetova", koja ljudi treba da shvate i objasne, nisu statična. Ona su, velikim djelom, proizvod ljudskog stvaralaštva. Dakle, ona se stalno menjaju i tako su znanja potrebna ljudima koji su ih stvorili (James).

Rasprava o radovima u radnoj grupi, od kojih se dva ne nalaze u postupku i, samim tim, se stavljaju u zagradu, klasifikovani su prema perspektivi opisanoj u tabeli 1.

| Pristup   | Klasifikacija radova  |
|---|---|
| <b>Realističko</b> ili primjenjeno modelovanje  | Haines/Crouch<br>[Kaiser (Pollak)]  |
| <b>Dodatno</b> modelovanje  | Sriraman (Lesh & Doerr)   |
| <b>Obrazovno</b> modelovanje;<br>diferencirano kao:<br>(a) <b>didaktičko</b> modelovanje<br>(b) <b>konceptualno</b> modelovanje | Vos (Freudenthal)<br>Lingefjärd<br>Henning/Keune (Niss)<br>[Blomhøj (Niss)] |
| <b>Spoznajno</b> modelovanje  | Blum/Leiss  |
| <b>Epistemološko</b> ili teorijsko modelovanje  | Garcia/Ruiz (Chevallard)<br>Dorier (Brousseau)                              |

**Tabela 2:** Klasifikacija radova predstavljenih na CERME 4

Klasifikacija radova u jednu kategoriju ne znači da ukupan položaj istraživača pripada ovoj kategoriji. Moguće je i čak, u nekoliko slučajeva, poznato da potpuni pristup osobe naglašava drugačiji aspekt modelovanja. Važno je naglasiti da se ove klasifikacije ne zasnivaju na objektivnim i operativnim kriterijumima, već na analizi tekstova prema značenju ili putem hermeneutičkog razumjevanja teksta.

Da sumiramo, ove analize pokazuju, sa jedne strane, šta je trenutno značajno u daljem razvoju u okviru diskusije o aplikacijama i modelovanju, dok, sa druge strane, je postalo jasno da ovi novi pristupi i dalje idu zajedno sa već postojećim tradicijama i da će se dalje razvijati sa ranijim pristupima ili se vratiti nazad na njih.

### **Drugi- Izvještaj o aktivnostima na CERME 6 (2009)**

(Morten Blomhøj, Roskilde University)

Crvena nit u programu radne grupe, *Aplikacije i modelovanje*, je bila identifikovanje i diskutovanje različitih teorijskih perspektiva pronađenih u istraživanjima nastave i učenja o matematičkom modelovanju. Poseban akcenat je stavljen na odnos između istraživanja i razvoja praktičnog učenja. Prezentacija: *Pregled teorijskih perspektiva u istraživanju nastave i učenja o matematičkom modelovanju*, predstavljena je od autora Morten Blomhøj i Gabriele Kaiser, da bi

postavili prizor za radne grupe. A posao je završen panel diskusijom Javier Garcie, Gabriel Kaiser, kao i paneliste Hugh Burkhardt i Susan Carreiom, kao moderatorom. Pored toga Hju Burkhardt je dao istorijsku perspektivu na ovom polju svojom prezentacijom: *Izazov integrisanog modelovanja u nastavi matematičke prakse - istorijski prikaz*.

Prezentacija i diskusija radova bila je strukturisana u pet tema:

1. Nastavničko stručno usavršavanje za nastavu i procjenu matematičkog modelovanja,
2. Uloga ICT u nastavi i učenju matematičkog modelovanja,
3. Istraživanje nastave i učenja matematičkog modelovanja u okviru Antropološke didaktičke teorije (ATD),
4. Istraživanje nastave i učenja matematičkog modelovanja u okviru Realnog matematičkog obrazovanja (RME),
5. Istraživanje nastave i učenja matematičkog modelovanja u Modelu i Perspektivi modelovanja (MMP).

Svaka tema je kratko uvedena i zaokružena sa opštom diskusijom. Postupak je organizovan u skladu sa tematskom strukturom programa i obuhvatao je 19 radova koji su predstavljani i razmatrani na konferenciji.

**Temu 1** su uveli Katja Maass i Geoff Wake i obuhvatala je šest radova.

U prvom radu, Rita Borromeo Feri i Werner Blum (v. [15]) predstavljaju svoja iskustva sa seminara modelovanja kao načinom integrisanja učenja i usvajanja modelovanja u obrazovanju nastavnika matematike. Kao osnovu za svoj dizajn seminara modelovanja, autori su identifikovali četiri glavne nadležnosti u vezi sa nastavom matematičkog modelovanja: (1) *Teorijska kompetencije*, (2) *Zadatak u vezi kompetencije*, (3) *Nastava kompetencije*, (4) *Dijagnoza nadležnosti*. Tvrdi se da matematičko obrazovanje nastavnika treba da podrži razvoj ovih nadležnosti i uključi iskustva modelovanja u školskoj praksi.

Katja Maass and Johannes Gurlitt (v. [34]) pišu o problemu kako procjeniti stručno usavršavanje nastavnika u nastavi matematičkog modelovanja. Na osnovu njihovog iskustva iz međunarodnog projekta Lema u radu se razmatraju izazovi koji se odnose na projektovanje i primenu Evaluacije upitnika za nastavnike koji učestvuju u profesionalnom razvoju projekta.

Rad Barbare Schmidt (v. [39]) takođe je u vezi sa Lema projektom. Ona analizira, takođe putem upitnika, motive i prepreke od strane iskusnih nastavnika za modelovanje, uključujući realne aktivnosti u nastavi. Prema propisima matematičke nastave trebalo bi da se da uključi realistični prikaz aktivnosti. Međutim, različiti institucionalni i obrazovni faktori izgleda da formiraju prepreke ovoj ambiciji. Rezultati istraživanja ukazuju da je moguće identifikovati vrste nastavnika koji imaju drugačije iskustvo sa motivima i preprekama za realno modelovanje.

U radu Jeroen Spandaw i Bert Zwaneveld (v. [43]) dat je izvještaj o razvoju udžbenika za srednje obrazovanje nastavnika matematike. Jedan od njegovih ciljeva je profesionalni razvoj nastavnika za nastavu matematičkog modelovanja. U radu se razmatraju pitanja kao što su sklonosti nastavnika za modelovanje, obrazovni ciljevi za nastavu modelovanja, dizajn aspekata, testiranje u modelovanju, uloga domena znanja i kompjutersko modelovanje. Rad se takođe odražava na odnos između matematike, nastave matematike i modelovanja, kao i na ulogu modelovanja u holandskom nastavnom planu i programu matematike.

Sljedeći rad se bavi formativnom procjenom matematičkog modelovanja. Koristeći se perspektivom Kulturno istorijske teorije aktivnosti, Geoff Wake (v. [50]) tvrdi da aktivnost modelovanja i srodne pedagogije ima potencijal da dovede do značajnih promjena po pitanju aktivnosti učenika i nastavnika u učionici. Ovaj rad je takođe u vezi sa Lema projektom.

U posljednjem radu teme 1 Jonas Bergman Arleback (v. [3]) izvještava o studiji zasnovanoj na vjerovanju i posljedicama nastavnika u vezi matematičkog modelovanja. Pet različitih domena vjerovanja, identifikovani kao važni da li će i kako nastavnici uključiti matematičko modelovanje u nastavu, su: (1) *priroda matematike*, (2) *stvarni svijet* (stvarnost), (3) *rješavanja problema*, (4) *školska matematika*, (5) *primjena matematike*.

**Tema 2** je uvedena od autora Morten Blomhøj i obuhvatala je četiri rada od kojih svaki predstavlja konkretne slučajeve ICT podržane aktivnosti modelovanja.

Maria Lucia Lo Cicero i Filippo Spagnolo (v. [12]) u svom radu izveštavaju o eksperimentalnom projektu sa tri viša razreda srednje škole, koji su radili sa sensorima pokreta i računarima za proizvodnju grafikona za različite pojave kretanja. Prije i poslije testova i analiza interakcije u učionici utvrdilo se da su studenti razvili nadležnosti modelovanja i da aktivnosti modelovanja mogu poboljšati kod učenika matematičko i fizičko razumevanja važnih pojmova, kao što su Dekartov koordinatni sistem, funkcije, izvodi, brzina i ubrzanje.

U drugom radu Christina Roeckerath (v. [38]) prikazuje i analizira simulaciju softverskog paketa koji može da podrži modelovanje učenika i analize različitih tipova bioloških odnosa između vrsta kao što su predator-plijen, konkurencija ili parazitizam. Tvrdi se da aktivnosti modelovanja pružaju studentima uvid u interdisciplinarni odnos između matematičkog modelovanja i teorijske biologije stanovništva, te i da budu podrška njihovom učenju biologije.

Maria Lalinska i Janka Majherova (v. [28]) diskutuju u radu o različitim aspektima vizualizacije u odnosu na kretanje projektila napravljenog od strane srednjoškolaca pomoću tabela i softvera za crtanje grafikona. Kretanje vatrometa se koristi kao situacioni kontekst da bi se postavila scena za modelovanje i tvrdi se da ICT modelovanje podržava aktivnosti koje omogućavaju učenicima da dožive i bolje razumiju matematičke i fizičke elemente koji su uključeni u fenomen.

U posljednjem radu teme 2, Hans - Stefan Siller i Gilbert Greefrath (v. [41]) predstavljaju i detaljno analiziraju ciklus modelovanje u kojem je tehnologija integrisana putem ručnih ili softverskih baziranih računara. Potencijali u različitim tipovima softvera (CAS, DGS i SP), za podršku studentima koji uče modelovanje i matematiku, su ilustrovani na primjeru modelovanja "opasna raskrsnice puteva".

**Temu 3** su uveli Berta Barquero i Javier Garcia i ona uključuje pet radova.

U prvom radu, Berta Barquero, Marianna Bosch i Josep Gascon (v. [2]) uvode metaforu za ekologiju i pojam nivoa didaktičkih odlučnost ATD i pokazuje da se teorijske konstrukcije mogu koristiti za bolje razumevanje institucionalnih ograničenja koja ometaju sprovođenje velikih razmjera matematičkog modelovanja. Teorijske ideje su se pokazale kroz analizu "*Aplikacionizam*" - pojam koji se koristi od strane autora za skup vjerovanja koja vode primjeni matematike u tradicionalnoj nastavi matematike.

U svom radu (v. [11]) Richard Cabassuta tvrdi da se matematičko modelovanje može analizirati kao dvostruka didaktička transpozicija u okviru ATD. Realni svjetski problemi i tehnike prolaze transpoziciju kada se koriste u nastavi matematike kao transpozicija da matematičke koncepte, tehnike i teorije podvrgnu. Ovaj proces transpozicije je analiziran u pogledu ciklusa modelovanja, i primjeri matematičkih zadataka iz Lema projekata se koriste za ilustrovanje elemenata u procesu transpozicije.

Garcia i Ruiz-Higueras (v. [19]) u svom radu ilustruju kako se ATD može koristiti kao teorijski okvir za izradu matematičkog modelovanja za nastavu. Dizajn, takođe od Lema projekta, za djecu staru 4-5 godina je predstavljen i analiziran da bi ilustrovaio teoriju zasnovanu na procesu dizajna. Iskustva iz sprovođenja ovog dizajna pokazuju kako čak i veoma mladi učenici mogu biti uključeni u bogate i značajne aktivnosti matematičkog modelovanja.

Rad Vazquez (v. [47]) govori o ATD baziranom dizajnu aktivnosti modelovanja za studenat inženjerstva. Procesi transpozicije praeologije, koji su uključeni u posebno modelovanje zadatka - modelovanje motora - analizirani su, i utvrđeno je da je u cilju razumjevanja tehnologije, vezane za studente tehnike, neophodno uzeti u obzir različite discipline koje su uključene.

Serano, Bosch i Gascon u svom radu analiziraju iz ATD perspektive proces matamatizovanja u ciklusu procesa modelovanja.

**Temu 4** je uveo Mette Andresen i uključuje dva rada i plakat Simon Zella i Astrid Beckmann.

U prvom radu Mette Andresen (v. [1]) predstavlja dugoročni istraživački i razvojni projekat u vezi sa matematičkim modelovanjem u multidisciplinarnom kontekstu u višim razredima srednje škole. Kurs lekcija baziran na Vioxx slučaju se koristi da ilustruje različite nivoe refleksije u modelovanju rada studenata u ovom kontekstu.

U svom radu Roxana Grigoras (v. [21]) se bavi modelovanjem fenomena realnog svijeta gdje nema numeričkih podataka. U slučaju proučavanja, učenici nižih razreda srednje škole pokušavaju da razjasne sliku površine planete Marsa. U ovoj veoma otvorenoj aktivnosti modelovanje studenti koriste osnovne matematičke ideje. Aktivnost je analizirana korišćenjem RME kao teorijskim okvirom.

**Temu 5** je uveo Nicos Mousoulides i obuhvatala je samo jedan rad.

Ovdje N. Mousoulides, M., Christostomou, M. i C. Pittalis Kristou (v. [35]) predstavljaju i diskutuju o slučaju kada je razred jedanaestogodišnjih učenika radio na problemu nestašice svježe vode na Kipru. To je veliki životni problem, učenici su koristili relevantnu tehnologiju (Google Earth i tabelu) i oni su, u stvari, bili u mogućnosti da uporede, sude i pokažu različite modele koji su razvijeni. Aktivnost je analizirana u okviru MMP.

## LITERATURA

- [1] Mette Andresen: *What roles can modelling play in multidisciplinary teaching.*, CERME 6 (2009), 2196-2205
- [2] Berta Barquero, Marianna Bosch, Josep Gascón: *The 'ecology' of mathematical modelling: constraints to its teaching at university level*, CERME 6 (2009), 2146-2155
- [3] Jonas Bergman Årlebäck: *Towards understanding teachers' beliefs and affects about mathematical modelling*, CERME 6 (2009), 2096-2105
- [4] Blomhøj, M. (2004). *Mathematical Modelling – A Theory for Practice*. In B. Clarke et al. (Eds.), *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics* (pp. 145-159). Göteborg: National Center for Mathematics Education.
- [5] Werner Blum, Dominik Leiß: *"Filling up" – the problem of independence-preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks*, CERME 4 (2005), 1623-1633
- [6] Blum, W. & Leiß, D. (2007). *„Filling Up“ - the problem of independence-preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks*. In: Bosch, Marianna (Ed.): CERME 4 – Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, 1623-1633.
- [7] Blum, W. (1996). *Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht – Trends und Perspektiven*. In G. Kadunz, H. Kautschitsch, G. Ossimitz & E. Schneider (Ed.), *Trends und Perspektiven* (pp. 15-38). Wien: Hölder-Pichler-Tempsky.
- [8] Blum, W. et al. (2002). ICMI Study 14: *Applications and Modelling in Mathematics Education – Discussion Document*. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 23(3/4), 262-280.
- [9] Blum, W. & Niss, M. (1991). *Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects*. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 37-68.
- [10] Burghes, D.N. & Huntley, I. (1982). *Teaching mathematical modelling – reflections and advice*. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 13, 6, 735-754.
- [11] Richard Cabassut: *The double transposition in mathematisation at primary school*, CERME 6 (2009), 2156-2165
- [12] Maria Lucia Lo Cicero, Filippo Spagnolo: *The use of motion sensor can lead the students to understanding the cartesian graph*, CERME 6 (2009), 2106-2115
- [13] De Lange, J. (1987). *Mathematics – insight and meaning*. Utrecht: Rijksuniversiteit Utrecht.
- [14] Jean-Luc Dorier: *An introduction to mathematical modelling: an experiment with students in economics*, CERME 4 (2005), 1634-1644
- [15] Rita Borromeo Ferri, Werner Blum: *Mathematical modelling in teacher education – Experiences from a modelling seminar*, CERME 6 (2009), 2046-2055
- [16] Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht: Reidel.
- [17] Freudenthal, H. (1981). *Mathematik, die uns angeht*. *Mathematiklehrer*, 2, 3-5.
- [18] Fco. Javier García García, Luisa Ruiz Higuera: *Mathematical praxeologies of increasing complexity: variation systems modelling in secondary education*, CERME 4 (2005), 1645-1654
- [19] F.J. García, L. Ruiz-Higuera: *Exploring the use of theoretical frameworks for modelling-oriented instructional design*, CERME 6 (2009), 2166-2175
- [20] Gellert, U., Jablonka, E. & Keitel, C. (2001). *Mathematical Literacy and Common Sense in Mathematics Education*. In B. Atweh, H. Forgasz & B. Nebres (Eds.), *Sociocultural Research on Mathematics Education* (pp. 57-76). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.

- [21] Roxana Grigoras: *Modelling in environments without numbers – A case study*, CERME 6 (2009), 2206-2215
- [22] Christopher Haines, Rosalind Crouch: *Getting to grips with real world contexts: developing research in mathematical modelling*, CERME 4 (2005), 1655-1665
- [23] Herbert Henning, Mike Keune: *Levels of modelling competence*, CERME 4 (2005), 1666-1674
- [24] Kaiser-Messmer, G. (1986). *Anwendungen im Mathematikunterricht*. Vol. 1 Theoretische Konzeptionen. Bad Salzdetfurth: Franzbecker.
- [25] Kaiser, G. (1995). *Realitätsbezüge im Mathematikunterricht – Ein Überblick über die aktuelle und historische Diskussion*. In G. Graumann et al. (Eds.), *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht* (pp. 66-84). Bad Salzdetfurth: Franzbecker.
- [26] Kaiser, G. (2005). *Mathematical modelling in school – examples and experiences*. In H.-W. Henn & G. Kaiser (Eds), *Mathematikunterricht im Spannungsfeld von Evolution und Evaluation* (pp. 99-108). Hildesheim: Franzbecker.
- [27] Gabriele Kaiser: *Introduction to the Working Group “Applications and Modelling”* CERME 4 (2005), 1613-1622
- [28] Mária Lalinská, Janka Majherová: *Aspects of visualization during the exploration of “quadratic world” via the ICT Problem “fireworks”*, CERME 6 (2009), 2126-2135
- [29] Lesh, R. & Doerr, H. (Eds.) (2003). *Beyond Constructivism: A models and modeling perspective on mathematics problem solving, learning, and teaching*. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah.
- [30] Lesh, R. & Sriraman, B. (2005a). *John Dewey Revisited - Pragmatism and the models-modeling perspective on mathematical learning*. In A. Beckmann et al. (Eds.), *Proceedings of the 1st International Symposium on Mathematics and its Connections to the Arts and Sciences* (pp. 32-51). May 18-21, 2005, Pedagogical University of Schwaebisch Gmuend. Hildesheim: Franzbecker.
- [31] Lesh, R. & Sriraman, B. (2005b). *Mathematics education as a design science*. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37(6), 490-505.
- [32] Thomas Lingefjärd: *Applied or pure mathematics*, CERME 4 (2005), 1675-1685
- [33] Maass, K. (2004). *Mathematisches Modellieren im Unterricht*. Hildesheim: Franzbecker.
- [34] Katja Maaß, Johannes Gurlitt: *Designing a teacher questionnaire to evaluate professional development in modelling*, CERME 6 (2009), 2056-2065
- [35] N. Mousoulides, M. Chrysostomou, M. Pittalis, C. Christou: *Modeling with technology in elementary classrooms*, CERME 6 (2009), 2226-2235
- [36] Pollak, H. (1969). *How can we teach applications of mathematics?* *Educational Studies in Mathematics*, 2, 393-404.
- [37] Revuz, A. (1971). *The position of geometry in mathematical education*. *Educational Studies in Mathematics*, 4, 48-52.
- [38] Christina Roeckerath: *Interacting populations in a restricted habitat – Modelling, simulation and mathematical analysis in class*, CERME 6 (2009), 2116-2125
- [39] Barbara Schmidt: *Modeling in the classroom – Motives and obstacles from the teacher’s perspective*, CERME 6 (2009), 2066-2075
- [40] Lidia Serrano, Marianna Bosch, Josep Gascón: *Fitting models to data: the mathematizing step in the modelling process*, CERME 6 (2009), 2186-2195
- [41] Hans-Stefan Siller, Gilbert Greefrath: *Mathematical modeling in class with and without technology*, CERME 6 (2009), 2136-2145
- [42] Skemp, R. (1987). *The psychology of learning mathematics*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- [43] Jeroen Spandaw, Bert Zwaneveld: *Modelling in mathematics teachers’ professional development*, CERME 6 (2009), 2076-2085
- [44] Bharath Sriraman: *Conceptualizing the model-eliciting perspective of mathematical problem solving*, CERME 4 (2005), 1686-1895
- [45] Steiner, H.-G. (1968). *Examples of exercises in mathematization on the secondary school level*. *Educational Studies in Mathematics*, 1, 181-201.
- [46] Treffers, A. (1987). *Three dimensions: a model of goal and theory descriptions in mathematics instruction – the Wiskobas Project*. Dordrecht: Kluwer.
- [47] Avenilde Romo Vázquez: *Study of a practical activity: engineering projects and their training context*, CERME 6 (2009), 2176-2185
- [48] Pauline Vos: *Assessment of mathematics in a laboratory-like environment: the importance of replications*, CERME 4 (2005), 1696-1705
- [49] Simon Zell, Astrid Beckmann: *Modelling activities while doing experiments to discover the concept of variable*, CERME 6 (2009), 2216-2225
- [50] Geoff Wake: *Modelling and formative assessment pedagogies mediating change in actions of teachers and learners in mathematics classrooms*, CERME 6 (2009), 2086-2095