

Zagorka Lozanov-Crvenković<sup>1</sup>

**Prikaz knjige:**  
**David Salsburg, The Lady Tasting Tea,**  
**How Statistics Revolutionized Science in the Twentieth Century,**  
**W.H. Freeman and Company, 2001, ISBN 0-8050-7134-2 (pbk.)**

Nauka je ušla u devetnaesti vek sa čvrstom filozofskom vizijom koja bi se mogla nazvati „clockwork universe“. Naučnici su smatrali da se pomoću malog broja matematičkih formula kao što su Njutnovi zakoni kretanja i Bojlovi zakoni o gasovima, može opisati realnost i predvideti budući događaji. Sve što je bilo potrebno za predviđanje bio je kompletan skup takvih formula i za njih vezana merenja koja su dobijena sa dovoljnom preciznošću. Međutim, običnim ljudima je bilo potrebno više od četrdeset godina da prihvate takav pogled na svet.

Tipičan primer za ovaj raskorak je razgovor između Napoleona i P.S. Laplasa. Laplas je napisao veliko delo u kome je opisao kako da se izračunaju budući položaju planeta na osnovu posmatranja sa Zemlje. Priča se da mu je Napoleon kazao: „Ne vidim da spominjete Boga u svom radu gospodine Laplas“, na šta je Laplas odgovorio: „Ta pretpostavka mi nije bila potrebna.“

Međutim, dokaz ovog novog naučnog stava se pojavio 1840. godine, kada su Njutnovi zakoni iskorišćeni da se predvidi postojanje planete Neptun, i kada je ona pronađena tamo gde su proračuni i predvideli. Sav otpor novom viđenju sveta se srušio.

Međutim, iako Laplasu nije bio potreban Bog u njegovim izračunavanjima, njemu je ipak bilo potrebno nešto što je nazivao „funkcija greške“ – error function. Posmatranja planeta i kometa nisu se u potpunosti slagala sa predviđenim položajima. Laplas i njegove kolege su te greške pripisali greškama u posmatranjima, nekad zbog promena u atmosferi, nekad zbog ljudske greške. Sve ove greške skupili su u poseban deo - „funkciju greške“ koju su dodali svojim matematičkim modelima. Smatrali su, da će se ova greška smanjivati kako instrumenti budu bili precizniji. Ali, krajem devetnaestog veka greške su se nagomilavale, umesto da se smanjuju. Pokušaji da se otkriju zakoni u biologiji nisu uspeli. U fizici i hemiji, pokazalo se da su Njutnovi zakoni samo grube aproksimacije. Malo po malo nauka je počela da koristi novi, statistički model stvarnosti. Do kraja dvadesetog veka skoro sve nauke su počele da koriste statističke modele.

Obični ljudi su opet kasnili u prihvatanju ove naučne revolucije. Pojmovi kao korelacija, rizik, šansa, su se pojavile u svakodnevnom govoru, i većina ljudi je svesna neodređenosti koja se pojavljuje u naukama kao što su medicina ili ekonomija, ali mali broj ne naučnika je bio u mogućnosti da shvati ovaj duboki pomak u filozofskom shvatanju realnosti.

Jedan od razloga zašto je to tako je to što sam koncept a ni teorija verovatnoće nije tada bio dovoljno razvijen. Uprkos tome, pojam statističke raspodele se već pokazao korisnim.

Ova knjiga je pokušaj da se opiše statistička revolucija u dvadesetom veku pomoću ljudi (od kojih su mnogi još živi) koji su učestvovali u toj revoluciji. Čitalac neće čitajući knjigu steći znanje da statistički analizira podatke, ali autor se nada da će čitalac bar delimično uspeti da shvati pomak u osnovnoj filozofiji koja je predstavljena statističkim pogledom na nauku. Dakle, odakle bi nematematičar

---

<sup>1</sup> Departman za matematiku i informatiku, Univerzitet u Novom Sadu, 21000 Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 4, Srbija, e-mail: zagorka.lozanov-crvenkovic@dmi.uns.ac.rs

mogao početi da razumeva ovu revoluciju u nauci? Autor smatra da je dobar početak sa gospođom koja pije čaj.

Bilo je to u Camebridgeu, kasnih dvadesetih godina dvadesetog veka. Grupa univerzitetskih profesora sa suprugama i gostima je u vrtu pila čaj. Jedna od prisutnih žena je insistirala da čaj ima različit ukus u zavisnosti da li se mleko sipa u čaj ili čaj u mleko. Dok se većina naučnika podsmevala, jedan od njih je predložio da provere tvrdnju. Predložio je eksperiment u kojem će se gospođi koja je iznela tvrdnju doneti niz šoljica sa čajem, koje su bile pripremljene na različite načine. Bio je to Roland Aylmer Fisher, koji je tada bio u kasnim tridesetim godinama. Ubrzo, mnogi prisutni su mu se pridružili, pripremajući šoljice čaja na razne načine, prinoseći ih gospođi, beležili njene odgovore. Čitalac bi se mogao zapitati, šta je to toliko važno u tome da li postoji razlika u pripremanju čaja sa mlekom, da bi toliko zaokupilo naučnike, i zar ne bi oni umesto trebali da se bave nečim što bi moglo doneti koristi čovečanstvu? Autor iznosi mišljenje, da bez obzira šta ne naučnici mislili o nauci i njenoj važnosti, naučnici se upuštaju u istraživanje jer im taj rad donosi intelektualno uživanje i uzbuđenje. Retko kad naučnik pomišlja na eventualnu važnost svog rada. U ovom slučaju interesantno je bilo odrediti način da se pokaže da li je gospođa u pravu ili ne. Ovu priču autor je čuo od Hugh'a Smith'a 1960.-te godine, kada je ovaj bio profesor statistike na Univerzitetu u Konetikatu.

R. A. Fisher će kasnije dobiti titulu Sir, a 1935. godine će napisati knjigu *The Design of Experiments*, i u njoj opisati eksperiment sa čajem. U ovoj knjizi Fisher raspravlja o tvrdnji gospođe kao o hipotetičkom problemu, razmatra različite načine na koje se eksperiment može izvesti, dizajnirati, tako da se utvrdi da li gospođa stvarno može da razlikuje načine na koje je čaj pripremljen. Fisher opisuje sve moguće ishode ovakvog eksperimenta, koliko šoljica joj treba ponuditi, kojim redosledom. Izračunava verovatnoće različitih ishoda, ali nigde ne navodi da je takav eksperiment ikad izveden, ili kakav je bio ishod ovakvog eksperimenta.

Fišerova knjiga o dizajnu eksperimenta je bila važan deo u revoluciji koja sa odigrala u nauci u prvoj polovini dvadesetog veka. I pre njegove knjige, naučni eksperimenti su izvođeni stotinama godina. Eksperimenti su bili sastavni deo naučnog istraživanja. Valjani naučnici su bili sposobni da osmisle eksperimente koji su donosili nova saznanja, a lošiji su izvodili eksperimente koji su rezultirali sa mnogo podataka, ali nisu doprinosili povećanju znanja. U devetnaestom veku, naučnici su retko publikovali rezultate svojih eksperimenata. Umesto toga, opisivali su svoje zaključke i publikovali podatke koji su potvrđivali istinitost tih zaključaka. Na primer, Džordž Mendel nije prikazao rezultate svih svojih eksperimenata prilikom ukrštanja graška. On bi opisao niz eksperimenata i zatim napisao: „Prvih deset članova oba niza eksperimenata mogu da posluže kao ilustracija.....“ 1940-tih Fišer je proverio Mendelove „ilustracije“ podataka i otkrio da su podaci suviše dobri da bi bili istiniti. Nisu imali nivo slučajnosti koja je trebala sa se pojaviti u takvim eksperimentima.

Ovo je posebno važno za istraživanja u poljoprivredi krajem devetnaestog i početkom dvadesetog veka. U Rothamsted Agricultural Experimental Station eksperimentisalo se sa veštačkim đubrivima, tokom devedeset godina pre dolaska Fišera u ovu stanicu dvadesetih godina dvadesetog veka. Kako su eksperimenti bili loše organizovani, proizvod devedesetogodišnjeg rada je bila masa nekorisnih podataka. Posle dolaska na rad u ovu eksperimentalnu stanicu, pozabavio se ovom masom podataka i indeksom plodnosti (fertility index) koji je u stanici bio korišćen za korekciju razlika koje su se pojavljivale zbog promene vremenskih prilika od godine do godine. Upoređujući ovaj indeks sa indeksima drugih, rivalskih eksperimentalnih stanica, utvrdio je da se svi ovi indeksi izračunavaju po formulama koje se sve mogu svesti na jednu i da daju istu korekciju. 1921. godine objavio je rad u *Annals of Applied Biology*, u kome je pokazao da je potpuno svejedno koji indeks se koristi, i na taj način okončao naučnu raspravu koja je trajala više od dvadeset godina o tome koji indeks je bolji. U radu je takođe pokazao da ni jedan od postojećih indeksa nije dobar za korekciju dobijenih rezultata. Nakon toga Fišer je sprovodio svoje eksperimente, i neke od njih je i naveo u svojoj knjizi *The Design of Experiments*, i naveo opšta pravila za dobar eksperimentalni dizajn. Fišerove metode su vrlo brzo prihvatili naučnici koji su se bavili poljoprivredom,

Asimetrične raspodele (The skew distributions)

Kao i u drugim revolucijama vezanim za ljudsku misao, teško je odrediti tačan momenat kada je ideja statističkog modela postala deo nauke. Neki primeri se mogu naći u radovima nemačkih i engleskih naučnika u ranom devetnaestom veku, a neki nagoveštaji postoje i u radovima Johana Keplera. Autor povezuje početak statističke revolucije sa radom Karla Pearsona 1890-tim. Charles Darwin je ukazao na biološke varijacije kao osnovu života, i na njima zasnovao svoju teoriju o opstanku vrsta. Ali njegov kolega, Karl Pearson je prvi ukazao na statističku prirodu koja leži u osnovi ovog problema, i koja nudi nešto različito od determinističkog stanovišta nauke devetnaestog veka.

Carl Pearson je 1870. godine otišao u Nemačku da studira političke nauke. Tamo ga je privukao rad Karla Marxa. U znak počasti prema Marxu, promenio je spelovanje svoga imena. U London se vratio sa doktoratom političkih nauka, napisavši dve cenjene knjige iz ove oblasti. U srcu ukočene viktorijanske Engleske, imao je smelosti da organizuje Young Men's and Women's Discussion Club, po ugledu na slične klubove u Nemačkoj i Francuskoj. U ovom klubu su se sastajali mladići i devojke, bez pratnje, i raspravljali o političkim i filozofskim problemima. To što je Pearson sreo svoju buduću ženu u ovom klubu, ukazuje na mogućnost postojanja i drugih motiva za osnivanje ovog kluba.

Iako mu je doktorat bio iz političkih nauka, Pearson se najviše interesovao za filozofiju prirodnih nauka i matematičko modelovanje. 1880. godine je objavio knjigu *The Grammar of Science*, koje je doživela mnoga izdanja, i smatrana u periodu pre početka I svetskog rata je za jednu od velikih knjiga iz oblasti prirodnih nauka i matematike.

U tom periodu svog života Pearson je pao pod uticaj drugog engleskog naučnika, Sir Fransis Galtona. Za većinu ljudi, Galton je poznat kao „pronalazač” otisaka prstiju, odnosno metoda kako da se oni klasifikuju i indentifikuju. Veoma bogat, on je bio amater naučnik, koji je pokušavao da u biologiju unese matematičku strogost. Jedno od njegovih prvih istraživanja odnosilo se na naslednost osobine genijalnosti. Prikupljao je podatke o parovima sinova i očeva koji su bili poznati po visokoj inteligenciji. Međutim, problem se pokazao veoma komplikovanim, između ostalog jer u to vreme nije postojala dobra mera inetligencije. Zato je počeo proučavanje naslednih osobina koje su se mogle lakše meriti, kao što je visina.

Galton je osnovao biometrijsku laboratoriju, u Londonu, pozivajući porodice da dođu i podvrgnu se merenju. U toj laboratoriju je prokupljao podatke o visini, težini, veličini pojedinih kostiju i drugih karakteristika članova porodica. On i njegovi asistenti su te podatke predstavljali tabelama, i ispitivali ih. Galton je tražio način da predvidi mere dece iz podataka o njihovim roditeljima. Bilo je očigledno da visoki roditelji teže da imaju visoku decu, ali on je tražio matematičku formulu koja bi opisala ovu vezu. Međutim, pokazalo se da sinovi veoma visokih očeva teže da budu niži od svojih očeva, i da sinovi veoma niskih očeva teže da budu viši od svojih očeva. Kao da je postojala neka nevidljiva sila koja je odvlačila visine ljudi od ekstrema, a prema prosečnoj vrednosti. Ovu pojavu galton je nazvao “regresija prema srednjem”, a ona nije vezana samo za ljudsku vrstu. Ona se pojavljuje u skoro svim naučnim posmatranjima. Galton je, razmišljajući o ovoj pojavi shvatio da se takvo ponašanje moglo predvideti i pre svih merenja, jer u suprotnom bi se posle mnogo generacija ljudska rasa sastojala od veoma visokih i veoma niskih ljudi.

Galton je uveo meru povezanosti, koeficijent korelacije, i dao formulu za izračunavanje, a pojam korelacija se odomaćio u svakodnevnom govoru, često da označi nešto mnogo neodređenije nego što je Galtonov koeficijent.

Sa svojom formulom za korelaciju, Galton se približio novoj, revolucionarnoj ideji koja će promeniti nauku u dvadesetom veku, ali je ovu ideju prvi putpuno formulisao njegov učenik, K. Pearson.

Da bi se ova ideja razumela, potrebno je odbaciti sva unapred stvorena mišljenja o nauci. Ono što uvek povezujemo sa naukom je merenje. Vršer se pažljiva merenja, i koriste se da se pomoću njih izvedu formule koje opisuju prirodu. Tipičan primer je eksperiment u kome se, u srednjoj školi, određuje g, ubrzanje tela koje pada. Eksperiment se izvodi, da bi se tačno odredilo g. Međutim, kada učenik izvede niz merenja, retko kad dobija baš tačnu vrednost. Što više učenika izvodi eksperiment, dobija se sve više različitih podataka. Učitelji obično uveravaju učenike da nisu dobili tačan rezultat jer su nemarni. Ono sto im ne kažu je da je to slučaj sa svim eksperimentima i da čak i najpažljiviji naučnik retko kad dobije tačan rezultat. Male, nepredviđene i neuočljive greške se uvek pojavljuju. Vazuh u prostori može biti

topao, pa to može dovesti da se kuglica u milisekundi zalepi za površinu pre nego sto počne da se kotrlja. Blago pomeranje vazduha može izazvati leptir koji proleće...

Ono što se stvarno dobija kao rezultat merenje su rasuti (scattered) brojevi, od kojih ni jedan nije potpuno tačan, ali se svaki može koristiti da se dobije dobra ocena za veličinu koja se meri.

Pirsonova ideja je da na rezultate eksperimenta ne treba gledati kao na brojeve same po sebi, već kao primere rasipanja brojeva, bolje rečeno *raspodele brojeva*. Ova raspodela brojeva se može napisati kao matematičko formula pomoću koje se može odrediti verovatnoća da će posmatrani broj biti izmeren kao unapred zadati broj. Koju će vrednost imati merenje u pojedinačnom eksperimentu se ne može u napred odrediti. Možemo samo govoriti o verovatnoćama pojedinih vrednosti. Rezultati pojedinih eksperimenata su slučajni, u smislu da se ne mogu predvideti. Statistički model raspodele može, međutim, omogućiti da se opiše matematička priroda ove slučajnost.

Bilo je potrebno vreme da naučnici prihvate slučajnost koja je svojstvena merenjima. Neodređenost ne nastaje zbog nepreciznosti merenja, ona je svojstvena prirodi. U početku su se odstupanja smeštala u posebni deo, grešku pri merenju. Tako je u svojim radovima Laplas opisao prvu raspodelu verovatnoća, raspodelu greške. Ova raspodela je u svakodnevni govor ušla kao "zvonasta kriva" ili normalna raspodela<sup>2</sup>.

Pearson je otišao i korak dalje, shvatajući sama merenja, a ne njihove greške kao nešto što ima raspodelu verovatnoća. Što god da merimo, je deo slučajnog rasipanja (random scatter), čije se verovatnoće opisuju funkcijama raspodele. On je otkrio familiju raspodela koje je nazvao "skew distribution" i to bi moralo, po njegovom ubeđenju da opiše svaki tip rasipanja koje se dobija iz podataka. Svaka od raspodela u njegovoj familiji je bila opisana za četiri broja. Ovi brojevi koji opisuju pojedinačne raspodele nisu bili "brojevi" iste vrste kao merenja. Ovi brojevi se nikad ne mogu posmatrati, ali se o njima mogu izvesti zaključci iz načina na koji se merenja rasipaju. Ovi brojevi su kasnije nazvani *parametri*. To su:

- srednja vrednost – centralna vrednost oko koje se merenja rasipaju,
- standardna devijacija – koliko se merenja rasipaju oko srednje vrednosti,
- simetrija – koliko se merenja "gomilaju" sa jedne stranu srednje vrednosti,
- kurtosis – koliko retko se merena rasipaju oko srednje vrednosti.

Postoji suptilna promena u načinu razmišljanja sa Pirsonovim sistemom asimetričnih raspodela. Pre Pirsona, "stvari" kojima se nauka bavila bile su stvarne i opipljive: na primer, Kepler je pokušao da otkrije matematičke zakone koji opisuju kako se planete kreću u prostoru. Međutim, "palnete" koje je Kepler pokušavao da ukroti su u stvari bile skup brojeva koji označavaju pozicije treperavih svetlosti koje su videli posmatrači sa Zemlje.

Pearson je pretpostavio da su fenomeni koje se mogu posmatrati samo slučajne odrazi (random reflection). Ono što je bilo stvarno je raspodela verovatnoća. Stvarni „objekti” nauke nisu stvari koje možemo posmatrati i držati, nego matematičke funkcije koje opisuju slučajnost koju možemo posmatrati. Četiri parametra raspodele je ono što u stvari želimo da odredimo u istraživanjima, a njih možemo samo da ocenimo na osnovu podataka.

Pearson nije prepoznao ovu poslednju razliku. Verovao je da ako prikupi dovoljno podataka, ocene parametara će mu dati stvarnu vrednost parametara. Njegov mladi suparnik, R.A Fisher je pokazao da mnoge Pearsonove metode ocenjivanja nisu bile optimalne. U kasnim tridesetim godinama dvadesetog veka, pred kraj Pearsonovog života, Jerzy Neyman, poljski matematičar, pokazao je da Pearsonova familija asimetričnih raspodela ne pokriva čitav skup mogućih raspodela i da se mnogi, važni problemi ne mogu rešiti korišćenjem Pearsonove familije.

<sup>2</sup> Ova raspodela sa naziva i Gausova raspodela, u čast onoga za koga se veruje da ju je prvi formulisao, iako je to pre Gausa uradio Abraham de Moivre. Postoje i razlozi zbog kojih se može verovati da je ovu formulu koristio i Daniel Bernouli i pre toga. Sve ovo je primer onoga što Stephen Stigler, istoričar nauke, naziva zakon mizonomije, da nista u matematici nije nazvano po osobi koja ga je otkrila.

To je sve bilo daleko 1897. godine kada je Pearson, u kasnim tridesetim preuzeo Galtonovu laboratoriju i rukovodio legijama mladih žena, koje su nazivane kalkulatori, da izračunavaju parametre raspodela za podatke koje je Galton prikupio u svojim merenjima. Na početku novog veka Galton, Pearson i Raphael Weldon udružili su snage i osnovali novi časopis koji će primenjivati Pearsonove ideje na biološke podatke. Jedan od ciljeva koji su sebi postavili je da dokažu teoriju Charlesa Darwina o poreklu vrsta. Nazvali su ga *Biometrika*. Galton je iskoristio svoje bogatstvo da osnuje zadužbinu (trust fund) koja će financirati ovaj časopis. Štampan je na visoko kvalitetnom papiru, sa fotografijama u boji, a i najkomplikovanije matematičke formule su štampane, bez obzira na cenu. Sledećih dvadeset pet godina *Biometrika* je donosila podatke od korespondenata koji su rasuti po celom svetu slali svoja merenja raznih životinjskih vrsta. Za ove podatke, Pearson i njegovi kalkulatori su izračunavali četiri parametra raspodele. Grafički su predstavljane raspodele koje su se najbolje slagale sa podacima i komentarisane su razlike podataka od nekih sličnih podataka. Među ovakvim člancima, u časopisu su se pojavljivali i oni koji su u sebi uključivali i matematički pristup problemima, među njima je bio objavljen 1908. godine i rad nepoznatog autora koji je pisao pod pseudonimom Student.

Galton je umro 1911. godina, Weldon je pre toga poginuo u nesreći na skijanju, pa je Pearson ostao jedini urednik *Biometrike* i sam je raspolagao zadužbinskim novcem. Sledećih dvadeset godina *Biometrika* je postala Pearsonov privatni časopis, u kome je štampano samo ono što je Pearson smatrao važnim. Gledajući unazad, ne može se videti kako je ovo pomoglo dokazivanju Darwinove teorije i čini se da se sav taj trud sveo na ocenjivanje četiri parametra raspodela. Ipak, kroz taj rad Pearson je razvio jedan od osnovnih alata moderne statistike „goodnes of fit test”. Poređenjem registrovanih i predviđenih vrednosti Pearson je došao do statistike kojom je mogao da testira koliko se dobro podaci slažu sa teorijski predviđenim vrednostima. Ovu raspodelu, koja je pripadala njegovoj familiji asimetričnih raspodela, je nazvao  $\chi$  (chi) kvadrat raspodela. Pokazao je da je raspodela uvek ista, bez obzira na tip podataka. Ova raspodela ima samo jedan parametar, koga će kasnije Fisher nazvati “stepeni slobode”.

Darwinova teorija je konačno dokazana za vrste koje imaju kratak životni vek kao što su bakterije ili vinske mušice. Koristeći ove vrste, naučnici su bili u mogućnosti da eksperimentiču sa hiljadama generacija u kratkom vremenskom intervalu. Moderna istraživanja DKN, dala su još čvršći dokaz o vazama među životinjskim vrstama. Ako pretpostavimo da je stopa mutacije konstantna tokom poslednjih deset miliona godina, DNK se može iskoristiti da se oceni vremenski okvir pojavljivanja primata i drugih sisara. Većina naučnika danas prihvata Darwinov mehanizam evolucije kao tačan. Ni jedna druga teorija nije data koja daje takva slaganja sa poznatim podacima.

Ono što ostaje od Pearsonove revolucije je ideja da su “stvari” kojima se bavi nauka su matematičke funkcije raspodela koje opisuju verovatnoće povezane sa posmatranjima. U današnje vreme medicinska istraživanja koriste suptilne matematičke modele funkcija raspodela da odrede moguće posledice tretmana u dugom vremenom periodu. Sociolozi i ekonomisti ih koriste da ponašanje ljudskog društva. Kroz kvantnu mehaniku, fizičari koriste raspodele da opišu subatomske čestice. Ni jedna grana nauke nije izbegla revoluciju. Neki naučnici tvrde da ih koriste kao privremenu tehniku i da će, na kraju krajeva biti u mogućnosti da se vrate determinizmu dvadesetog veka. Ajnštanova čuvena izreka da se Svemogući ne igra kockicama je primer takvog shvatanja. Drugi veruju da je priroda u osnovi slučajna, i da jedina realnost leži u raspodelama. Bez obzira na filozofski stav, ostaje činjenica da je Pearsonova ideja o funkcijama raspodela i parametrima prevladala u dvadesetom veku i pobedonosno opstaje na početku dvadeset prvog veka.

Dragi gospodin Gosset

Stara i poštovana firma, Ginisova pivara, Guinness Brewing Company iz Dablina, početkom dvadesetog veka je počela da investira u nauku. Mladi Lord Guinness je, nasledivši preduzeće, odlučio da uvede moderne naučne metode u proizvodnji zapošljavajući mlade, uspešnog diplomca hemije iz Oxforda i Cambridgea. 1899. godine je zaposlio William Sealy Gosseta, koji je sa dvadeset dve godine diplomirao hemiju i matematiku na Oxfordu. U svom prvom objavljenim radu, 1904. godine, Gosset iznosi

matematičko rešenje problema koji je vezan za proizvodnju piva. Kada se smesa sprema za fermentaciju, dodaje joj se pažljivo merena količina kvasca. Kvasac je čuvan u posudama punim tečnosti pre dodavanja u smesu, i radnici su morali da izmere koliko kvasca ima u kojoj posudi, da bi znali koliko tečnosti da sipaju u posudu. Iz posude su uzimali uzorke i pod mikroskopom brojali ćelije kvasca. Važno je bilo znati tačnost takvih merenja, jer je količina kvasca morala biti strogo kontrolisana. Suviše malo kvasca nije izazivalo fermentaciju, a suviše mnogo je davalo gorko pivo.

Ovo se poklapalo sa Pearsonovim pristupom nauci. Merenja su bila broj ćelija kvasca u uzorku, ali „stvar“ koju su pokušavali odrediti je bila koncentracija kvasca u posudi. Kako su u pitanju živi organizmi, ćelije koje se stalno razmnožavaju, ta „stvar“ koju su merili nije stvarno postojala. Ono što je postojalo je raspodela broja ćelija u jedinici zapremine. Gosset je ispitujući podatke, zaključio da se broj ćelija kvasca može modelirati pomoću Poissonove<sup>3</sup> raspodele. Pomoću toga je bio u mogućnosti da uvede nove metode merenja koje su na osnovu uzorka davale tačnije podatke o koncentraciji ćelije kvasca u posudama, što je omogućilo pivari da proizvede pivo postojanijeg kvaliteta.

Gosset je želeo da objavi rezultat u odgovarajućem časopisu. Iako je Poissonova raspodela bila poznata preko 100 godina, traženi su primeri za nju u stvarnom životu. Jedan od pokušaja je bio brojanje vojnika u Pruskoj vojsci koji su poginuli od udarca konja. Sa brojem ćelija kvasca, Gosset je imao primer, zajedno sa važnom primenom nove ideje o statističkim raspodelama. Međutim, politika kompanije Guinness je zabranjivala publikacije svojih zaposlenih, jer je nekoliko godina ranije jedan od zaposlenih u pivari objavio rad u kome je otkrio tajne komponente jednog od procesa vrenja. Gosset se sprijateljio sa Pearsonom, koji je tada bio urednik Biometrike, a Pearson je bio impresioniran Gossetovim matematičkim sposobnostima. 1906. godine Gosset je otišao na jednogodišnje usavršavanje u Pearsonovu Biometrijsku laboratoriju. Želeći da objavi Gossetov rezultat, Pearson ga je objavio pod pseudonimom Student. Tokom sledećih trideset godina Student je objavio niz izuzetno važnih radova, koji su skoro svi objavljeni u Biometrici. Najveći deo Studentovog matematičkog rada odvijao se kod kuće, van zvaničnog radnog vremena i veoma su koristili Ginisovoj kompaniji, što se vidi i po tome da je Gosset zauzimao važno mesto u njoj. U radovima koje je objavljivao u Biometrici, iz veoma praktičnih problema izvodi matematičke formulacije, i vraća se u praksu sa rešenjima koje su i drugi sledili. Najpoznatiji njegov rezultat je objavljen 1908. godine, The Probable Error of the Mean. Na opšte implikacije ovog rezultata ukazao je kasnije R.A. Fisher. Poseban problem koji je Gosset razmatrao bio je problem malih uzoraka. Pearson izračunavao ocene parametara skupljajući hiljade merenja iz jedne raspodele, smatrajući da je ocena dobra, budući da radi sa velikim uzorcima. Kasnije će Fisher pokazati da nije bio u pravu. Međutim Gosset je iz iskustva znao da naučnici obično imaju posla sa malim uzorcima, i postavio pitanje kako se izboriti sa slučajnom greškom koja se pojavljuje u izračunavanjima? Gosset je noću za svojim kuhinjskim stolom vršio izračunavanja, određujući sredine i standardne devijacije za hiljade primera, deleći ih i crtajući dobijene frekvencije. Otkrio je da četiri parametra povezana sa raspodelom ovog količnika odgovaraju jednoj raspodeli iz Pearsonove familije. Njegovo veliko otkriće sa sastojalo u tome da mu za izračunavanja nisu bili potrebni parametri originalne raspodele. Bez obzira kakva je raspodela originalnih podataka, količnik dve uzoračke ocene davao je istu poznatu raspodelu.

Kasnije su Frederick Mosteller i John Tukey istakli da bi bez otkrića Studentove t raspodele statistička analiza bila osuđena na beskonačan niz procedura. Prvo bi se morala oceniti četiri parametra originalne raspodele, zatim četiri parametra svakog od prethodna četiri parametra, i tako dalje. Gosset je pokazao da se analiza završava u prvom koraku. (Ovde imamo primer onoga što bi se moglo nazvati posledicom Stiglerovog zakona mizonomije. Gosset je koristio slovo z da označi količnik. Nekoliko godina kasnije slovo z se počelo koristiti za označavanje normalne raspodele, a slovo t za Studentovu raspodelu).

Gosset je u međuvremenu postao posrednik između dva vodeća i zavađena genija Paersona i Fishera. Ostao je blizak prijatelj sa obojicom, iako se često žalio Pearsonu da ne razume šta mu je Fisher napisao. Prijateljstvo sa Fisherom je započelo dok je ovaj još bio student u Cambridgeu. Fisherov tutor iz astronomije ih je upoznao 1912. godine, jer je radeći na problemima iz astronomije, Fišer ponovo otkrio

<sup>3</sup> Poissonova raspodela je još jedan primer mizonomije, jer ju je, iako je nazvana po Simeon Denis Poissonu, pre njega opisao jedan od Bernulija

Studentov rezultat. U radu koji mu je Fisher dao, Gosset je otkrio malu grešku i ukazao mu na nju. Kada se vratio, sačekala su ga dve strane detaljnih matematičkih izračunavanja koje je Fisher sproveo. Ovo je Gosset poslao Pearsonu, moleći ga da pregleda rad, budući da nije mogao da ga u potpunosti razume. Fisher je dokazao Studentov rezultat koristeći višedimenzionalnu geometriju. Na ovaj način se veliki genij dvadesetog veka pojavio na sceni. Pearson je objavio prikaz Fisherovog rada u *Biometrici*, a zatim još jedan, ali samo kao manji doprinos radu jednog od Pearsonovih saradnika, a zatim nije dozvolio objavljivanje više nijednog Fisherovog rad u *Biomterici*. Fisher je pronašao greške u nekim od najvećih Pearsonovi doprinosi, a Pearson je sa svoje strane često u *Biometrici* ukazivao na greške “gospodina Fishera” ili njegovih učenika.

### Ronald Aylmer Fisher

Ronald Aylmer Fisher je rođen 1890. godine. Vrlo rano se zainteresovao za matematiku i astronomiju. Kako zbog slabog vida nije smeo da koristi električno svetlo, njegov tutor iz matematike je uveče radio sa njime bez pomoći papira i olovke. Zahvaljujući tome, Fisher je razvio geometrijsko shvatanje. U budućnosti, njegovo neuobičajene geometrijske sposobnosti će mu pomoći da reši teške probleme u matematici i statistici. Studije u Camebridgeu je počeo 1909. godine a prestižnu titulu wrangler je stekao 1912. godine. Još kao student publikovao je prvi naučni rad u kome su komplikovane iterativne formule izražavaju u terminima višedimenzionalnog prostora. Kao diplomirani student jednu godinu je proveo proučavajući statističku mehaniku i kvantnu teoriju, u kojima su se već primenjivale metode statističkih distribucija.

Posle objavljivanja rada o Studentovoj raspodeli u *Biometrici*, upoznao je Karla Pearsona, a ovaj ga je upoznao sa problemom određivanja raspodele Galtonovog koeficijenta korelacije. Fisher je problemu dao geometrijsku interpretaciju (slučajni uzorak je posmatrao kao tačku u  $n$  dimenzionalnom prostoru), i našao odgovor za nekoliko nedelja. Podneo je rad na objavljivanje u *Biometrici*. Kako Pearson nije mogao da razume rad, poslao ga je Gossetu, koji je takođe imao problema da ga razume. Pearson je znao kako da dobije rešenja u pojedinačnim slučajevima, ali je to uključivalo ogroman broj proračunavanja, koje su radili zaposleni u njegovoj biometrijskoj laboratoriji. Svaki od tih specijalnih slučajeva se slagao sa Fisherovim opštim rešenjem. Ipak, Pearson nije štampao Fisherov rad, nego je od njega zahtevao da unese izmene i smanji opštnost. Rad je zadržavao više od godine dana, dok su njegovi asistenti proračunavali veliku tablicu ove raspodele za odabrane vrednosti parametara. Konačno je publikovao Fisherov rad, ali kao fusnotu većeg rada u kome su on i njegov asistent prikazali tabelu. Fisher više nikad nije objavio rad u *Biometrici* iako je to bio eminentni časopis tog vremena. i u budočnosti, Fisher i Pearson će se stalno sukobljavati.

1919. godine Fisher počeo da radi u Rothamsted Agricultural Experimental Station. Ovu istraživačku stanicu osnovao je britanski proizvođač veštačkog đubriva na jednoj staroj farmi. Zemljište nije bilo pogodno za uzgoj useva, ali je korišćen super-fosfat. Tokom devedeset godina vršeni su eksperimenti kojima su testirane razne kombinacije mineralnih soli i različite vrste useva. Dobijene su gomile podataka: dnevna praćenje padavina i temperatura, nedeljna merenja količine đubriva i godišnji izveštaji o prinosima useva. Većina eksperimenata nije dala konzistentne rezultate, ali su knjige sa podacima pažljivo čuvane. Fisher se preselio sa ženom, troje dece i svastikom u ruralni deo severnog Londona, a kasnije je ovaj posao opisivao kao “grabuljanje gomile đubreta”.

Kao rezultat rada u Rothamsted eksperimentalnoj stanici nastali su Fisherovi radovi:  
 Studies in Crop variation I, objavljen 1921., *Journal of Agricultural Science*,  
 Studies in Crop variation II, objavljen 1923., *Journal of Agricultural Science*  
 The Influence of Rainfall on the Yield of Wheat at Rothamstead, 1924., *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*

Studies in Crop variation IV, 1927.

Studies in Crop variation IV, 1928

U ovim radovima, Fisher je razvio originalne alate za analizu podataka, izveo matematičke osnove ovih alata, opisao njihovo proširenje na drug oblasti, i primenio ih na podatke koje je pronašao u u

Rothamstedu. Radovi pokazuju brilijantnu originalnost, a puni su fascinantnih implikacija kojima su se bavili teoretičari tokom dvadesetog veka, a verovatno će biti inspiracija za radi i u budućnosti.

U prvom radu, Fisher je, koristeći podatke koje je zatekao u stanici, odredio vezu između godine i prinosa žita – koristeći pri tom Galtonovu reč regresija. Pearsonova ideja raspodele verovatnoće je sada kroz formulu povezivala godinu i prinos. Parametri ove nove, komplikovanije raspodele opisivali su različite vidove promena u prinosu žita. Da bi se razumela Fisherova matematika, potrebno je dobro poznavanje kalkulusa, funkcija raspodela, i višedimenzionalne geometrije. Ali, nije teško razumeti njegove zaključke. On je vremenski trend prinosa žita rastavio na nekoliko delova. Jedan je bio stalno opadajući, prouzrokovan slabljenjem kvaliteta zemljišta. Drugi je bio višegodišnji, sastojao se od sporih promena, koje su trajale više godina. Treći se pojavljivao zbog promena klimatskih uslova svake godine. Treba samo istaći da je Fisher sve proračuna vršio ručno, uz pomoć primitivne mašine za računanje zvane Milionar. Za proračune za jednu tablicu bilo mu je potrebno oko 185 sati rada. U radu ih ima 15., zajedno sa komplikovanim crtežima. Trebalo mu je osam meseci dvanaestčasovnog rada samo za te proračune.

U drugom radu, *Studies in Crop variation II*, opisuju se eksperimenti sa različitim dubrivima i sortama krompira. Fisher je uveo potpuno novi način organizovanja eksperimenata, planiranja eksperimenata. Uveo je novi metod razdvajanja dejstva različitih tretmana u dobro dizajniranom naučnom eksperimentu, koga je nazvao „analiza varijanse“. U *Studies in Crop variation IV*, 1927. uveo je analizu kovarijanse, ali njegov glavni doprinos se nalazi u radu *The Influence of Rainfall on the Yield of Wheat at Rothamstead, 1924.*, (*Studies in Crop variation III*), u kome je postavio osnove moderne statistike.

1922. objavio je kratak rad u *Journal of the Royal Statistical Society*, u kome je dokazao da je jedna od Pearsonovih formula pogrešna, odnosno da je prilikom testiranja jednakosti dve proporcije pogrešno izračunao vrednost parametra hi-kvadrat raspodele. U drugom radu, objavljenom 1924., uvodi pojam stepena slobode, kojim objašnjava anomalije koje se pojavljuju kod drugih autora, prvenstveno misleći na Pearsona.

Među njegovim radovima mora se istaći i knjiga *Statistical Methods for Research Workers*, izdata 1925. godine, koja je doživela petnaest izdanja samo na engleskom jeziku.

Radeći u Rothamstedskoj stanici, angažovao je i saradnike, među kojim aje bio i Frank Yates, koji će kasnije, uz Fisherovu podršku dati velik doprinos statističkoj teoriji i praksi.

Postoje filozofske razlike između Pearsonovog i Fisherovog pristupa raspedelama. Karl Pearson je smatrao da statističke raspodele opisuju stvarne skupove podataka, koje je analizirao. Za njega je raspodela merenje bila stvarna, smatrao je da postoji velika, ali konačna kolekcija merenja za datu vrednost. Idealno, naučnik bi mogao da prikupi sva merenja i odredi parametre raspodele. Ako nije u mogućnosti da prikupi sve podatke, uzimao bi veliki uzorak. Parametri određeni na osnovu velikog, reprezentativnog uzorka bi bili isti kao i parametri cele populacije, bez velike greške. Prema Fisheru, raspodela je apstraktna matematička formula, a prikupljeni podaci se mogu koristiti samo da se ocene parametri takve raspodele. Merenja su bila slučajni izbor iz skupa svih mogućih merenja. Ocene, dobijene na ovakvom slučajnom izboru su slučajne i imaju svoju raspodelu. Tridesetih godina dvadesetog veka je izgledalo da je Fisherov stav pobedio. Sedamdesetih Pearsonov pogled je ponovo prihvaćen. I danas su statističari podeljeni oko ovog pitanja.

Fisher je, da bi razlikovao ocene od parametara raspodele uveo pojam “statistika” Kako sve ocene sadrže greške, Fisher je predložio analize koje će minimizirati stepen takvih grešaka i dati ocene biže stvarnim vrednostima nego bilo koja druga analiza. Kako je statistika slučajna promenljiva, nema smisla govoriti koliko je tačna jedna njena vrednost, odnosno nema smisla govoriti koliko je tačno jedno merenje. Ono što je potrebno je kriterijum koji zavisi od raspodele verovatnoća statistike. Fisher je predložio nekoliko kriterijuma: konzistentnost (što je više podataka, veća je verovatnoća da je će dobiti vrednost statistike biti blizu stvarne vrednosti parametra), nepristrasnost (ako se statistika primeni na više skupova podataka, srednja vrednost dobijenih vrednosti je bliska stvarnoj vrednosti), efikasnost (većina od velikog broja podataka je blizu stvarne vrednosti parametra.). Kasnije je predložio još neke kriterijume, a statističari posle Fishera su uveli i druge kriterijume. Da bi dobio konzistentne i efikasne ocene, Fisher je uveo pojam ocene maksimalne verodostojnosti. Pokazao je da su takve ocene uvek konzistentne a da su za regularne familije najefikasnije, dok se pristrasnost može otkloniti kod takvih statistika.



Uveo je veliki broj testova značajnosti koji su danas u upotrebi, a verovatnoću koja vodi zaključku da su razlike značajne nazvao je  $p$  – vrednost. Veliki deo knjiga Statistical Methods for Research Workers je posvećen pokazivanju kako da se izračuna  $p$ -vrednost.

#### Probit analiza

Autor iznosi interesantnu priču o životu Chestera Blissa, osnivača probit analize, koju je čuo od samog Blissa. Radeći u američkom departmanu za poljoprivredu, Bliss se bavio razvojem insekticida. Ubrzo je shvatio da eksperimenti koji se vrše na otvorenom uključuju suviše mnogi nekontrolisanih faktora, pa je počeo da sprovodi kontrolisane eksperimente u laboratoriji, koristeći pri tome Fisherovu knjigu Statistical Methods for Research Workers. Brzo je došao do interesantnog zaključka da bez obzira koliko je velika koncentracija pesticida upotrebljena, uvek je bilo nekoliko insekata koji su preživeli. Takođe, bez obzira koliko mala doza insekticida je bila upotrebljena, uvek bi nekoliko insekata bilo ubijeno. Pokušavajući da odredi 50 procentnu smrtonosnu dozu, LD-50, kojom bi bilo ubijeno pedeset posto insekata, Bliss je stvorio probit analizu, dajući potpuno originalna rešenja. (Kao potvrda Siglerovog zakona mizonomije, kao referenca za probit analizu se više koristi rad Wilcoxon i Litchfilda nego Blissovi radovi).

Rad C. Blissa na probit analizi prekinut je 1933., kao posledica pokušaja smanjenja nacionalnog deficita koji je sprovodila Ruzveltova administracija. Kada je novi predsednik stupio na dužnost, njegovi saradnici su počeli da otpuštaju nepotrebne radnike koje je plaćala vlada. Asistent asistenta podsekretara poljoprivrede, zadužen za razvijanje novih pesticida otkrio je nekog koji pokušava da eksperimentiše insekticidima u laboratoriji, umesto u polju, gde su se nalazili insekti. Blissova laboratorija je bila zatvorena a on je dobio otkaz. Bliss se obratio Fisheru, ali mu on nije mogao pomoći da nađe posao. Ipak Bliss odlazi u Englesku, i boravi kod Fishera i njegove porodice nekoliko meseci. Zajedno radeći su usavršili metodologiju probit analize. nakon nekog vremena, Fisher je Blissu našao posao u Lenjingradskom Institutu sa biljke. Bliss, bez poznavanja i jednog drugog jezika osim engleskog prešao je celu Evropu i stigao u Rusiju baš kada je Staljin započeo sa svojim progonima. Ubrzo po Blissovom dolasku, šef čoveka koji je zaposlio Blissa je bio pozvan u Moskvu i više ga niko nije video. mesec dana kasnije, čovek koji ga je zaposlio je takođe bio pozvan u Moskvu i na povratku je izvršio samoubistvo. Rukovodilac laboratorije pored Blissove je jednog dana naglo napustio posao i pobjegao preko Litvanske granice.

U međuvremenu Bliss je počeo da radi organizujući eksperimente. Iznajmio je stan kod gazdarice Ruskinje koja nije znala ni reči engleskog, pa su se sporazumevali rukama kroz smeh. Posle izvesnog vremena i je morao da pobjegne iz Rusije. Početkom šezdesetih godina Bliss se vratio u Lenjingrad. Svi njegovi poznanici i prijatelji iz tridesetih godina bili su mrtvi, poginuli u Staljinovim čistkama ili u drugom svetskom ratu. Jedina preživela bila je njegova gazdarica.

#### Jerzy Neyman

Zbog prvog svetskog rata, Jerzy Neyman je studirao matematiku u Kharkovu u Rusiji. Na početku svoje karijere našao je posao u Varšavi, a 1928. godine proveo je leto u biometrijskoj laboratoriji u Londonu, gde je upoznao Egona Pearsona, sina Karla Pearsona. Tako je počela dugogodišnja saradnja ova dva naučnika, koja je sačuvana u njihovim pismima između 1928 i 1938 godine. Ova pisma su lep uvid u sociologiju nauke, i pokazuju kako se dva originalna uma bore sa problemima, dajući originalne ideje i kritikujući ideje drugoga. Prvi problem koji je E. Pearson predložio Neymanu bio je vezan za K. Pearsonov goodness of fit test:

„Ako primenimo chi square goodness of fit test na skup podataka za koji pretpostavljamo da ima normalnu raspodelu, i ako ne dobijemo značajnu  $p$  – vrednost, kako da znamo da se podaci zaista slažu sa normalnom raspodelom? Odnosno, kako da znamo da nekim drugim chi square testom nećemo dobiti značajnu  $p$  – vrednost?“

Drugim rečima:

- Šta znači dobiti ne značajan rezultat u testu značajnosti?
- Možemo li zaključiti da je hipoteza tačna ako nismo uspeli da je odbacimo

Neyman se sa problemom vratio u Varšavu, i počela je razmena pisama. Obojica su bila impresionirana Fisherovim konceptom teorije ocena zasnovanom na funkciji verodostojnosti. Svoj rad su započeli povezujući funkciju verodostojnosti i goodness of fit test. U tri rada koja su objavili izmijenili su celu ideju testova značajnosti.

I sam Fisher se bavio ovim problemima, na indirektan način. On je smatrao da velike  $p$  – vrednosti ukazuju da su podaci nedovoljni za odluku, i da nemogućnost odbacivanja hipoteze nikad nikad ne znači da je ona tačna. „Testovi značajnosti, kada je tačno primenjuju, mogu da odbace hipotezu ako ona protivreči podacima, ali nikad ne mogu da dokažu da je ona istinita“.

Karl Pearson je koristio chi square goodness of fit test da dokaže da neki podaci imaju određenu raspodelu. Nakon što je Fisher uveo matematičku tačnost u statistiku, Pearsonove metode više nisu bile prihvatljive. Ali pitanje je i dalje ostalo. Bilo je potrebno da se pretpostavi da podaci imaju neku raspodelu, da bi se znalo koje parametre je potrebno oceniti.

U svojoj korespondenciji, E. Pearson i J. Neyman su ispitivali nekoliko paradoksa koji su nastajali nepažljivom primenom testova značajnosti, kada su testom odbacivane stvari koje su očigledno bile tačne. Neymanovo glavno otkriće je bilo da testovi značajnosti nemaju smisla ako nema bar dve moguće hipoteze. Odnosno, ne može se testirati da li se podaci slažu sa normalnom raspodelom ako ne postoji neka druga, alternativna raspodela za koju verujemo da se s njom podaci slažu. Izbor alternativne hipoteze određuje kako će se sprovesti test. Verovatnoća potvrđivanja te alternativne hipoteze kada je stvarno tačna, nazvao je moć testa. Moć testa je mera koliko je dobar test. S druge strane, Neyman je zaključio da skup alternativnih hipoteza ne može biti suviše velik. Ni jedan test ne može biti moćan protiv svih mogućih hipoteza. (1956. godine L.J. Savage i R.R. Bahadur su konstruisali relativno mali skup alternativnih hipoteza protiv kojih ni jedan test nije imao moć.)

U knjizi autor osnovne matematičke ideje pripisuje Neymanu, ali osnovna ideja je E. Pearsona, o kojoj je ovaj i pre nego sa Neymanom, o testiranju hipoteza razgovarao i sa W. Gossetom.

Nažalost, da bi razvio matematički pristup testiranju hipoteza, koji je potpuno konzistentan, Neyman je morao da se izbori sa problemom koji je i Fisher gurnuo pod tepih, a to je šta se podrazumeva pod verovatnoćom u stvarnom životu? U matematici je verovatnoća dobro definisana, ali kako ovaj apstraktni pojam povezati sa stvarnošću? Kako da naučnik interpretira rezultate statističke analize iskazane u jeziku verovatnoće kada pokušava da odredi šta je istinito a šta ne? Neyman je morao da poveže  $p$  – vrednost sa stvarnim životom. Za to je iskoristio pristup verovatnoći preko relativnih frekvencija.

Sa nivoom značajnosti  $\alpha$  dugom nizu eksperimenata, odbacićemo tačnu nultu hipotezu tačno u  $\alpha \cdot 100\%$  slučajeva. Danas je testiranje hipoteza najčešće korišćeni statistički aparat.

Fisher nije prihvatao Neymanove stavove, i do kraja života je često kritikovao njegov rad. Krajem šezdesetih godina dvadesetog veka David Cox je napisao oštru kritičku analizu korišćenja testiranja hipoteza u nauci, pokazujući da Neymanov pristup preko relativnih frekvencija ne odgovara onome što se u stvari radi. Osamdesetih, W. Edwards Deming napao je čitavu ideju testiranja hipoteza kao besmisleno. Jedan za drugim pojavljuju se radovi u statističkoj literaturi u kojima se pronalaze nove greške u Neyman – Pearsonovoj formulaciji problema, kakva se nalazi u udžbenicima.

1934. godine Neyman je u Royal Statistical Society održao predavanje pod naslovom “On the two Different Aspects of Representative Method”. Najvažniji deo nalazi se u dodatku, gde Neyman udodi intervalne ocene, odnosno intervale poverenja.

Pre Hitlerovog napada na Poljsku, Neyman jenapustio Evropu i otišao u Sjedinjene države, gde ja na Univerzitetu u Berkliju osnovao jedan od najvažnijih akademskih statističkih departmana. Okupio je i druge velike statističare, kao što su bili David Blackwell, Luciene Le Cam.

## Mocart matematike

Fisher nije bio jedini genij kada je u pitanju razvoj statističkih metoda u dvadesetom veku. Andrej Nikolajevič Kolmogorov, trinaest godina mlađi od Fishera je ima ogroman uticaj na razvoj teorije verovatnoće i matematičke statistike. Rođen je 1903. godine u južnoj Rusiji. S pet godina otkrio je da je suma prvih  $k$  neparnih brojeva jednaka kvadratu od  $k$ , a ovaj rezultat je objavljen u časopisu lokalne škole,

u kome su objavljeni i drugi njegovi rezultati, kao na primer: Na koliko načina je moguće zašiti dugme sa četiri rupe?

U četrnaestoj, Kolmogorov je iz enciklopedija naučio višu matematiku, dajući dokaze koji su nedostajali. U srednjoj školi izluđivao je profesora fizike, praveći niz perpetuum mobile mašina, u kojima profesor nije mogao da nađe grešku (koju je Kolmogorov pažljivo sakrio). Pre roka je završio srednju školu i sa sedamnaest godina u Moskvi se upisao na Univerzitet. Na poslediplomskim studijama iz matematike bilo je 14 predmeta, a završni ispit se sastojao od originalnog rada iz jednog od predmeta po izboru. Malo koji student je davao više od jednog rada. Kolmogorov je dao originalne rezultate iz svih 14 predmeta.

Kolmogorov je jedan od najvećih matematičara dvadesetog veka, koji je dao veliki broj originalnih rezultata u raznim oblastima nauke, a pri tome je, za dokazivanje pronalazio sasvim originalne metode i tehnike. Lakše je navesti oblasti matematike, fizike, biologije i filozofije u kojima Kolmogorov nije dao imao velik uticaj, nego navesti spisak oblasti u kojima je ostavio traga. Mora se takođe istaći njegov požrtvovan rad sa mladima.

Za statistiku su najvažnija njegova rešenja dva problema:

1. Matematičko zasnivanje teorije verovatnoće;
2. Rad na problemima koji uključuju zavisne podatke, odnosno na slučajnim procesima.

Kolmogorov se suočio sa problemom koji autor ističe tokom cele knjige, a to je:

*Šta znači verovatnoća u stvarnom životu?*

Pronalaženje odgovora na ovo pitanje je obično vezano za davanje realnog smisla Kolmogorovljevom apstraktnom prostoru verovatnoće. Sam Kolmogorov je izabrao drugačiji pristup. Kombinujući ideje iz zakona termodinamike, ranih radova K. Pearsona, radove vezane za teoriju informacija, rezultate o zakonima velikih brojeva P. Levija, dao je novi pristup teoriji verovatnoće, vezan za kompleksnost algoritama, ali ovaj rad nije stigao da završi, a niko drugi nije uspeo da nastavi njegov rad.

Frank Wilcoxon, hemičar, 1940., računajući t- testove, došao je do zaključka da outlieri veoma utiču na zaključke. Tražeći po literaturi, nije mogao da nađe odgovarajuće rešenje tog problema. Svoje rešenje tog problema podneo je štampu u Biometriku, verujući da će mu referent ukazati na odgovarajuće reference. U isto vreme ekonomist Henry B. Mann i diplomirani statističar D. Ransom Whitney su radili na sličnom problemu. Do Wilcoxonovog rada se verovalo da se sve test statistike moraju zasnivati na ocenama parametara raspodele. Međuti, novi test to nije zahtevao, odnosno bio je neparametarski test.

Na dva osnovna pitanja vezana za neparametarske testove dao je odgovor Edwin James Pitman sa Univerziteta u Tasmaniji:

1. Ako podaci imaju poznatu parametarsku raspodelu, koliko su dobri rezultati kao se primene neparametarske metode – neparametarske metode su skoro isto toliko dobre kao i parametarske
2. Ako se podaci ne uklapaju u parametarski model, koliko podaci moraju odstupati od parametarskog modela da bi neparametarski modeli dali bolje rezultate – već u slučaju malog odstupanja od parametarskih modela, neparametarski metodi daju daleko bolje rezultate.

## Pikaso statistike

John Tukey je rođen 1915. godine. Završio je studije hemije. Nastavio je poslediplomske studije na Prinstonu, gde je doktorirao 1939. Prvi radovi su mu bili iz topologije, gde je njegov najvažniji doprinos poznat kao Takijeva lema. Samuel S. Wilks ga je regrutovao za rad u statistici.

Tokom drugog svetskog rata, Tukey je radio u Fire Control Research Office na praktičnim problemima. Ovo iskustvo mu je kasnije koristilo u statističkim istraživanjima i navelo ga da ceni praktične probleme. Poznat je njegov aforizam: *Bolje je dati približan odgovor na ispravno pitanje nego tačan odgovor na pogrešno pitanje.*

Kao što Pikasov rad zadivljuje svojom raznovrsnošću - monohromatske slike, kubizam, oblici klasicizma, keramika, gde u svakoj ovoj oblasti uvodi revolucionarne izmene, slično impresionira raznovrsnost Tukeyvih doprinosa matematici.

Bavio se slučajnim procesima, gde je pronašao kompjuterske tehnike za analiziranje dugih nizova korelisanih podataka, poznate kao Fast Fourier transform.

U statistici uveo je exploratory data analysis, box & whiskers i stem & leaf dijagrame. Uveo je reči *bit* i *software*.

Takođe, sem vremenskih serija, bavio se linearnim modelima, generalisao je neke Fisherove rane radove, robusnim metodama. Gde god je ostavio svoj trag, statistika više nije bila ista.

#### W. Edwards Deming

1947 general Douglas MacArthur je postavljen za glavnokomandujućeg u pobeđenom Japanu. Naterao je Japan da prihvati demokratske principe i pozvao američke eksperte da edukuju Japance. Deminga su pozvali kao eksperta u statistici da pokaže Japancima “kako se radi u Americi”

Demingov rad je ostavio utisak na Ichiri Ishikawa, predsednika Japanese Union of Scientists and Engineers (JUSE), pa su ga pozvali da predaje statističke metode na seminarima organizvanim za različite japanske industrije. U to vreme made in Japan je značio jeftin, proizvod lošeg kvaliteta. Deming je šokirao slušaoce tvđenjom da se to može izmeniti za pet godina, previlnim korišćenjem statističke kontrole kvaliteta. Tako npravljen proizvod mogao bi da ima visok kvalitet i nisku cenu i da dominira na svetskim tržištima. Deming je posle pričao da su Japanci taj period skratili za dve godine.

U knjizi se spominju i mnogi drugi statističari. Posebno mesto imaju žene statističari, kao što su Florence Nightingale, kao i po njoj nazvana Florence Nightingale David, koja je radila sa K. Pearsonom. Tu su još Gertruda Cox i mnoge druge.

#### **Literatura:**

1. D. Salsburg: *The Lady Tasting Tea*, W.H Freeman and Company, 2001.
2. C.C. Heyde: E. Seneta, *Statisticians of the Centuries*, Springer-Verlag, 2001.
3. D. Gillies: *Philosophical Theories of Probability*, Routledge, Taylor & Francis Group, 2003.
4. E. Beltrami: *What is Random?, Chance and Order in Mathematics and Life*, Springer – Verlag, 1999.



Karl Pearson  
1857 – 1936



William Sealy Gosset  
1876 – 1937



*Ronald Aylmer Fisher, 1890–1962*

Ronald Aylmer Fisher  
1890 – 1962



Andrej Nikolaevič Kolmogorov  
1903 – 1987