

## ŠTA JE FILOZOFIJA MATEMATIČKOG OBRAZOVANJA? <sup>2</sup>

Paul Ernest

University of Exeter, United Kingdom

Postoji uska veza u interpretaciji riječi "filozofija" i "matematičkog obrazovanja". Filozofija nekog područja ili djelatnosti može se shvatiti kao njeni ciljevi ili obrazloženja. Matematičko obrazovanje razumijevati u najjednostavnijem smislu odnosi se na konkretne aktivnosti i praksu nastave matematike. Iz toga se može reći da se "filozofija matematičkog obrazovanja" u najužem smislu odnosi na ciljeve ili obrazloženja unutar prakse nastave matematike. Vraćajući se na pitanja o ciljevima nastave matematike važno je napomenuti da ciljevi, svrhe, opravdanja itd, ne postoje u vakumu. Oni pripadaju ljudima, bilo pojedincima ili društvenim skupinama. Nastava matematike je široka i visoko organizirana društvena aktivnost, pa čak i dopušta i mogućnost divergencije višestrukih ciljeva među različitim ljudima, na kraju ti ciljevi, svrhe, opravdanja itd, treba da se odnose na društvene skupine i društvo u cijelini. Ciljevi su izraz vrijednosti, a time i obrazovne i socijalne vrijednosti društva ili nekog dijela koji je uključen u ovaj upit.

S obzirom na usko mišljenje filozofije matematičkog obrazovanja, pitanja podučavanja i učenja matematike, temeljni ciljevi i opravdanja za te aktivnosti, uloga učitelja, učenika, matematike u društvu i temeljne vrijednosti relevantne društvene skupine su zajednički povezani.

Postoji element koji nedostaje u filozofiji matematičkog obrazovanja koji šire tumačenje uvodi u igru, naime, šta je filozofija matematike. Metonimična struktura pojma " filozofija matematičkog obrazovanja" donosi "filozofiju" i "matematiku" zajedno, spajajući ih u filozofiju matematike. Filozofija matematike je nesumnjivo važan aspekt filozofije matematičkog obrazovanja, posebno na način na koji filozofija matematike utiče na matematičko obrazovanje. To je element koji nedostaje.

U svom eseju na temu filozofije matematičkog obrazovanja Stephen Brown (1995) postavlja vrlo relevantna pitanja postavljanjem trihotomija. Je li fokus filozofskog ili dimenzija:

1. Filozofija primjenjene matematike ili obrazovanja?
2. Filozofija matematike primjenjene matematike za obrazovanje ili obrazovanje u cijelini?
3. Filozofija vaspitanja primjenjene matematike za obrazovanje?

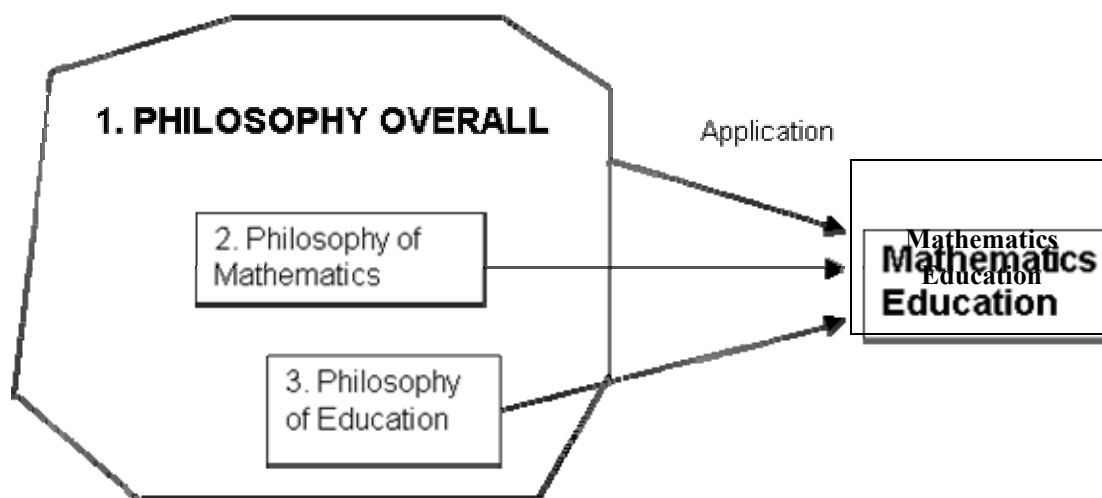
Slika 1 ilustrira ove alternative na pojednostavljen način.

---

<sup>1</sup> Uz dozvolu autora tekst preveli Ognjen Romano i Daniel A. Romano

<sup>2</sup> Publikovano u ICME 2004

Slika 1.: Različite primjene filozofije matematike za obrazovanje.



Svaka od ove tri moguće "primjene" filozofije matematike za obrazovanje predstavlja različiti fokus, a možda vrlo dobro u prvom planu različitim temama i problemima. Međutim, slika 1. postavlja više pitanja nego odgovora. To pokazuje da aplikacija može biti bilo od filozofije ili od njenih dviju grana. Šta je takav program? Može se uzeti da dijagram sugerise da postoji materijalno tijelo znanja i aktivnosti koje ih povezuju, a filozofija, matematičko obrazovanje i druga područja znanja obuhvataju procese istraživanja i prakse, osobnih znanja, te kao i objavljenih reprezentacija znanja. Oni su složen odnos između ljudi, društva, društvene strukture, znanje reprezentacije i komunikativne prakse. Konkretno, filozofija je sistemska analiza i kritički pregled temeljnih problema. To uključuje vježbe uma i intelekta: misli, upita, pameti i njenih rezultata, presuda, zaključaka i uvjerenja ili vjerovanja. Postoji toliko načina. Postoji toliko načina na koji se sve ovo može primjeniti na, i unutar, matematičkog obrazovanja.

Ovo upućuje na to da filozofija matematičkog obrazovanja ne treba samo prisustvovati u filozofiji matematike. Stephen Brown sugerise da bi takođe trebalo gledati na filozofiju drugih učesnika nastave: učenika, nastavnika i miljea ili društva. Tako imamo i filozofiju učenja (matematike), filozofiju nauka (matematike) i filozofiju miljea ili društva (s obzirom na matematiku i matematičko obrazovanje). Gledajući na ove učesnike nastave, postavlja se mnoga pitanja:

### 1. ŠTA JE MATEMATIKA?

Šta je matematika i kako može biti smještena svojim jedinstvenim karakteristikama u filozofiji? Može li se matematika uzeti u obzir kao tijelo znanja i socijalne domene? Da li će to dovesti do napetosti? Koje su filozofije matematike razvijene? Koje karakteristike matematike treba izabrati kao značajne? Koji je njihov uticaj na poučavanje i učenje matematike? Kako matematika može i treba biti koncipirana i transformisana u obrazovne svrhe? Koji su ciljevi i vrijednosti uključeni? Je li matematika opterećena ili oslobođena vrijednosti? Kako matematičari rade i stvaraju nova matematička znanja? Koje su metode, estetike i vrijednosti matematičara? Kako se povijest (niz događaja vezanih za matematiku i matematičare) i istorija (tumačenje povijesti) matematike odnosi na filozofiju matematike? Mijenja li se matematika kao nova metoda i koje informacijske i komunikacijske tehnologije proizilaze iz nje? Ova pitanja se već odnose na sljedeće područje upita.

### 2. KAKO SE MATEMATIKA ODNOSI NA DRUŠTVO?

Kako se matematičko obrazovanje odnosi na društvo? Koji su ciljevi matematičkog obrazovanja (tj. ciljevi nastave matematike)? Jesu li ti ciljevi ispravni? Čiji su to ciljevi? Za koga? Na temelju kojih

vrijednosti? Ko dobiva, a ko gubi? Kako se društveni, kulturni i historijski/povijesni koneksti odnose na matematiku, ciljeve nastave, nastavu i učenje matematike? Koje vrijednosti podupiru različite skupine ciljeva? Kako matematika pridonosi ukupnim ciljevima društva i obrazovanja? Koja je uloga u podučavanju i učenju matematike u promicanju i ometanju socijalne pravde koncipirane u pogledu spola, rase, klase, sposobnosti i kritičkog državljanstva? Je li antirasističko matematičko obrazovanje moguće i šta ono znači? Kako je matematika opažena u društvu? Kako to ima uticaj na obrazovanje? Koji je odnos između matematike i društva? Koje funkcije to mogu obaviti? Koje od tih funkcija su namijenjene i vidljive? Koje funkcije su nenamijenjene i nevidljive? U kojoj mjeri matematičke metafore (npr. račun, dobit i gubitak bilance) prožimaju socijalna razmišljanja? Koji je njihov filozofski značaj? Kome je matematika odgovorna?

### **3. ŠTA JE UČENJE (MATEMATIČKO)?**

Koje pretpostavke, možda implicitno, podupiru pogled na učenje matematike? Jesu li te pretpostavke ispravne? Koje epistemologije i teorije učenja se pretpostavljaju? Kako, i gdje, može društveni kontekst učenja biti smješten? Šta su konstruktivističke i socijalno konstruktivističke teorije učenja? Imaju li oni ikakvog uticaja na praksu u razredu? Koji su elementi učenja matematike vrijedni? Kako oni mogu i treba da budu ocjenjeni? Koja je uloga učenika? Koje snage učenika jesu ili mogu biti razvijene pri učenju matematike? Kako se identitet učenika mijenja i razvija kroz učenje matematike? Da li učenje matematike utiče na cijelu osobu dobro ili loše? Kako je budućnost matematičara i budućnost građana formirana kroz učenje matematike? Koliko su važne afektivne dimenzije, uključujući stavove, uvjerenja i vrijednosti u učenju matematike? Šta je matematička sposobnost i kako se može poticati? Je li matematika dostupna svima?

### **4. ŠTA JE NASTAVA (MATEMATIKE)?**

Koje teorije i epistemologije temelje nastavu matematike? Šta znači da su usvojeni da bi postigli ciljeve matematičkog obrazovanja? Jesu li ishodi i sredstva u skladu? Koje metode, sredstva i tehnike jesu i/ili mogu biti i kako se koriste u nastavi matematike? Koje teorije podupiru korištenje raznih informacionih i komunikacionih tehnologija u nastavi matematike? Koje skupove vrijednosti te tehnologije donose sa sobom i (sa ili bez namijere i/ili koristi)? Šta znači znati matematiku u zadovoljavanju ciljeva nastave matematike? Kako se mogu vrednovati i procijenjivati učenje i podučavanje matematike? Koja je uloga nastavnika? Koji raspon uloga je moguć u posredničkom odnosu učitelja između matematike i učenika? Koje su etičke, socijalne i epistemološke granice u postupanju nastavnika? Koje matematičko znanje treba učitelj? Koji uticaj imaju nastavnikova uvjerenja, stavovi i lična filozofija matematike na praksu? Kako bi trebao biti obrazovan učitelj matematike? Šta je (ili bi trebala biti) uloga istraživanja u nastavi matematike i obrazovanja nastavnika matematike?

### **5. KAKAV JE STATUS MATEMATIČKOG OBRAZOVANJA NA PODRUČJU ZNANJA?**

Šta je osnova matematičkog obrazovanja na području znanja? Je li matematičko obrazovanje disciplina, područje upita, interdisciplinarno područje, domena ekstra – disciplinarne aplikacije, ili šta? Kakav je njen odnos s drugim disciplinama poput filozofije, psihologije, sociologije, lingvistike itd.? Kako ćemo spoznati matematičko obrazovanje? Šta je osnova za potraživanje znanja u istraživanju matematičkog obrazovanja? Koje su metode istraživanja i metodologije uključene i koja je njihova filozofska osnova i status? Koji se standardi primjenjuju? Koja je uloga i funkcija istraživača u matematičkom obrazovanju? Koji je status teorija u matematičkom obrazovanju? Kako su moderna kretanja u filozofiji (poststrukturalizam, postmodernizam, hermeneutika, semiotika, itd.) utjecali na matematičko obrazovanje? Koji je uticaj istraživanja matematičkog obrazovanja na druge discipline? Može li filozofija matematičkog obrazovanja imati ikakav uticaj na praksu učenja i podučavanja matematike, na istraživanje matematičkog obrazovanja, ili na druge discipline?

Ovih pet set pitanja obuhvata, po mom mišljenju, većinu onoga što je za filozofiju matematičkog obrazovanja važno razmatrati i istraživati. Ovi setovi pitanja nisu sasvim diskretni niti disjunktne, kao i različita područja koja se preklapaju. Niti su ova pitanja sistematski izvedena. Neka pitanja nisu, u suštini, filozofska. On se takođe mogu posmatrati kao upiti za procedure koje će riješavati i istraživati načine koji u prvi plan stavljaju druge discipline, kao što je, na primjer, sociologija. Kako god, po mom mišljenju, kada se takva pitanja približe filozofskom, ona postaju dio oficijelne filozofije matematičkog obrazovanja.

Naravno, pitanja o tome koje su, i gdje su, granice između filozofije, sociologije, antropologije, psihologije, još su jedan prostor filozofskog upita, i to onog koji je dosta sporan. Tradicionalna "podjela rada", tj. obilježavanje granica između disciplina je bila indukovana od istraživača u poststrukturalizmu, postmodernoj i drugih filozofija kao i teorija o znanju. To je pitanje koje utiče posebno na peti set pitanja.

### **Kontroverze u filozofiji matematičkog obrazovanja**

Filozofija matematičkog obrazovanja može se zamisliti kao takva da bude suha i pretjerano akademska domena. No, tu su centralna pitanja koja su izazvala velike kontraverze u vezi s tim u prošlom desetljeću, ili dva. Unutar pet skupina pitanja navedenih gore, odabrane su neke polemike koje će biti i prezentirane.

#### **Filozofija matematike**

Ona je jedna od najstarijih nauka, određena kao paradigma komulativnog znanja. Matematika i njena filozofija čine nevjerovatan prostor za raspravljanje. Ali trenutno bijesne tzv. "naučni ratovi", uglavnom u SAD-u, ali i u drugim zemljama engleskog govornog područja, o filozofskim pogledima nauke i matematike. Fundamentalisti i apsolutisti (u nauci), s jedne strane, žele zadržati da je matematika sigurna, kumulativna i netaknuta od strane socijalnih interesa ili izvan normalnih obrazaca istorijskog razvoja. Fablisti, humanisti, relativisti i socijalni konstruktivisti, s druge strane, su tvrdili da se matematika razvijala kroz istoriju i društvo, te da postoje kulturna ograničenja sa svojim zahtjevima o sigurnosti, univerzalnosti i apsolutnosti. Ovaj spor može postati vrlo oštar, pa čak i emocionalno nabijen. Barnard i Saunders (1994) ilustriraju negativnu reakciju nekih britanskih matematičara na istraživanja u filozofiji matematike.

#### **Ciljevi matematičkog obrazovanja**

Ciljevi matematičkog obrazovanja mogu biti veoma sporna područja, posebno kada su razvijeni novi nastavni planovi i programi. Identifikovao sam ciljeve pet različitih grupa koje osporavaju prirodu britanskog nacionalnog kurikulumu u matematici, tokom kasnih 1980-tih i ranih 1990-tih. Sažeto, tih pet grupa i njihovi ciljevi su sljedeći:

1. Industrijski - trener ciljevi: računanje, socijalna obuka poslušnosti (autoritarnog);
2. Tehnološki pragmatični ciljevi - koristiti matematiku za primjerenu razinu znanja, vještina i certificiranja (usmjereni industrijom);
3. Stari humanistički ciljevi – prenos tijela matematičkih znanja (usmjereni matematikom);
4. Progresivno obrazovni ciljevi – kreativnost, samoaktuelizacija kroz matematiku (usmjereni djetetom),
5. Javni obrazovni ciljevi – kritička svijest i demokratsko građanstvo putem matematike (socijalna pravda u središtu).

Ovi ciljevi su najbolje shvaćeni kao dio ukupnog ideološkog okvira koji uključuju poglede na znanje, vrijednosti, društvo, ljudsku prirodu, kao i obrazovanje. U Velikoj Britaniji, sukobljavanje između ove dvije grupe je u velikoj mjeri iza kulisa, iako se ponekad pojave u javnosti i to kada su

interesne skupine nastojale dobiti potporu javnosti za svoje pozicije. Moje analize sugeriraju da su prve tri interesne skupine formirale snažni i veliki pobjednički savez u Velikoj Britaniji 1980-ih i 1990-ih. Ciljevi skupine četiri su prisiljeni da budu kompromitirani i filtrirani kroz ciljeve skupine dva kako bi imali uticaj na nastavni plan i program. Ciljevi skupine pet su eliminisani u toj borbi i nisu imali uticaja.. Slične borbe i konstatacije su također zabilježene i u drugim zemljama.

### **Teorije učenja matematike**

Elementi konstruktivističke teorije učenja mogu se pratiti unatrag sve do antike, iako je možda njen najutjecajniji moderni izvor Žan Pijaže (Jean Piaget). U ljeto 1987. godine konstruktivizam je rasprsnut na međunarodnoj sceni na uzbuđljivoj i kontraverznoj "Jedanaestoj međunarodnoj konferenciji o filozofiji matematičkog obrazovanja" u Montrealu. Jedan broj uglednih govornika je pokušao kritizirati radikalni konstruktivizam, ponajviše zbog jake verzije koju je načinio Glasersfeld von Ernest (1995). Kao što je pribilježio: "Upoznati epistemološka razmatranja sa raspravom obrazovanja je uvijek bilo dinamično" (Glasersfeld 1983 : 41). Ironično, napadi na radikalni konstruktivizam na toj konferenciji, koji su bili namijenjeni da fatalno izlože slabosti položaja, umjesto toga poslužili su kao platforma sa koje su lansirani na međunarodno rasprostranjeno prihvatanje i odobravanje. To se ne nastavlja bez snažnih kritika konstruktivizma od strane matematičara i drugih (npr. Barnard i Saunders 1994.).

Još od tada, daljnji spor je izbio između različitih verzija konstruktivizma, posebno između radikalnog konstruktivizma i socijalnog konstruktivizma, kao i snažnih kritika teorije konstruktivističkog učenja od strane nauke, matematike, obrazovanja i drugih domena

### **Nastava matematike**

Nastava matematike je takođe područje gdje može biti oštih i kontaverznih sukoba filozofije i ideologije. Među "oštrim" područjima i pitanjima su i sljedeća:

1. Matematička pedagogija – rješavanje problema i istraživačkih pristupa pomoću matematike ili tradicionalnih, rutinskih, objašnjenih pristupa? Takve suprotnosti idu nazad, barem do kontraverzi oko otkrića metoda u 1960.
2. Tehnologija u nastavi matematike – da li bi elektronički kalkulatori trebalo da budu dopušteni, ili, da li oni ometaju učenje brojeva i pravila računanja? Da li računala treba koristiti kao elektronske vještine tutora ili kao osnova za otvoreno učenje? Mogu li računala zamijeniti učitelja, kao što je sugerirao Seymour Papert?
3. Matematika i simbolika – treba li matematika biti podučavana kao formalni simbolički sistem ili bi trebalo naglasak staviti na usmeno, mentalno i intuitivno podučavanje matematike uključujući i dječije metode?
4. Matematika i kultura – treba li tradicionalna matematika sa svojim formalnim zadacima i problemima biti temelj nastavnog plana i programa ili bi trebao biti predstavljen u realističnom, autentičnom i etnomatematičkom kontekstu?

Svako od ovih pitanja, kao i njihovih obrata, bile su osnova za oštre rasprave i pobijanje širom svijeta, a počivaju na filozofskim pitanjima i pretpostavkama.

### **Metodologije istraživanja u matematičkom obrazovanju**

Tradicionalno israživanje u matematičkom obrazovanju iskoristilo je psihološku metodologiju, agrobiološku i općenite stilove naučnih istraživanja paradigmi. To obično koristi određene filozofske pretpostavke o tome što postoji (ontologija), kako i šta možemo znati (epistemologija) i odgovarajuće metode za sticanje znanja i testiranje (metodologija). Naučno istraživanje paradigmi normalno otkriva

hipoteze za testiranje zasnovane na empirijskim podacima prikupljenih kao objektivno i evidentno, često samo kvantitativnih podataka. Tako je njegov pristup da se pokušaju otkriti i testirati empirijski zakoni i generalizacije.

Nasuprot tome, interpretativne paradigme istraživanja su skup suprostavljenih filozofskih pretpostavki (ontološke, epistemološke, metodološke), načinjene po uzoru na "mekše" ljudske nauke. Taj skup nastoji istražiti stvarne ljudske i socijalne situacije i otkrivanje značenja, razumijevanja i interpretacije uključenih sudionika.

Istorijski gledano, u istraživanju matematičkog obrazovanja, te u širem istraživanju obrazovanja zajednice, došlo je do sukoba među navijačima ta dva glavna istraživačka pristupa i paradigmi, kao i novijih interpretativnih istraživanja koja su nastojala da elaboriraju polje dominantno naučnih istraživanjima. Taj sukob je bio nazvan "Rat paradigmi". Takvi sukobi su se manifestirali kao "vratari" da odaberu koje radove treba izabrati za konferencije i časopise, koje projekte financirati: tu su uključene vježbe snage, koje su od znatne važnosti za istraživače matematičkog obrazovanja. Iako je većina istraživača do sada svjesna važnosti oba pristupa i stila, kada se provede propisno, sukobi se pojavljuju i dalje periodično.

Ovaj kratki i selektivni račun kontraverzi u istraživanju matematičkog obrazovanja ne ukazuje stvarnu snagu emocija koje su uključene. Konflikti potaknuti filozofskom polemikom oko filozofije matematike, ciljeva, teorija učenja, pristupa podučavanja i istraživačkih paradigmi u matematičkom obrazovanju se i dalje pojavljuju. To se često događa kada protivnici ne shvataju da su njihovi temeljni sukobi oko filozofije, pretpostavki i ideologija, a ne njihovih otvorenih prijedloga i zahtjeva. Svijest o multidimenzionalnim filozofskim pitanjima i pretpostavkama temelji se u istraživanju matematičkog obrazovanja, to je nešto što filozofija matematičkog obrazovanja može donijeti sa sobom, a može pomoći da se ako ne spriječe, bar smanje, a ponekad i riješe takvi sukobi i nesporazumi.

### **Povezivanje filozofije matematike i matematičke prakse**

Jedno od središnjih pitanja u filozofiji matematičkog obrazovanja je veza između filozofije matematike i matematičke prakse. Rasprostranjena tvrdnja je da postoji snažna veza oko kompleksa između filozofije i pedagogije. Kao što Steiner (1987 : 8) kaže: "Sve više ili manje razradene koncepcije, epistemologije, metodologije i filozofija matematike sadrže – često na implicitan način – ideje, orijentacije i ključne za teorije učenja i poučavanja matematike."

U filozofiji matematike postoji niz perspektiva koje mogu biti nazvane "apsolutističke". One gledaju na matematiku kao objektivno, apsolutno, određeno i nepopravljivo tijelo znanja koje počiva na čvrstim temeljima deduktivne logike. Apsolutističke filozofije matematike nisu deskriptivne filozofije, ali se bave epistemološkim projektom pružanja rigoroznog sistema na nalog matematičkog znanja u potpunosti. Mnoge tvrdnje te filozofije – zajedno se odnose kao apsolutističke – slijede iz matematičke identifikacije s krutim logičkim strukturama uvedenih za epistemološke svrhe. Prema apsolutizmu matematička znanja su bezvremena, iako se ne rijetko dešavalo da možemo otkriti nove istine i teorije koje su potom ulazile u opšti kvantum domene; što je nadljudski i neistorijski. Za istoriju matematike je priroda i opravdanost matematičkog znanja irelevantna. To je čisto izolovano znanje, koje se dešava da bi bilo korisno zbog univerzalnog važenja; ono je iz istig razloga i bez vrijednosti i bez kulture.

Dakle, iako je veći opseg ove namjere, apsolutizam sugerše filozofsko prihvatanje slike matematike kao krute, fiksne, logične, apsolutne, nehumane, hladne, objektivne, čiste, apstraktne, daljinske i ultra racionalne. Ako je takav pogled filozofa, matematičara i nastavnika na njihov predmet, malo čudo je da je takva slika prezentovana javnosti pa čak i u školi. Po mom mišljenju,

filozofija matematike je barem djelimično kriva za ovu negativnu sliku zbog opsesije dvadesetog stoljeća sa epistemološkim fundacionalizmom.

Apsolutistički gledano, može se komunicirati u školi tako što će se studentima davati uglavnom nevezani rutinski matematički zadaci koji uključuju primjenu naučenih postupaka, naglašavajući da svaki zadatak ima jedinstven, fiksni i objektivno tačan odgovor, zajedno sa osudama i kritikama na neispravan odgovor da bi se on postigao. To može biti kao ono što matematičar ne priznaje kao matematiku, ali rezultat je ipak apsolutistička koncepcija subjekta. U nekim slučajevim rezultati su takode jako negativne afektivne reakcije na matematiku, ponekad nazvane "matematičke fobije" (Buxton 1981, Maxwell 1989).

Fabilisti gledaju na matematiku kao na rezultat društvenih procesa. Matematičko znanje je shvaćeno tako da bi bilo vječno otvoreno za reviziju, kako u smislu njegovih dokaza tako i njegovih koncepata. Stoga ovaj prikaz obuhvata praksu matematičara, njenu povijet i aplikacije, mjesto onog matematičkog u ljudskoj kulturi, uključujući i pitanja o vrijednostima i obrazovanju kao legitimnom filozofskom pitanju. Fabilistički pogled ne odbacuje ulogu logike i struktura u matematici, već samo shvatanje da postoji jedinstvena, fiksna i trajno hijerarhijska struktura. Umjesto toga prihvata stav da se matematika sastoji od puno preklapajućih struktura, koje su tokom historije rasle, padale, a zatim ponovo rasle, kao drveće u šumi (Steen, 1988).

Fabilisti ne odbacuju apsolutističku sliku matematike kao tijela čistog i savršeno sažetog znanja koje postoji u nadljudskom, objektivnom carstvu (Davis, 1972). Umjesto toga, matematika je povezana sa setom društvenih praksi, svaka sa svojom povijesti, osobama, institucijama i društvenim lokacijama, simboličkim formama, namjenama i odnosima moći. Ta akademska istraživanja matematike su takva jedna praksa. Isto tako, svaka od etnomatematičkih i matematičkih škola su poseban skup takve prakse. One su tijesno povezane zajedno, jer je simbolička produkcija jedne prakse reprodukovana u drugu (Dowling, 1988).

Međutim, važno je razlikovati fabilističke (ili apsolutističke) epistemologije matematike od fabilističkih (ili apsolutističkih) računa o prirodi. Prvi je strogo definisan filozofski stav o epistemološkim temeljima i opravdanjima matematičkog znanja, a drugi je blaži deskriptivni račun matematike u širem smislu. Obično su povezani, ali, strogo govoreći, moguće je da epistemološki apsolutista promiče aspekte fabilističkog pogleda na prirodu matematike: uključujući, npr. stavove kao što su: matematičari su odgovorni za pogrešku i objavljivanje manjkavih dokaza, ljudi mogu otkriti matematička znanja putem raznih sredstava, koncepti matematike su istorijska konstrukcija (ali istina je objektivna), humaniziran pristup prema nastavi i učenju matematike je poželjan, itd. Isto tako epistemološki fabilist može da kaže da je matematičko znanje kontigent socijalne konstrukcije, tako dugo dok ona ostaje prihvaćena od strane matematičke zajednice koja je fiksna i treba biti prenesena učenicima na taj način, te da su pitanja o matematičkoj školi jedinstvena s obzirom na svoj konvencionalni korpus znanja. Moj argument je da postoji jaka analogija između epistemološkog apsolutizma, apsolutističkog pogleda na prirodu matematike i hladne, objektivistički popularne slike matematike. Ali te tri perspektive ostaju različite i ne postoje *logične potrebne* veze između njih, čak i ako je jaka analogija.

Opisana su dva filozofska pogleda na matematiku. Koji od njih odražava sliku matematike u školi? Mora se reći da iskustvo nekih učenika, koje stiču tokom godina svog školovanja, potvrđuje apsolutističku sliku matematike kao hladnu, apsolutnu i nehumanu. To je daleko od neobičnog čak i za učitelje, i druge, i za iskustvo učeničkih učenja kako bi se potvrdio ovaj prikaz. Takva slika je često, ali ne uvijek, povezana s negativnim stavovima prema matematici. Našao sam podgrupu specijalista matematike koji kombinuju apsolutističke koncepcije subjekata sa vrlo pozitivnim stavovima prema

matematici i njenim učenjem. Međutim, među nematematičkim specijalistima budućih nastavnika osnovne škole našao sam labavu korelaciju između fabilističkih koncepcija i pozitivnih stavova prema matematici i njenom učenju (Ernest, 1988, 1989). Takve veze, čak i samo između uvjerenja i stavova prema matematici su složene i raznolike.

Istraživanja na djeci o stavovima prema matematici u posljednja dva desetljeća pokazuju prilično rasprostranjeno dopadanje školskih predmeta i to posebno u nižim razredima osnovne škole (Assessment of Performance Unit 1985). U starijim razredima stavovi općenito postaju neutralni, iako su krajnji negativni stavovi relativno rijetki. Vjerovatno se negativnost u stavovima javlja usljed stvari kao što su adolescencija, utjecaja konkurentnih ispita, a da ne spominjemo sliku matematike koja se javlja u, i izvan, škole.

Međutim, slika matematike priopćena u mnogim prosvjetnim školama i fakultetima nije apsolutistička i sigurno ne mora biti takva svugdje. Utjecajni upiti u nastavi matematike imaju predložen humanistički i antiapsolutistički (ako ne i svesrdno fabilistički) pogled na školu matematike (Cocroft 1982, NCTM 2000). Težina informiranih obrazovnih mišljenja također je podržala progresivne reforme matematike u skladu s takvim pogledima, iako je zaziran od strane matematičara i više konzervativnih mislilaca (Riley 1998).

Važno pitanje za obrazovanje je odnos između matematike i vrijednosti, posebno od kada je popularna slika matematike jasno natovarena vrijednostima. Istraživač Gilligan (1982) je ponudio teoriju vrijednosti, i to razlikovanje stereotipnih ženstvenih vrijednosti (nazvanih "povezane") od stereotipna muških vrijednosti (nazvanih "odvojene"). Pozicija "povezan" temelji se na odnosima, vezama, empatijama, brigama, osjećajima i intuicijama i teži holističkom i ljudskom – sa sjedištem u svojoj zabrinutosti. Pozicija "odvojen" temelji se na pravilima, apstrakcijama, objektivacijama, bezličnostima, bezosjećajnostima, hladnom razumu i analizama, i teži da bude atomistična i stvar – sa sjedištem u fokusu.

Iako smo jedna vrsta i muško/ženske razlike nisu tako duboke, recenzije empirijskih dokaza sugeriraju da postoje značajne razlike između kasne adolescencije i odrasle dobi (Larrabee 1993), a djevojčice će vjerovatno biti više suosjećajnije od dječaka u iskazivanju emocionalnih reakcija na tuđe osjećaje (Hoffman 1977). Isto tako odvojene vrijednosti su došle da dominiraju mnogim institucijama i strukturama, uključujući matematiku i nauku, i to isključivo u protestantskim zemljama. Mnogi ljudi su došli do osjećaja da je matematika hladna, tvrda, bezbrižna, bezlična, fiksna i stereotipno muška. Očigledno je da postoji snažna paralela između apsolutističkog shvatanja matematike, negativnog pogleda na popularnu matematiku i odvojenih vrijednosti. Isto tako postoji druga paralela između fabilističkog shvatanja matematike, povezanih vrijednosti i humanističkih slika matematike promovisanih modernim progresivnim matematičkim obrazovanjem kao pristupačnog, osobno relevantnog i kreativnog (Cockcroft 1982, NCTM 2000).

Druga paralela se može koristiti za poboljšanje pristupačnosti i javnog imidža matematike, iako treba priznati da apsolutistička slika matematike više privlači neke ljude. Mnogi matematičari, ali i drugi, vole matematiku zbog njene apsolutističke značajke. Obe su dosljedne i zajedničke nastavnicima i matematičarima koji imaju apsolutistički pogled na matematiku kao neutralnu i bez vrijednosti, s obzirom da nastava matematike zahtijeva usvajanje humanističkih, povezanih vrijednosti. To opet otvara pitanje odnosa između filozofije matematike, vrijednosti i poučavanja.

Široko je prihvaćen stav da: "Sve matematičke pedagogije, čak i jedva koherentne, počivaju na filozofiji matematike." (Thomas 1973 : 204). Ostale artikulacije naglašavaju da oba pristupa u nastavi matematike uključuju pretpostavke o prirodi matematike, te da bilo koje filozofija matematike ima posljedice u razredu (Hersh 1979, Steiner 1987). Empirijska istraživanja (npr. Cooney 1988) tvrde da "



učiteljevi stavovi, preferencije i uvjerenja o matematici utječu na njihovu nastavnu praksu" (Thompson 1984 : 125). Tako se može argumentovati da bilo koja filozofija matematike (uključujući i ličnu filozofiju) ima mnoge obrazovne i pedagoške posljedice kada je utjelovljena u nastavnikova uvjerenja, nastavni plan i program i ispitivanje sistema. Drugdje sam ustvrdio da učiteljeva lična filozofija matematike, shvaćena kao dio njihovih ukupnih epistemoloških i etičkih radnih okvira, utječe na njihove koncepcije učenja i poučavanja matematike.

Međutim, posljedice po učionike nisu u strogoj logičkoj implikaciji filozofije i dodatnih vrijednosti, ali su ciljevi idruge pretpostavke potrebne da se dođe do takvih zaključaka (Ernest 1991, 1994). Budući da link nije jedan od logičkih implikacija, moguće je dosljedno teoretski povezati filozofiju matematike sa gotovo bilo kojom obrazovnom praksom ili pristupom. Tako tradicionalni čisti matematičar i društveni konstruktivista mogu oba koristiti multikulturalni pristup prema matematici, ali iz različitih razloga.

Iako ne postoji logična potreba, recimo, da se pedagogija poveže sa apsolutističkom, objektivističkom epistemologijom i filozofijom matematike, takva se povezivanja često posmatraju (Ernest 1988, 1991). To se vjerovatno čini zbog rezonancija i simpatija između različitih aspekata filozofije ličnosti, ideologija, vrijednosti i sistema vjerovanja. Ovi oblici linkova i povezivanja postaju reorganizirani u potezima prema maksimalnoj koherentnosti i dosljednosti i na kraju prema integraciji ličnosti.

Teoretski je moguće da se fablistička teorija matematike može kombinirati sa odvojenim vrijednostima, što je rezultiralo sa odvojenim pogledima na škole matematike. Ovo, uvjetovano od strane kontekstualnih ograničenja i mogućnosti, može dovesti do odvojene matematičke razredne prakse.

Mnogo posla u filozofiji matematičkog obrazovanja odnosi se na istraživanja veza između filozofije matematike implicirane u nastavnikova vjerovanja, u tekstove i nastavne planove i programe matematike, u sistemima i praksi matematičkih procjena sa matematičkom praksom u razredu i rezultatima koje su postigli učenici. Iako je veliki napredak postignut u iluminacijama ovakvih utjecaja jasno je da su odnosi složeni i nedeterministički.

Jedna zabrinutost koja je osvijetljena ovim upitom je relativno slaba veza između filozofije obrazovanja i matematičkog obrazovanja. To je odnos koji treba da bude aktivno istražen i razvijen. Kao što matematika, matematičko obrazovanje ima previše tendencija da ga izolira od susjednih područja znanja i otkrića. Koliko često gledamo, na primjer, na razvoj znanosti u obrazovanju? Filozofija matematičkog obrazovanja je jedan pristup koji bi trebao olakšati izgradnju veza sa drugim područjima znanja i istraživanja. Ovaj esej sugerira broj smjerova u kojima bismo mogli okrenuti svoj pogled za početak.

### Literatura:

- [1] Assessment of Performance Unit (1985) *A Review of Monitoring in Mathematics 1978 to 1982* (2 volumes), London: Department of Education and Science.
- [2] Ausubel, D. P. (1968) *Educational Psychology, a cognitive view*, New York: Holt, Rinehart and Winston.
- [3] Barnard, T. and Saunders, P. (1994) 'Is school mathematics in crisis?', *The Guardian*, 28 December 1994: 18.
- [4] Brown, S. I. (1995) Philosophy of Mathematics Education: POM(E), PO(ME) OR POE(M)?, *Philosophy Of Mathematics Education Newsletter* No. 8 (May 1995): 16-18. (Located at <<http://www.ex.ac.uk/~PERnest/>>)
- [5] Buerk, D. (1982) An Experience with Some Able Women Who Avoid Mathematics, *For the Learning of Mathematics*, Vol. 3, No. 2: 19-24.
- [6] Buxton, L. (1981) *Do You Panic About Maths?*, London: Heinemann.
- [7] Cockcroft, W. H., Chair, (1982) *Mathematics Counts*, London: Her Majesty's Stationery Office.
- [8] Cooney, T. J. (1988) The Issue of Reform, *Mathematics Teacher*, Vol. 80: 352-363.
- [9] Davis, P. J. (1972) Fidelity in Mathematical Discourse: Is One and One Really Two? *American mathematical Monthly*, Vol. 79, No. 3: 252-263.

- [10] Davis, P. J. and Hersh, R. (1980) *The Mathematical Experience*, London: Penguin.
- [11] Dowling, P. (1988) The Contextualising of Mathematics: Towards a Theoretical Map, in Harris, M. Ed. *Schools, Mathematics and Work*, London, Falmer, 1991: 93-120.
- [12] Ernest, P. (1988) The Attitudes and Practices of Student Teachers of Primary School Mathematics, in A. Borbas (Ed.) *Proceedings of PME-12*, Veszprem, Hungary, Vol. 1: 288-295.
- [14] Ernest, P. (1989a) The Impact of Beliefs on the Teaching of Mathematics, in Ernest, P. Ed. *Mathematics Teaching: The State of the Art*, London, Falmer Press, 1989: 249-254.
- [15] Ernest, P. (1989b) *Mathematics-Related Belief Systems*, Poster presented at *PME-13*, Paris.
- [16] Ernest, P. (1991) *The Philosophy of Mathematics Education*, London: Falmer Press.
- [17] Ernest, P. (1994c) The Philosophy of Mathematics and Mathematics Education, in Biehler, R. Scholz, R. W., Straesser, R. and Winkelmann, B. Eds (1994) *The Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*, Dordrecht: Kluwer: 335-349.
- [18] Ernest, P. (1998) *Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*, Albany, New York: SUNY Press.
- [19] Ernest, P. Ed. (1994a) *Constructing Mathematical Knowledge: Epistemology and Mathematics Education*, London, The Falmer Press.
- [20] Ernest, P. Ed. (1994b) *Mathematics, Education and Philosophy: An International Perspective*, London: Falmer Press.
- [21] Gage, N. L. (1989) The Paradigm Wars and Their Aftermath: A 'Historical' Sketch of Research on Teaching Since 1989, *Teachers College Record*, Vol. 91, No. 2: 135-150.
- [22] Gilligan, C. (1982), *In a Different Voice*, Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.
- [23] Glasersfeld, E. von (1983) 'Learning as a Constructive Activity', in Bergeron, J. and Herscovics, N. Eds (1983) *Proceedings of the 5th PME-NA Conference*, Montreal: University of Montreal, Vol. 1: 41-69.
- [24] Glasersfeld, E. von (1995) *Radical Constructivism: A Way of Knowing and Learning*, London: Falmer Press.
- [25] Hersh, R. (1979) Some Proposals for Reviving the Philosophy of Mathematics, *Advances in Mathematics*, Vol. 31: 31-50.
- [26] Hoffman, M. (1977) 'Sex-Differences in Empathy and Related Behaviours', *Psychological Bulletin*, Vol. 84: 712-722.
- [27] Howson, A. G. (1982) *A History of Mathematics Education in England*, Cambridge: Cambridge University Press.
- [28] Kilpartrick, J and Sierpiska, A., Eds. (1998) *Mathematics Education as a Research Domain*, Dordrecht: Kluwer.
- [29] Lacey, C. (1977) *The Socialization of Teachers*, London: Methuen.
- [30] Lakatos, I. (1976) *Proofs and Refutations*, Cambridge: Cambridge University Press.
- [31] Larrabee, M. J. (1993) *An Ethic of Care*, London: Routledge.
- [32] Lerman, S. (1986) *Alternative Views of the Nature of Mathematics and their Possible Influence on the Teaching of Mathematics*, unpublished Ph.D. Thesis, King's College, University of London.
- [33] Maxwell, J. (1989) 'Mathephobia', in Ernest, P. Ed. *Mathematics Teaching: The State of the Art*, London, Falmer Press, 1989: 221-226.
- [34] NCTM (2000) *Principles and Standards for School Mathematics*, Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- [35] Riley, R. W. (1998) 'The State of Mathematics Education: Building a Strong Foundation for the 21st Century', *Conference of American Mathematical Society and Mathematical Association of America*, Thursday, January 8, 1998.
- [26] Schwab, J. J. (1961) 'Education and the Structure of the Disciplines' in Westbury, I. and Wilkof, N. J., Eds., *Science, Curriculum and Liberal Education: Selected Essays of Joseph J. Schwab*, University of Chicago Press, Chicago, 1978, 229-272.
- [37] Skovsmose, O. (1994) *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*, Dordrecht: Kluwer.
- [38] Steen, L. A. (1988) The Science of Patterns, *Science*, Vol. 240, No. 4852: 611-616.
- [39] Steiner, H. G. (1987) 'Philosophical and Epistemological Aspects of Mathematics and their Interaction with Theory and Practice in Mathematics Education', *For the Learning of Mathematics*, Vol. 7, No. 1: 7-13.
- [40] Thom, R. (1973) Modern mathematics: does it exist? in Howson A. G. Ed. *Developments in Mathematical Education*, Cambridge: Cambridge University Press: 194-209.
- [41] Thompson, A. G. (1984) The Relationship Between Teachers Conceptions of Mathematics and Mathematics Teaching to Instructional Practice, *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 15: 105-127.
- [42] Tymoczko, T. Ed. (1986) *New Directions in the Philosophy of Mathematics*, Boston: Birkhauser