

Nekoliko napomena o odnosu teorija i prakse matematičkog obrazovanja učitelja¹

Daniel A. Romano² i Vladan Todić³

Sažetak: Ovaj tekst je jedan od parcijalnih izvještaja o realizaciji projekta “*Establishing of Educations Levels in Mathematical Teaching in B&H – Ustanovljavanje obrazovnih nivoa u maematici*”, koji realizuje Naučno društvo matematičara Banja Luka. Oslanjajući se na višegodišnja iskustva u praktičnom radu sa studentima studijskog programa za obrazovanje učitelja, grupa istraživača je analizirala jedan broj problema sa kojima se studenti susreću u pripremanju i realizaciji hospitovanja (časova matematike) tokom svog školovanja. Izvještaj sadrži neke od zaključaka do kojih su došli istraživači u radu sa više populacija ovih studenata na dva univerziteta u Bosni i Hercegovini. Oni se odnose na studentsko razumijevanja i izbor konkretnih nastavnih alata zasnovanih na analizama nastavnih programa za matematiku za niže razrede osnovne škole u BiH.

Ključne riječi i fraze: Matematičko obrazovanje, konceptualni alati

Abstract: The study presented here is a part of ongoing research titled “*Establishing of Educations Levels in Mathematical Teaching in B&H*” realized by Scientific Society of Mathematicians Banja Luka, in which 'situated knowledge' and 'cognitive apprenticeship' form the framework that allows us to deal with the knowledge and the learning process of pre-service elementary school teachers. Our aim is to determine how student teachers use conceptual tools provided in a mathematics methods course. The search context of this paper is the curricular analysis of the surriculums and textbooks for the elemenraty schools students. Our research has shown the difficulty involved in using different conceptual tools to solve a proposed task. We have observed how, in situations in which the integration of conceptual tools has been achieved, the student teachers have found distinct features that lead to different decisions. This shows the professional relevance of such integration and points out the need of advancing in that research agenda.

Key words and phrases: Mathematics education, conceptual tools

Mathematical Subject Classification (2010): 97B50, 97C70, 97D40

ZDM Subject Classification (2010): B50, C30, C70, D20

1. UVOD

Teorija ili teoretisanje je bitan proizvod istraživačke djelatnosti. Veliki doprinos razvoju ove djelatnosti u području matematičkog obrazovanja dovelo je do razvijanja važnih pojmova, teorijskih okvira, modela i metodoloških alata. Naravno, odmah se pojavila potreba za usaglašavanjem različitih teorijskih pristupa u istraživanju. Serpinska i Lerman su, u svom članku “*Epistemologije za matematiku i matematičku edukaciju*” pokušali da predstave različite teorije koje postoje, ili su još uvijek u razvoju, u istraživačkom domenu matematičke edukacije (Sierpinska and Lerman, 1996). Osim toga, ICMI Studija (iz u 1998) potencirala je jedan broj važnih teorijskih pitanja, koje se odnose na ciljeve, objekte,

¹ Rad je dio šireg projekta „*Establishing of Educations Levels in Mathematical Teaching in B&H - Ustanovljavanje obrazovnih nivoa u matematici*“, koji realizuje Naučno društvo matematičara Banja Luka

² Pedagoški fakultet Bijeljina, Univerzitet u Istočnom Sarajevu, 76300 Bijeljina, Semberskih ratara bb. Bosna i Hercegovina, e-mail: bato49@hotmail.com

³ Pedagoški fakultet Bijeljina, Univerzitet u Istočnom Sarajevu, 76300 Bijeljina, Semberskih ratara bb. Bosna i Hercegovina, e-mail:

specifična teorijska pitanja kao i rezultate istraživanja u matematičkom obrazovanju (Sierpinska and Kilpatrick, 1998).

Sličan pokušaj je napravljen u istraživanju internacionalne grupe poznate pod kolokvijalnim nazivom PME⁴ (PME 26). "*Apstrakcija: Teorije o nastanku znanja struktura*", iako je bila više usmjerena na "*opis procesa tokom koje su nove strukture matematičkog znanja isplivale*" (Dreyfus and Gray, 2002).

Pitanje razvoja teorijskog okvira se pokazuje kao neodložan zadatak (i, naravno, dosta težak) u području matematičkog obrazovanja, jer fenomenu učenja se može pristupiti na različitim nivoima i sa različitim stajalištima. Fokus našeg interesa u poučavanju i učenje matematike, unutar i izvan školskih sistema, na različitim spoznajnim razinama, je, u principu, ograničen pa se može vidjeti da:

1. Istraživačka pitanja mogu se kategorisati na različite načine: prema matematičkim sadržajima, kognitivnoj razini i predmetu istraživanja ili cilju istraživanja (teorijski i praktično).
2. Postojeća istraživanja i teorijska znanja dolaze unutar ili izvan matematičke edukacije (matematika, povijest⁵, epistemologija, psihologija, sociologija, pedagogija, itd.).

Istraživanje u matematičkoj edukaciji koristi teorijske pojmove, okvire, modele analize i metodologije, posuđene iz drugih naučnih područja (tj. matematička psihologija koristi alate psihološkog istraživanja, socijalna interakcijske alate socioloških istraživanja, itd.).

Izučavajući ishode istraživanja kad su teorijski pojmovi i teorijski alati u pitanju možemo ustanoviti barem dvije važne pojave: korištenje jednog pojma sa različitim značenjima i izgradnja sličnih modela koje istraživači koriste paralelno.

Iako bi se moglo tvrditi da su ti fenomeni očekivani zbog složenosti pitanja o učenju matematike, očigledno je da korištenje loše determinisanih (ili polisemantičkih) pojmova i modela uvodi nastojanja istraživača matematičkog obrazovanja u prostore gdje i pored najbolje volje nije moguće očekivati potpunu preciznost u rezultatima istraživanja.

U ovom radu ćemo predstaviti dva primjera za predstavljanje važnosti jasno opisanih uslova i modela, koji se koriste u posebnim dijelovima istraživanja u cilju povećanja vjerovatnoće valjanosti rezultata istraživanja.

Ovi primjeri su:

(I) S obzirom na postojanje uslova s različitim značenjima, mi ćemo ispitati pojam "konceptije", koji se često spominje u literaturi. Ovaj pojam može se naći u velikom broju studija o "konceptualizaciji" i učenju unutar teorija matematičkog učenja i poučavanja.

(II) S obzirom na izgradnji sličnih modela, pokušavajući analizirati fenomen učionice, možemo se fokusirati na "društveno-matematičke norme", pojam koji bi trebalo da je u centru većine istraživanja o nastavnim situacijama pri poučavanju matematike u razredu.

Tekst je dio istraživanja u kojem su „raspoređeno znanje“ i „kognitivne sposobnosti“ oblici koji omogućavaju da se bavimo procesom znanja i obrazovanja u praktičnoj stručnoj nastavi osnovnoškolskih učitelja. Cilj je utvrditi kako studenti koriste konceptualne alate koji su prisutni u metodici matematike. Veći dio ovih istraživanja zasnovan je na rezultatima sagledavanja nastavnih programa, odgovarajućih udžbenika i praktičnog rada studenata. Istraživanje ukazuje na poteškoće u korištenju različitih konceptualnih alata u rješavanju navedenog zadatka.

Posmatrali smo kako su u situacijama u kojima su ostvarene konceptualne integracije alata studenti došli do različitih zaključaka koji su ih doveli do različitih odluka. To pokazuje profesionalnu relevantnost takvih integracija i ukazuje na potrebu usavršavanja u navedenom obrazovnom procesu. Napori posljednjih godina u artikulaciji matematičkog programa radi obrazovanja učitelja su naišli na mnoge probleme ali i na prilično neobična rješenja⁶.

Sa jedne strane, naša obrazovna tradicija u koordinaciji obrazovnih inovacija u poučavanju budućih nastavnika matematike nije dovoljno familijarna sa teorijskim istraživanjem i analiziranjem vlastitih iskustava unutar bilo koje teorije matematičkog obrazovanja. Sa druge strane, kompletno društvo nema dovoljno iskustva u tome da nastavnikovo učenje teorija matematičkog obrazovanj bi trebalo da bude obavezno cjeloživotno obrazovanje. Dalje, ne postoji kritična masa univerzitetskih nastavnika

⁴ International Group for the Psychology of Mathematical Education

⁵ Ovdje ističemo da se terminom 'Povjest' pokriva uzročno-posljedični niz događaja u nekoj oblasti, dok pod terminom 'Istorija' podrazumjevamo razumijevanje (i tumačenje) toka te Povijesti.

⁶ Na jednom broju studijskih programa za obrazovanje profesora razredne nastave (učitelja) matematičko-humanistički predmet „Metodika nastave matematike“ na prostoru prethodne Jugoslavije odgovorni nastavnici nisu matematičari ili edukatori matematike, već pedagozi. Nije baš jasno kako se takve osobe bave istraživanjem domena u koji niso dovoljno upućeni.

matematike i metodike matematike, i realizatora nastave matematike, u BiH, koja bi bila u moći da izgradi konceptualne okvire za shvatanje procesa „učenjem do podučavanja“, unutar kojih bi bile moguće generalizacije nagomilanog iskustva. U tom smislu, između teorije i prakse pokušava se uspostaviti dijalektički odnos obrazovnih inovacija i istraživanja u obrazovanju nastavnika. Informacije dobivene iz analiziranja istraživanih fenomena pružaju elemente za početak izgradnje teorijskih okvira.

U kontekstu „učenjem do podučavanja“ matematike mora se voditi računa da je identifikacija nastavnih sadržaja jednako važno kao i način na koji se oni realizuju u metodičkoj praksi. Korištenjem teorijskih informacija iz matematičkog obrazovanja i istraživanja, konceptualno znanje postaje operativno rješavanje zadataka, posebno dizajnirano kako bi se artikulisao proces učenja u podučavanju matematike.

Cilj je postići usklađenost sa teorijom koja „raspoređena znanja“ i „kognitivne sposobnosti“ uzima kao sredstvo koje omogućuje da se bavimo procesom učenja studenata (Collins et al. 1989; Garcia, 2000, in press, Llinares, 1994, 1999).

Zajenički rad između teorije (istraživača) i prakse (učitelja matematike) ima specifične karakteristike u ovom istraživanju, jer se njihove uloge izmjenjuju ovisno o određenju cilja istraživačkog projekta.

2. PRISTUP U KARAKTERIZACIJI PROCESA „UČENJEM DO PODUČAVANJA“

Praktična stručna nastava studenata je proces tokom kojeg znanja i načini razmišljanja sličnim stručnjacima bi trebalo da budu stečena. Neki elementi koji karakterišu ovaj proces su:

- Dešava se kroz aktivno sudjelovanje u determinisanju „autentičnih aktivnosti“ (Brown et al, 1989),
- Učenje se temelji na sudjelovanju podučavanih u različitim aktivnostima uz pomoć edukatora,
- Djelatnost dobija puno značenje korištenjem prethodno stečenog znanja,
- Sudjelovanje u različitim aktivnostima može povećati ili izmijeniti navedene koncepte, i
- Društvena praksa je sastavni dio učenja.

Prema Hanksonovom predgovoru u „Lave and Wenger“ (1991), „Ovaj centralni koncept (legitiman perifernom sudjelovanju) označava poseban način angažovanja studenata koji su sudjelovali u praksi ali samo u ograničenom stepenu i sa ograničenom odgovornošću za konačan proizvod u cjelini“. Ono se odvija u „zajednici prakse“ nastavnika matematike. Potrebno je da studijski programi obrazovanja studenata osiguravaju sredstva kako bi ih tretirali kao ('približno') ravnopravne članove te zajednice. Zajednice se opisuju kroz „okruženja za učenje“, definisano sljedećim elementima: relevantnim zadacima, aktivnim sudjelovanjem u zadanom kontekstu, grupnom radu, razmatranju prethodnog znanja, uvjerenja i specifikacija procesa razmišljanja (Llinares, 1999, 2002; Garcia, 2000).

Sastavnom dijelom ovog znanja smatra se stalna upotreba novih znanja, te obrazovanje učitelja treba shvatiti kao kontinuirano učenje. Proces učenja budućih učitelja trebao bi, od matematičara, istraživača matematičkog obrazovanja ali i od osoba koje imaju znatan uticaj na to obrazovanje, biti posmatrana kao „vrlo specifičan reproduktivni ciklus“ (Lave and Wenger, 1991) u kojem je znanje integrisano u aktivnosti.

3. NEKE IMPLIKACIJE U OBRAZOVANJU UČITELJA

Obrazovni program „Didaktika⁷ u matematici kroz upoznavanje sa savremenim teorijama matematičkog obrazovanja, mogao bi bit shvaćen kao proces uvođenja praktične stručne nastave učitelja u stručnu i istraživačku praksu akademsku zajednice matematičara, istraživača matematičkog obrazovanja i edukatora matematike (na svim nivoima). Biti osnovnoškolski učitelj matematike znači sticati razumijevanja o matematici, sticati znanja o didaktici matematike, i sticati razumijevanja kako i zašto se dosezanje nastavnih ciljeva u matematici odvija na tako specifičan i složen način. To takođe znači, sticati znanja o korištenju „alata“ nastave kao sto su: planiranje, procjenjivanje, odabir i/ili konstruisanje zadataka, odabir udžbenika i nastavnih materijala itd. Međutim, pojam „alat“ ne označava samo fizički objekt, već njegovo značenje uključuje i zaključivanje koje omogućava uticaj interakcije unutar pomenute zajednice. U ovom kontekstu takvi alate klasifikujemo kao tehničke i kao konceptualne alate. Tehnički alati su oni koji su u „praksi“, kao što je nastavni materijal, a konceptualni alati su

⁷ Termin 'Didaktika matematike' je njemački sinonim za naš termin 'Metodika nastave matematike'.

shvaćanje koncepcija i teorijskih konstrukcija koje su od velikog značaja za istraživanje matematičkog obrazovanja učitelja jer vode do razumijevanja matematike (Llinares).

Sa ovog aspekta ovaj program je artikulisan u zadacima koji imaju značaj za komponente znanja potrebna za podučavanje matematike (Sanchez, 1997). Djelatnost postaje srž procesa učenja, koje se smatra kognitivnim procesom u obavljanju poslova (Llinares, 2002) i koji su slični onima koje realizuje nastavnik matematike ali samo bez odgovornosti koju taj nastavnik ima (Garcia, 2000). U odnosu između mišljenja i učenja, studenti bi trebalo da budu upućeni u konceptualna znanja kao konceptualni alat stečen iz istraživanja, kao što su informacije o matematičkim pojmovima, procesu učenja i tome slično.

Predstavljena studija je dio istraživanja koji za cilj ima ustanoviti koliko studenti učiteljskog programa koriste konceptualne alate u analizi nastavnih programa (koje u našem slučaju propisuje Ministarstvo prosvjete i kulture Republike Srpske) i udžbenika (koje takođe odobrava isto ministarstvo) kao jednog od zadataka u procesu nastave a u ovom slučaju i glavnom „sredstvu“ istraživanja. Teorijski element ove studije jeste korištenje konceptualnih alata u analizi nastavnog programa. Iz čega je shvaćeno da istovremeno postavljeni različiti alati, interakcija, komunikacija i stečene informacije dovode do razumne odluke. Konkretno, analiza kurikuluma se usredotočuje na aritmetičke probleme unutar aditivnih i multiplikativnih struktura u uređenog poluprstena prirodnih brojeva i uređenog prstena cijelih brojeva u nastavnim programima i obaveznim udžbenicima za osnovnu školu.

Studenti učiteljskog programa su u kontaktu sa konceptualnim alatima izloženim u jednom broju istraživačkih /naučnih članaka, videa i informacija koje im daju njihov nastavnik i saradnik, a upravo ti alati uključuju razne probleme aditivnih i multiplikativnih struktura i omogućavaju različite perspektivne analize (Vergnaud (1991), Nesher (1992)).

Teškoće u učenju povezane sa navedenim problemima se očituju u korištenju matematičkih simbola tj. elementima koji se pojavljuju kao osnova u ostalim aspektima koji su vezani uz razmatrane probleme. Naime, riječ je o pokušaju da se vidi kako studenti koriste konceptualne alate u obavljanju stručnih zadataka, odnosno analize nastavnih programa i udžbenika.

4. METODOLOGIJA

Prema Okvirnom nastavnom planu i programu za devetogodišnju osnovnu školu, ciljevi nastave matematike razvrstani su u tri kategorije:

(1) *Ciljevi znanja* (pod tim se, na primjer, misli na usvajanje i razumijevanje geometrije i aritmetike i rane algebra),

(2) *Razvijanje vještina i sposobnosti* (pod tim se, na primjer, misli razvoj i usvajanje induktivnog mišljenja, induktivnog i analognog zaključivanja, različitih načina matematičkog izražavanja i komunikacije) i

(3) *Razvijanje spoznaja o društvenim vrijednostima* (pod tim se, između ostalog, misli na uvažavanje argumentacije, razvoj sposobnosti procjenjivanja svog i tuđeg rada, ovladavanjem kritičkog mišljenja i zaključivanja u donošenju različitih odluka).

Sasvim prirodno se pojavljuju pitanja: Kako studenti razumiju ciljeve nastave matematike? Koje konkretne nastave zadatke bi trebalo raditi da bi se dosegli pomenuti ciljevi? Kako se ti izabrani nastavni zadaci efektivno planiraju, realizuju i obrazlažu u učionici?

Sudionici: U istraživanje je uljučeno 130 studenata učiteljskog smijera, sa različitih studija metodike matematike. Bili su podjeljeni u 5 grupe, po 25 studenata u svakoj grupi. Svaka grupa diferencirana je u dvije podgrupe sa 12-13 studenata

Zadaci istraživanja: Dva različita elementa su bila korištena kao izvor podataka u istraživanju:

1. Sastaviti listu aditivnih i multiplikativnih problema učionice,
2. Analiza nastavnih sylabusa iz matematike za niže razrede osnovne škole, i
3. Analiza odobrenih udžbenika iz matematike za niže razrede osnovne škole.

Predstavljeni problemi: Pet grupa, sa različitim problemima, bilo je formirano. Pet od problema su bili problemi u aditivnim strukturama uređenog poluprstena prirodnih brojeva ($\mathbb{N}, +, \cdot, \leq$) i uređenog prstena cijelih brojeva ($\mathbb{Z}, +, 0, \cdot, 1, \leq$) a ostalih pet pitanja bila su vezana za multiplikativne strukture pomenute dvije algebarske strukture. Zatim je slučajnim redosljedom predstavljeno 10 novih problema koje su studenti morali prepoznati. Naša namjera je bila da studenti sve zadatke / pitanja / probleme pojedinačno analiziraju i objasne koristeći konceptualne alate.

Zadatak: Pitanja i zadatke smo birali iz odobrenih udžbenika matematike i pripadajućih zbirki zadataka za niže razrede osnovne škole ali smo ih adaptirali za naše potrebe.

Budući da odabrani tekstovi nisu temeljito analizirani, neke razlike su uzete u obzir:

- (a) Uključivanje ili izdvajanje određenih karakteristika koje odgovaraju osnovnoškolskoj praksi predmeti revizije, rekapitulacija i sl.)
- (b) Uključivanje ili izdvajanje ilustracija u upoznavanju sa konceptualnim alatima, i
- (c) Integracija sadržaja (drugih predmeta ili matematičkih tema).

Nastavni programi matematike za niže razrede osnovne škole (okvirni iz BiH, Republike Srpske, Srbije i Hrvatske) kao i odobreni udžbenici su pregledani i sve stranice koje se odnose na aditivne i multiplikativne strukture su bile predmet analize. Trebalo je da studenti umiju izabrati zadatke uz udžbenika / zbirki zadatka za svoje učenike, ili da ih sami konstruišu. Trebalo je da ponude promišljanja (oslanjajući se na saznanja i stečena razumijevanja domena metodike matematike i matematičkih znanja neophodnih realizatorima nastave matematike) na nekoliko pitanja vezanih za prosmatrane varijable. Neki od njih bila su: „Na čemu se temelje vaše odluke? Da li se slažete sa sadržajem? Slažete li se sa organizacijom prezentiranog sadržaja i sl.“ Trebalo je da zadatci budu rješivi za učenike nižih razreda osnovne škole, što je istraživačima omogućilo da naprave bar jednu identifikaciju različitih referenci budućih realizatora nastave matematike u našem odgojno-obrazovnom sistemu. Iako je zadatak bio predstavljen u učionici, studenti su mogli raditi i izvan nje i vremenski koliko im je potrebno. U skladu sa navedenim perspektivama, zahtjevano je da se zadaci izvode u grupama. Završetkom izrade zadatka svaka grupa je davala izvještaje u kojima su bili prikupljeni svi odgovori uključujući i argumente koji su ih doveli do njihove konačne odluke.

Podaci analize: Pojedinačni odgovori vezani za identifikaciju problema bili su kategorisani na osnovu da li student ima identificovani tip strukture. Kad je identifikacija bila tačna, procjenjivali smo da li je ta identifikacija donešena na osnovu teorijskih informacija i/ili konceptualnih alata.

Izveštaji su analizirani sljedećim induktivnim procesima: jedinice analize identifikovane su unutar odgovora različitih skupina koje su razvrstane u sljedeće cjeline:

- (1) Navedene kriterije;
- (2) Osnovne elemente;
- (3) Prisutnost teorijskih informacija o tim elementima;
- (4) Teskoće (ako postoje) u upoznavanju sa tekstovima;
- (5) Uspostava (ili ne) odnosa između tipova problema; i
- (6) Odnos sa sadržajem.

Na temelju toga, karakteristike za svaku grupu bile su:

- Grupe studenata koje su svoje odgovore temeljili na prethodnim iskustvima (iz škole, predhodne akademske godine);
- Grupe studenata koje su identificovale alat ali ga nisu navele kao odlučujući element;
- Grupe studenata koje su koristile i identificovane alat; i
- Grupe studenata koje su identificovale i koristile konceptualne alate, uključujući odnose među njima.

5. ANALIZA REZULTATA

5.1. Pojam 'konceptije'

Pojam "konceptije" često je korišten u relevantnoj literaturi (Thompson, 1984) sa raznim višestrukim značenjem, barem od 1984. U sljedećim recima, napravljen je pokušaj da bi se predočio smisao vezan za ovaj pojam različitih istraživača.

(A) U prvom korištenju, termin "konceptija" se koristi za označavanje različitih višestrukih pristupa (izrazi i značenja) matematičkog koncepta. Tako, u jednom broju naučnih radova, termin "poimanja" je upotrebljen za razlikovanje između različitih aspekata matematičkog koncepta, a u skladu sa svojim definicijama i kontekstom u kojem se pojavljuje. Sljedeći citat daje koji daje primjer ove uporabe, preuzet je iz Selden i Selden-ovog članka (1992) "*Istraživanje perspektiva konceptijskim funkcijama*": *Analizirajući pojam "funkcija", po domenu u kojem se pojavljuje (skup teorija, račun, matematičkih struktura, vektorski prostori) i njegova uloga u kontekstu (opis odnosa, rad na strukturi, transformacija, objekt set), autori tvrde da postoji nekoliko konceptija o "funkciji", jer "funkcija se može promatrati kao skup uređenih parova, dopisivanje, graf,zavisna varijabla, akcija, procesa ili objekta (entiteta)" (str.4).* Budući da se riječ "konceptija" odnosi na definiciju funkcije i kontekst u kojem se pojavljuje, moglo bi

se tvrditi da ova upotreba pojma izražava razlike u matematičkoj prirodi koncepta i/ili koncepta kategorije kojoj pripada (skup, dopisivanje, odnos, itd.).

(B) Drugi pristup: termin je upotrijebljen radi identifikacije razlike između značenja koji studenti izgrade o matematičkom konceptu i samom konceptu. To se odnosi na znanje pojedinca o konceptu, obično pogrešnom ili ograničenom. U ovom slučaju, izvedeni izrazi, kao što su "zablude" su također korištene.

Rad Breidenbach-a (1992) može biti citiran kao primjer ove vrste uporabe pojma "konceptija". U svom članku, autor opisuje kao "objekt konceptije" (str. 253-254) primjere studenata o funkcijama kao što su " $f(x)$ = neki algebarski ili trigonometrijski izrazi". Tamo se objašnjava da te konceptije ne "predstavljaju faze u razvoju koncepta funkcije, već, umjesto toga, različite načine razmišljanja o funkcijama" (str. 253), pozivajući se na pojam značenja koji studenti prilažu "funkcijama". Breidenbach-ova istraživanja vezana su uz Dubinsky-evom i Harel-ovom (1992) pristupu koncepta funkcije, koji "prihvata uslove pre-funkcija, akcija, procesa i objekta konceptije, za opisivanje funkcije začeca" (str. 85). Ovaj pristup pridaje isto značenje za ovaj pojam.

Slična upotreba pojma "konceptije", može se pratiti u procesno-objektnoj teoriji, u koji Anna Sfard (1992), s obzirom na "ontološku dvojnost matematičke zamisli ... u vezi formiranja takvih [matematičkih] pojmova kao broj, skup ili funkcij" (str. 59), identifikuje, posredstvom učeničkih odgovora, tri kategorije konceptija za pojam funkcije: operativna konceptija, strukturalna konceptija i pseudo strukturalna konceptija.

U istom kontekstu, drugo značenje izraza "konceptija" može se prepoznati. U teoriji konceptualnog polja, Vergnaud (1991, 1994) smatra "konceptiju" kao ekvivalent za pojedinačne misaone konstrukcije. Balacheff i Gaudin (2002) dali su formalnu definiciju "konceptije" kao četvorke (P, R, L, $_$), u kojem je P skup problema, R skup operatora, L zastupanje sistema i $_$ upravljački sistem. U ovom pristupu, smatra se znanja "kao skup konceptije, koji se odnose na isti sadržaj reference i koncepta, kao skup svih znanja, dijeleći isti sadržaj" (str. 18) su prihvatljiva. Prateći njihove analize, znanje se može smatrati kao projekcija koncepta uma pojedinca, ekvivalent mentalne konstrukcije koncepta pojedinca, iako, "konceptija" koja je "primjer predmeta u situaciji" (str.19), ne karakteriše samo predmetno znanje, nego isto tako predmetno-središni sistem u situaciji.

U navedenom citatu, istraživači koriste termin "konceptije" u njihovim pristupima, koji se odnosi na znanje pojedinca. Dubinsky i Sfard ga upotrebljavaju da bi utvrdili razlike u matematičkoj prirodi i ulogu odgovarajućeg intelektualnog razvoja, bilo u vezi s određenim matematičkim konceptom ili za sve matematičke pojmove (konceptualizacije). Vergnaud, s druge strane, upotrebljava termin kako bi se tačno mogla odrediti razlika i parcijalnost pojedinih znanja o naučenim pojmovima, u odnosu na sam naučni koncept, dok Balacheff i Gaudin ga upotrebljavaju da bi prepoznali pojedina znanja u određenim situacijama.

(C) Jedan drugi način korištenja pojma "začeca" se odnosi na pojedinca i znanje, ali izražava razlike u načinima kako osoba zamišlja epistemološke i strukturne elemente matematike. Primjer te vrste korištenja može se pratiti kod Anne Sierpinske (1992), gdje autorica naziva "konceptiju" pojedinca djelomično ili pogrešno znanje o konceptu, kao što su "konceptije funkcije" (str. 46, 49), "konceptije koordinate" (str. 51), "konceptija graf funkcije" (str. 52), "konceptija varijable" (str. 55). No, ona također identifikuje, ideje studenata, "konceptije definicije". Kao što ona objašnjava u istom članku, za studente, "definicija je opis objekta drukčije od onoga što je poznato kao čula i uvid. Definicija ne određuje objekt; radije objekt određuje definicija ..." (str. 47). Dakle, ona povezuje pojam "konceptije definicija" sa nepotpunim načinom i/ili sa ograničenim razumijevanjem nekog nematematičkog koncepta, nego i epistemoloških i strukturnih elemenata Matematike.

(D) Na kraju, iz starijih radova, pojam "poimanja" je bio upotrijebljavan kao sinonim riječi "ideja" ili "vjerovanja", opisujući opšta uvjerenja učenika i nastavnika o matematici i učenja matematike. Na primjer, u 1992, Thompson je predstavio tvrdnju da "učenici uče bolje slušajući učitelja i odgovaranjem na vlastita pitanja" (str. 111) kao "konceptiju" o učenju matematike, a Borasi (1990) je pisao o "učeničkoj konceptiji za matematiku i prirodi njihovih očekivanja, ... jer su njihova uvjerenja duboko ukorijenjena, ...da bi promijenili konceptije" (str. 175-176).

Mi, u ovom tekstu, u pravoj aproksimaciji, opredijelili smo se za korištenje termina "konceptija" u smislu da je to način razumijevanja i učenja Matematike.

Rezimirajući sve ovo, može se tvrditi da sistemsko proučavanje literature otkriva da istraživači koriste termin "konceptije" misleći pri tom na različite a ponekad i suprotne elemente:

- matematičkih pojmova, ali i epistemološke elemente ili opšte ideje o prirodi matematike;

- specifične koncepte, ali također i svih matematičkih pojmova;□
- sadržaj matematike, ali i matematičko znanje;□
- znanje pojedinca, ali i znanje na koje se može gledati na kolektivno znanje grupa.

Ove višestruka korištenja značenja pojma dovela su do nekoliko pitanja o prirodi "konceptije":

(a) Da li su oni elementi konceptualnog znanja i/ili procesa□ konceptualizacije (psihički konstrukti individue) ili alati u analizi učenja (istraživački konstrukti)?

(b) Jesu li povezani s određenim matematičkim pojmovima (kao što je funkcija, broj□, itd.) ili se mogu opisati pomoću drugih elemenata za matematiku (definicija, polja, uloge)?

(c) Koji od navedenih značenja se pripisuje razvoju□ drugih uslova izražavanja neadekvatnog ili ograničenog ili djelomičnog znanja pojedinca, kao što je "koncept-lika / koncept-definicije" (Vinner 1992), "utjelovljen svijet / proceptualni svijet / formalni svijet" (Tall, 2004)?

Već se ranije tvrdilo da polisemantika pojma "konceptije" odražava složenosti matematike i matematičkog znanja. To se izražava i odnosi na više pristupa i aspekata koje matematički koncept može imati, ovisno o cilju njihove uporabe, kontekst u kojem je primijenjena i načinu njegove gradnje i evolucije. Podučavanje i učenje matematike nosi istu složenost (više značenja aspekata i pristupa). Dakle, ovu polisemantiku moglo bi biti moguće objasniti postojanjem višestrukih temeljnih teorija o matematičkom učenju i razilaženju epistemološke perspektive o tome šta predstavlja matematičko znanje.

Ali još uvijek ostaje pitanje: Zašto isti termin mora biti iskorišten? Mogao bi biti podržan da zadovolji istraživače u razjašnjavanju značenja pojma.

5.2. Analiza aspekta 'socio-matematička norma'

Razvoj modela analize didaktičkih pojava u matematici u učionici se pokazala da kao vrlo zahtjevan posao. U ovom dijelu ćemo pokušati ispitati različite modele, kao što su oni prikazani u relevantnim člancima i knjigama. Na temelju istraživačevog objašnjenja, nastojimo pronaći neka pitanja koja predstavljanje ovih modela stavlja u važniju poziciju.

Modeli analize razredne aktivnosti pokušavaju objasniti prirodu nastave i učenja, koje se odvija u učionici i protumačiti značajne aspekte nastave i situacionog učenja. Pretpostavka da je nešto različito, sa didaktičkih stajališta, događanje u učionici matematike dovelo je mnoge istraživače da pridonesu prvom planu određene prakse i fenomene, koji su povezani s matematikom. Važan model takve analize se temelji na onom što se zove "norma", "učionica normi", "matematičke norme", "društvene norme", "socio-matematičke norme", itd.

Sljedeći citati predstavljaju kako su autori razumjeli i determinisali pojam "norme". Yackel (2001) objašnjava da "norma ne predstavlja pojedinačni već kolektivni pojam. Jedan od načina za opisivanje normi, u našem slučaju, učioničkih normi, jeste opisati očekivanja i obaveze koje se konstituišu u učionici. ...Činjenica je da studenti očekuju da njihova razumijevanja budu prihvaćena kao društvene norme, dok razumijevanje onoga, što se procjenjuje kao prihvatljivo matematičko objašnjenje, bude socio-matematička norma" (str.6). Analizirajući društvene norme, Cobb (1998) pojašnjava da "... (oni) uključuju objašnjavanje rješenja, pokušavaju dati smisao objašnjenju dano od strane drugih, pokazujući razumijevanje ili nerazumijevanje, ispitivanje jasnih pitanja te artikulisanje alternative, kada razlike u interpretacijama postanu očite". Ipak, "Te norme, treba istaći, nisu specifične za matematiku, ali se primjenjuju na bilo koju temu materije prostora" (p.34). Međutim, procjenjuje se, studij matematike u učionici iznio je na svjetlo potrebu uvođenja u društvene norme karakteristike koje su specifične za matematiku. Socio-matematičke norme uključuju "... ono što se procjenjuje kao različita matematička rješenja, kao i sofisticirana matematička rješenja, efikasna matematička rješenja i matematički prihvatljivo rješenje... analiza socio-matematičke norme je pomogla da se shvati proces kojim su nastavnici njegovali učenički razvoj onoga što se može nazvati matematičko raspolaganje" (p.34).

Sullivan i Mousley (2001), prilagođavajući ovaj okvir specifičnostima matematičkih učionica, identifikovali su dvije komplementarne norme djelovanja. Nazvane su prve "matematičke norme", koje se odnose na "principe, generalizacije, procese i proizvode, koji čine osnovu nastavnog programa matematike". Dok se drugi, pod nazivom "socio-kulturne norme", odnosi na "uobičajene prakse, organizacijskih rutina i načine komunikacije, koji utječu na pristupe učenja koje nastavnici izaberu, vrste reakcija koje vrednuju, njihove stavove o legitimnosti znanja, odgovornost za pojedine učenike i njihovo prihvaćanje rizika i pogreške". Ovi pristupi normi u učionicama i njihovu specijalizaciju ka matematici

pokazuje potreba za povećanjem odnosa između opšteg modela i matematike (ovo treba pretvoriti društvene norme u socio-matematičke norme). Ipak, ova adaptacija otvara važna pitanja:

- Ko odlučuje o legitimnosti znanja? Šta se procjenjuje kao prihvatljivo matematičko objašnjenje u učionici matematike?

- Kako se oblikuju matematičke norme? Pomoću školskog programa, njegove realizacije u učionici, kako se učitelji koriste njime? I, govoreći o nastavnim programima, nije li neohodno ispitati didaktičke transformacije matematike (sadržaj, priroda, epistemološke karakteristike škole matematike, itd.), kao što je objelodanio Chevallard (1985)?

- Ako društvene norme stvore bitne veze između pojedinaca ili grupa (recipročnih očekivanja i obveze, što se očekuje od učitelja, učenika, koji su u interakciji), nije li isto tako prijeko potrebno da se proučava znanje proizišlo iz ove interakcije, koja nas, opet, vodi natrag na matematička značenja razvijena iz nje?

- Konačno, da li napor da spojimo ove elemente koristeći model socio-matematičkih normi opet stavlja socijalne aspekte u prvi plan? Drugim riječima, nije li legitimitet proizvedenog znanja i onog što se procjenjuje i prihvata kao Matematika, rezultat interakcije u učionici koja daje značajnu ulogu onome kako nastavnik obrađuje ovo znanje?

U nastojanju da se opravda ovo zadnje pitanje predstavimo primjer koji koristi Yackel (2001). U ovoj epizodi, učitelj je intervenisao na učeničko rješenje jer on/ona je odlučio/la da drugi učenici ne bi razumjeli i ustanovio/la da je isto tako želio obezbijediti buduće poučne potrebe. Cijela situacija je bila usmjeren na značaj (matematičkog) "objašnjenja" koje uključuje "eksplicitne i implicitne pregovore" u učionici, kao "da značenje prihvatljivih matematičkih objašnjenja nije nešto što može biti naglašeno unaprijed da bi ih studente znali "primijeniti". Umjesto toga, formirano je i kroz interakcije sudionika u učionici" (str. 6).

Ali, nije li ova učiteljeva intervencija zapravo uništavanje osnovnih karakteristika dosezanja do matematičkih karakteristika? Ispitivanjem navedenih elemenata (barem na osnovu dostupnih primjera i objašnjenja), može se vidjeti da sva ova pitanja se tiču matematičkih aspekata za proučavanje fenomena. Ako je to slučaj, prirodno se pojavljuju slijedeća pitanja:

1. "Socio-matematičke norme" obuhvataju sve elemente matematičke aktivnosti ili samo neke određene procedure (opravdanje, provjera valjanosti, problem rješavanja itd.)?
2. Koje indicije imamo da je organizacija tih normi regularni element matematičkih aktivnosti u učionici? Da li termin "norme" ima različita značenja iz prakse, navike i sl., a ako je tako, u čemu je razlika?
3. Napokon, šta je i kakav je uticaj tih normi na matematičko znanje?"

U stvari, glavno pitanje je da li taj pristup može podržati identifikaciju, opis i analiza didaktičkih pojava u učionici matematike, kao i novih ili dobro prilagođenih modela koji dolaze iz dodirnih disciplina.

U nastojanju da pobije ovaj zahtjev, Brousseau (1997) predstavila model koji je ustvrdio da pokriju interakcije u učionici, ali je specifičan za matematička znanja: "Tada je formiran odnos koji se rezultira posebno na neke mjere, ali uglavnom implicitne-koje će svaki partner, učitelj i učenik imati u odgovornosti za upravljanje i na jedan ili drugi način će biti odgovorni za druge osobe. Ovaj sustav međusobne obveze nalikuje ugovoru. Brousseau nastavlja, "da je dio ovog ugovora, koji je specifičan za 'sadržaje', cilj matematičkog znanja" (str. 31).

Ova definicija se može smatrati vrlo blizu sa socio-matematičkim normama. Međutim, unatoč bliskosti ova dva modela, pokušaj otkrivanja sličnosti i razlika među njima može se pratiti u literaturi. Zar to ne bi bilo potrebno za dva modela istog fenomena? Ovo će otkriti njihove granice, te će stoga omogućiti iskorištavanje njihove produktivne eksploatacije u daljnjem istraživanju.

U nizu studija (Kaldrimidou et al., 2000, Tzekaki et al., 2002), pokušalo se analizirati fenomeni podučavanje i učenja uz model matematičkih i socijalnih (čak i društveno-matematičkih) normi. Publikovani izvještaji mnogih istraživača otkrivaju važno uzajamno dejstvo između epistemološke organizacije matematičkih sadržaja i organizacija matematike u učionici. Tačnije, u tim studijama, koje su posebno fokusirane na načine na koji se nastavnici snalaze u izgradnji značenja u učionicama matematike (to jest, o načinima na koje su u mogućnosti rukovati epistemološkim karakteristikama matematike i baviti se učeničkim radom i pogreškama) i na komunikacijske obrasce koje koriste, čini nam se, napokon smo uspjeli formirati hipotezu da upravljanje matematičkim sadržajem često iskrivljuje matematička značenja i da to ima znatan dijalektički uticaj na komunikacijsku praksu.

Treba naglasiti da je konceptualni alat u vezi sa različitim tipologijama i perspektivama analize problema aditivnih i multiplikativnih podstruktura u aritmetici i ranoj algebri, bio samo instrument kojeg su studenti čini se, najbolje prepoznali. Istraživanje je pokazalo teškoće u uspostavljanju odnosa između različitih konceptualnih alata, što dovodi do problema u rješavanju zadataka. Taj proces, generacijama baziran na logičkom učenju, dobija važnost nakon što je usvojen jer je veoma važan za studente učiteljskog smijera. Program za konfiguraciju kroz stručne poslove omogućava studentima da izrade koncepte, ideje i načine razmišljanja u procesu rješavanja tih zadataka. To podrazumjeva korištenje znanja a ne predpostavljeno znanje koje se već tradicionalno primjenjuje u nekim programima obrazovanja budućih učitelja. Smatramo da jedan od ciljeva za buduća istraživanja u matematičkom obrazovanju učitelja treba da bude potraga za stručnim poslovima koji se mogu uvrstiti u programe obrazovanja studenata kao i poticaj za upotrebu konceptualnih alata.

5.3. Problem skrivenih pretpostavki

Jedna od najvažnijih pretpostavki za komunikaciju između različitih (i unutar istog) okvira je činjenica da je svaka teorija povezana sa više-manje eksplicitnim pretpostavkama o dosta velikom broju epistemološkim, metodološkim, filozofskim a ponekad i filološkim pitanjima.

Priroda matematičkog znanja

Podsećajući se na djelo Hansa Georga Steinera (1987), Günter Törner i Barath Sriraman naglasili su da je među svim utemeljenim pretpostavkama bilo kog teoretskog pristupa, ona srodna prirodi matemačkog znanja mogu djelovati kao najfundamentalnija, što predstavlja elaborat doprinosa (vidi Törner / Sriraman 2007) Iako je odabrana matematička epistemologija ključni element bilo kog pristupa, takođe je važno, kao što Steiner ističe, shvatiti ih ne kao „vjerovanje“ ili „normu“ koju treba pratiti, već kao naučne modele koji će evolirati i biti modifikovni u skladu sa njihovom produktivnošću u objašnjavanju didaktičkih fenomena. Step en elaboracije specifičnih epistemoloških modela (ili matematička filozofija) takođe diferencira matematičke eudkacijske pristupe od onih, opštijih, koji polaze od psiholoških ili socijalnih perspektiva. Ne samo da su Törner i Sriraman nastojali da se prihvati ovaj nivo upoređivanja između teorija, kao i drugih studija, pokazali su da pretpostavke o prirodi matematičkog znanja izgleda da predstavlja ključnu tačku za nalizu sličnosti i razlika između ovih pristupa.

Individualno-socijalni i uzajamni izazov konstruktivizmu

Još jedan važan nivo osnovnih pretpostavki tiče se prirode znanja i učenja. Da li je konstruisano znanje individualno ili socijalno? Na CERME-u 4, o ovoj razlici je diskutovano kao o važnom aspektu koja, čini se, može učiniti integraciju teorija nemogućom (vidjeti Artigue i saradnike 2006). Nedavno smo vidjeli pokušaje nove konceptualizacije individualno-socijalne uzajamnosti: Doodley je predstavio studiju o konstrukciji podijeljenog znanja bez teorija o socijalnom učenju, Kidron i saradnici su predstavili združeni rad sa upoređivanjem različitih uloga koje socijalna interakcija može odigrati u okviru tri različite teorije. Na kraju, i Radford je uputio izaziv konstruktivizmu dizajnirajući „kultutralnu teoriju učenja“.

5.4 Proširivanje teorija na više nivoa

Radovi Jaworskog i Goodchilda su dobri primjeri kako proširiti obim date teorije kako bi se prihvatili širi i kompleksniji fenomeni kao što je veza između nastave-učenja prakse i istraživanja. Dok se Goodchild fokusira na upotrebu praktične teorije aktivnosti na analizu procesa učenja didaktičkog tima, na razvoj istraživačkog projekta, Jaworski proširuje praksu socijalne teorije na analizu prakse praktičnog učenja i predavanja.

U jednom drugom okviru, koji je takođe posmatran, na predavanje i učenje matematike gleda se kao socijalnu praksu zajednice. Wozniak ilustruje kako analiza predložena od antropološke teorije didaktike proširuje obim i prirodu proučavanog fenomena. Uzimajući u obzir obim i dubinu učenje statistike u školskim sistemima kao i poteškoće uključivanja učenja statistike u obaveznom dijelu obrazovanja, analiza pokazuje opšta ograničenja od različitih nivoa determinacije kao što su status statistike u okviru matematike do ponovnog uključivanja statistike u profesionalno obrazovanju svih profesija, i, opštije, negativne konsideracije statistike u prošlim vremenima u većem broju društava.

5.5. Problem neizomorfizama između istraživačkih pitanja u različitim okvirima

Antropološkom teorijom didaktike su se takođe koristili u svojim radovima Rodríguez, Bosch i Gascón kako bi kontrastovali da kao klasični problem metakognitivnih strategija predavanja u matematici može biti formulisan u uslovima, s jedne strane, prelaza sa tačke nivoa (point-levels) na lokalne ili regionalne nivoe matematičke prakseologije i, s druge strane, različitih podjela odgovornosti između učitelja i učenika / studenata kao što je klasično navedeno u trenutnom didaktičkom ugovoru. Stoga, problem kako se u prošlosti pristupalo iz kognitivne perspektive može biti pretvoreno u problem uslova i prepreka za didaktičku i matematičku prakseologiju u školi. Ovakav pristup postavlja prirodno pitanje o neizomorfizmu između istraživačkih pitanja u različitim aspektima. Ova „nesamjerljiva“ perspektiva može se pojasniti kada se posmatra neki specifičan problem sa nekoliko različitih aspekata. Ovo je nedavno pokazao Bergsten uporedivši tri različite perspektive koje se tiču pitanja kojima je pristupljeno, metode i empirijske dokaze koji su korišćeni i zaključke i implikacije navedene u svakom od slučajeva.

6. ZAKLJUČCI

Istraživanje je pokazalo da učenje bazirano u osnovnoj školi omogućuje budućim učiteljima da individualno i kolektivno identifikuju konceptualne alate. Ipak integracija tih alata je mnogo složenija. Vidjeli smo kako se u situacija u kojima je postignuta takva integracija zadatak rješava drugačije, studenti su bili upoznati i koristili su različite alate koji su ih doveli do različitih odluka (odabrali su različite tehnike). To pokazuje profesionalnu relevantnost tih integracija i ukazuje na potrebu unaprjeđenja u ovoj oblasti, proširujući ovaj istraživački program i na obrazovnje realizatora nastave matematike u višim razredima osnovne škole i srednjim školama.

Za trenutak želimo da se vratimo na istraživanje. Iako vrijeme u kojem se realizuje ovaj istraživački projekat nije ograničeno ni trajanjem a projekat ni opsegom, školovanje studenata studijskog programa za obrazovanje profesora osnovne škole (učitelja) ograničeno je jednom akademskom godinom u kojoj slušaju predmet 'Metodika nastave matematike', stoga je naša prevashodna namjera da se studenti upoznaju sa teorijskim modelima, njihovom praktičnom primjenom te da prihvate da ovakav pristup daje svrsishodnije rezultate od standardnog pristupa.

Rezimirajući sve izneseno, naša analiza (analiza koja bi se mogla primijeniti na i na druge izraze ili modele) pokazuje da uslove i modele, identifikovani u literaturi, koji se odnositi na znanje matematike ili matematička znanja neophodna realizatorina nastave matematike, bi trebalo proučavati. Ponekad, čini nam se, da interakcija između pojedinačnog i socijalnog, kao i interakcije između upravljanja i značenja nije dovoljno istražena.

Osim toga, pitanje o njihovom lokalnom ili globalnom karakteru zahtijeva više objašnjenja. Zapravo, koristeći termin "konceptija" kao ključnu riječ, predstavili smo polisemantiku ove riječi u literaturi, iznoseći pri tom stav da je to povezano sa različitim epistemološkim perspektivama o tome što je matematika i, isto tako, o tome što predstavlja matematičko znanje. Slično tome, analizirajući modele "normi", tvrdili smo da svi učesnici u ovom parcijalnom istraživanju, pokušaje da predstave svoje poimanje šta se time pokriva te da se postigne lokalni konsensus kao specifičan okvir za matematiku u razredu. Međutim, "modeli" nisu jasno determinisani, ali su jednostavno opisani i omeđeni u zajedničke ili različite aspekte, nisu ni razjašnjeni kao ni ono što se događa u učionici matematike, na šta se ustvari ovo i odnosi.

Oba primjera su izabrana da bi se objasnila specifičnost i složenost matematike, matematičko znanje i međugre u matematičkoj učionici. Većina istraživača matematičke edukacije, ali i znatan broj edukatora matematike, su svjestni te složenosti.

Nema razloga za podržavanje bezuslovne konvergencije različitih teorijskih pristupa, jer pojave ovog učenja izuzetno su složene i treba priznati da su različita mišljenja i različite analize mnogo više korisne nego što unose zabune u kolektivno znanje. Međutim, čini se da je došlo vrijeme za sistematsku raspravu o nekim pretpostavkama. Niz pitanja, na koje još nisu sublimirana kolektivna mišljenja, pokazuju da pokušaj analiziranja, interpretiranja i teoretisanja učenja i podučavanja matematike zahtijeva postojanje sistema znanja, koje su jasno prilagođena specifičnosti matematičkog znanja, stavljajući time granice između Matematike, Matematike neophodne realizatorina nastave matematike, Metodčkih

znanja za odgovarajući nivo nastave matematike kao i Sposobnost razumijevanja i vještine istraživanja matematičkog obrazovanja, s jedne strane, i drugih nauka, s druge strane.

Tri velika pitanja su se pojavila kao ključna za dalji rad:

Za konkretno umrežavanje prvo se pojavljuje problem kako povezati teorije bez dobijanja kontradikcija i ne uništiti njihovu unutrašnju koherenciju. Potreban je zajednički pomoći okvir, bar da ponudi lokaciju za vezivanje. Još jedna mogućnost je da se počne umrežavanje locirano na datoj „jako“ perspektivi i razvijati ga kako bi se „ugradili“ novi pristupi. Kako god, izgleda jasno da umrežavanje ne može biti sprovedeno „na teoretski ničijoj zemlji“.

Drugo pitanje je: „Kako razlike među teorijama utiču na strategije umrežavanja? Koje zajedničke pozadine su potrebne kako bi se osiguralo umrežavanje, a da se ne izda ono nacionalno svakog pristupa?“

Konačno, vezano za ono što mi možemo nazvati „teorijom teorija umrežavanja“, javlja se pitanje koje kategorije su potrebne kako bi se nosilo sa različitim teorijama. Da li je potrebno izgraditi zajedničku ili sišestruku pozadinu koje može djelovati kao „neutralni teren“ za umrežavanje ili je naprotiv, važno održati mnoge referentne sisteme gdje svaka teorija može djelovati kao glavni potencijali zagovornik čitave konstrukcije?

LITERATURA

- [1] Ferdinando Arzarello, Marianna Bosch, Agnès Lenfant and Susanne Prediger: *Different theoretical perspectives in research from teaching problems to research problems*; CERME V(2007), TG 11; 1618-1627
- [2] R.Biehler, R.W.Scholz, R.Strässer and B.Winkelmann (Editors): *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*; MA: Kluwer, Norwell, 1994.
- [3] G. Brousseau: *Theory of Didactical Situations in Mathematics*; Kluwer Academic Publisher, 1997.
- [4] J.Brown, A.Collins and P.Duguid (1989): *Situated cognition and the culture of learning*. Educational Researcher, 18 (1), 32-42.
- [5] José Carrillo, Ruhama Even, Tim Rowland, Lurdes Serrazina (2005): *From a study of teaching practices to issues in teacher education*; CERME IV, TG 12, 1403-1409
- [6] José Carrillo, Leonor Santos, Liz Bills and Alain Marchive (2007): *From a study of teaching practices to issues in teacher education*; CERME V, TG 12, 1821-1826
- [7] A.Collins, J.Brown, and S.Newman (1989). *Cognitive Apprenticeship: Teaching the Crafts of Reading, Writing, and Mathematics*. In L. Resnick (Ed) *Knowing, Learning, and Instruction. Essays in Honour of Robert Glaser*. Hillsdale, NJ: L.E A.. Pb.
- [8] I.Escudero, M.García, S.Llinares and V.Sánchez (2002). *Evolución de un proyecto de innovación educativa en la formación inicial de maestros*. Actas de las III Jornadas Andaluzas de calidad en la Enseñanza Universitaria. Sevilla: ICE.
- [9] Mercedes García, Victoria Sánchez, Isabel Escudero (2003): *The dialectic relationship between theory and practice in mathematics teacher education*; CERME III, TG 11, 1-10
- [10] M.García Blanco (2000). *El aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas desde la naturaleza situada de la cognición: Implicaciones para la formación inicial de maestros*. In C. Corral & E. Zurbano (Eds) *Propuestas metodológicas y de evaluación en la Formación Inicial de los Profesores del Área de Didáctica de las Matemáticas*. Oviedo. Universidad de Oviedo
- [11] M.García Blanco (2001). *La formación inicial de profesores de matemáticas: Fundamentos para la definición de un curriculum*. In D. Fiorentini (Ed) *A Formação de professores de matemática: Estudos e contribuições teórico-metodológicas de Brasil, Espanha e Portugal*. Brasil. Unicamp.
- [12] García, M. & Sánchez, V. (2002). *Una propuesta de formación de maestros desde la Educación Matemática: adoptando una perspectiva situada*. In L.C. Contreras & L. Blanco (Eds.) *Aportaciones a la formación inicial de maestros en el Area de Matemáticas: Una mirada a la práctica docente*. Servicio de Publicaciones, Universidad de Extremadura.
- [13] L. English (editor): *Handbook of International Research in Mathematics Education* (2nd ed.). Routledge, New York and London: 2008.
- [14] Paul Ernest: *Šta je filozofija matematičkog obrazovanja?* IMO, Vol. II (2010), Broj 2, 11-20
- [15] B.Greer (1992). *Multiplication and division as models of situations*. In D.A. Grouws (Ed) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. NY: McMillan Pb. Co.
- [16] Barbara Jaworski, Lurdes Serrazina, Andrea Peter Koop and Konrad Krainer (2003): *Inter-relating theory and practice in mathematics teacher education*, CERME III, TG 11, Introduction, 1-11
- [17] J.Lave and E.Wenger (1991) *Situated Learning. Legitimate Peripheral Participation*. NY: Cambridge University Press.
- [18] Uri Leron: *Porijeklo matematičkog mišljenja*; IMO, Vol. II (2010), Broj 2, 21-25

- [19] S.Llinares (1994). *El profesor de Matemáticas. Conocimiento base para la enseñanza y desarrollo profesional*. In L. Santaló et al. (Eds), *La enseñanza de las Matemáticas en la Educación Intermedia*. Madrid: Rialp Editores.
- [20] S.Llinares (1999). *Pre-service elementary teachers and learning to teach mathematics. Relationship among context, task and cognitive activity*. In N. Ellerton (Ed), *Mathematics Teacher Development: International Perspectives*. Perth: Meridian Press
- [21] S.Llinares (2002). *Participation and reification in learning to teach. The role of knowledge and beliefs*. In G. C. Leder, E. Pehkonen & G. Torner (Edts.), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* Kluwer Academic Pb., Dordrecht.
- [22] S.Llinares (2002): *La práctica de enseñar y aprender matemáticas. La generación y uso de instrumentos de la práctica*. Revista de Enseñanza Universitaria n° 19.
- [23] P.Nesher (1992). *Solving Multiplication Word Problems*. In: G. Leinhardt, R. Putnan and R. Hattrup (eds): *Analysis of arithmetic for mathematics teaching*; Lawrence Erlbaum Associates, Inc. Publishers, New Jersey
- [24] Susanne Prediger, Marianna Bosch, Ivy Kidron, John Monaghan, Gérard Sensevy: *Diferent theoretical perspectives and approaches in mathematical education research*; CERME VI (2009), WG 9, 1529-1534
- [25] Luis Radford: *Teorije u matematičkom obrazovanju: Jedna kratka studija o njihovim konceptualnim razlikama*, IMO, Vol. I (2009), Broj 1, 11-22
- [26] D.A.Romano: *Problemi matematičkog obrazovanja – jedno razmišljanje*; Mat-Kol (Banja Luka), XI(2) (2005), 1-14.
- [27] D.A.Romano: *Razmišljanje o matematičkom obrazovanju*; IV Symposium “Technology, Informatics and Education for Learning and Knowledge Society”, Novi Sad, 26-27.01.2007. Institut za pedagoška istraživanja Beograd, Centar za primenu nauke, tehnologije i informatike Novi Sad, Prirodno-matematički fakultet Novi Sad, Novi Sad 2007, 82-90
- [28] D.A.Romano: *Teorije matematičkog obrazovanja, Prvi dio: RME Teorija*; IMO, Vol. I (2009), Broj 1, 23-35
- [29] D.A.Romano: *Istraživanje matematičkog obrazovanja (editorial)*; IMO, Vol. I (2009), Broj 1, 1-10
- [30] D.A.Romano: *Šta je algebarsko mišljenje?* MAT-KOL (Banja Luka), XV(2)(2009), 19-29
- [31] D.A.Romano: *Matematika, Metodika matematike i Istraživanje matematičkog obrazovanja – tri srodna a tako različita domena*; IMO, Vol. II (2010), Broj 2, 3-10
- [32] D.A.Romano: *Jedno utvrđivanje matematičkih kompetencija studenata učiteljskog programa*; Nastava matematike (Beograd), (Pojavaće se)
- [33] V.Sánchez (1997). *Área de Didáctica de las Matemáticas en el título de maestro especialidad de educación Primaria*. In L. Blanco & M.C. Cruz (Coor.) *Aportaciones al curriculum en la formación inicial de los profesores de Primaria en el Área de Matemáticas*. ICE. Universidad de León.
- [34] A. Sierpiska and J. Kilpatrick (editors): *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (vols. 1 & 2). Kluwer Academic Publishers: Great Britain, 1998.
- [35] G.Vergnaud (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad*. Trillas, Méjico.