

## ТРИДЦАТЬ ЛЕТ МЕТОДА РЕЗОЛЮЦИИ

Петар Хотомски

**РЕЗЮМЕ.** Статья посвящена отмечению 30-ти летия метода резолюции, обоснованного в статье Робинсона 1965. года. В суммарном очерке приведены ключевые результаты (правило резолюции, теорема об резолюции, процедура опровержения) с указанием интенсивного развития рестриктивных форм, техник и стратегий, а также и расширений этого метода, включая логическую систему языка Пролог. Отдельно приведены наши усилия по развитию метода и его приложений. Кроме описания результатов в рамках развития системы "GRAPH", приведены сведения об системе "А-ДТ с вариабильными стратегиями поиска" и об системе "DEDUC" для автоматического порождения комбинаторных расположений. Приведен обзор опубликованных статей и других наших трудов связанных с методом резолюции. В заключении отмечено что системы с резолюцией могут оказаться полезным в качестве "интеллектуального мотора" для решения задач в различных проблемных средах, особенно тех которые подаются последовательности несложных дедукций. Таким образом возможно построить и различные непроцедурные языки программирования и преодолеть известные помехи присущие в Прологе.

### 1. Введение

В январе 1995. года совершилось 30 лет со дня опубликования статьи Робинсона [10]. В пей обоснованна новая логическая система значительная не только для теоретических рассуждений в рамках математики, но и для практических приложений в других областях. В течении 30-ти лет метод резолюции добился не только к математикам, инженерам, студентам, но даже и к другим пользователям, превосходно посредством языка Пролог.

Поэтому в настоящей статье мы не будем заниматься хронологическим докладом результатов и исторических данных. Мы ограничимся суммарным очерком ключевых результатов с указанием наших усилий по развитию этого метода и его приложений.

## 2. Суммарный очерк развития метода резолюции и его приложений

Теоретическим окружением в котором развился метод резолюции является автоматическое доказательство теорем на языке исчисления предикатов первого порядка. По отношению к состоянию этой проблематики, которое описано в фундаментальной статье Ван Хао [4] со 1960. года и статье [5] со 1965. года, существенный прогресс осуществлен в статье Робинсона [10] путем создания логической системы первого порядка не требующей логических аксиом и обоснованной на только одном правиле вывода (принципе резолюции). Логическая корректность и полнота этой системы обоснованы на существующих результатах Эрбрана.

Ключевыми результатами являются : правило резолюции, теорема об резолюции и процедура опровержения . Их можно сформулировать следующим образом.

Правило резолюции:

Из дизъюнктов  $D_1$  и  $D_2$  не имеющих общих переменных, (это можно всегда получить переименованием переменных), при условии существования наиболее общего унификатора  $\Theta$  для непустых множеств литер  $L_1 \subseteq D_1$  и  $L_2 \subseteq D_2$ , причем  $L_1\Theta$  и  $L_2\Theta$  являются дополнительными по отношению к отрицанию , выводим дизъюнкт  $\neg$  резольвента:

$$(D_1 \setminus L_1)\Theta \cup (D_2 \setminus L_2)\Theta .$$

Специально: из дизъюнктов:  $\neg A \vee C_1$  ,  $B \vee C_2$  выводится резольвента:  $C_1\Theta \vee C_2\Theta$  , причем  $A\Theta$  совпадает с  $B\Theta$  .

Таким образом правило резолюции объединяет процесс подстановки переменных с процессом логического вывода в исчислении высказываний. Наиболее общий унификатор находится при помощи алгоритма унификации.

Теорема об резолюции:

Пусть  $R(S)$  обозначает объединение множества  $S$  с множеством всех резольвент выводимых из дизъюнктов множества  $S$ ,  $R_0(S) = S$  и  $R_n(S) = R(R_{n-1}(S))$ ,  $n > 0$  . Тогда справедлива следующая теорема:

Конечное множество дизъюнктов  $S$  невыполнимо тогда и только тогда, когда  $R_n(S)$  содержит для некоторого  $n > 0$  пустой дизъюнкт.

Опровержением исходного множества дизъюнктов  $S$  называется последовательность дизъюнктов  $B_1, B_2, \dots, B_k$ , такая что для каждого члена  $B_i$ ,  $1 \leq i \leq k$ , справедливо:

$B_i \in S$ , либо  $B_i$  является резольвентой некоторых предшествующих членов, и  $B_k$  пустой дизъюнкт.

Из теоремы об резолюции следует:

Конечное множество дизъюнктов  $S$  невыполнимо тогда и только тогда, когда существует опровержение множества  $S$ .

Поэтому теорема об резолюции устанавливает полноту этой логической системы. С целью повышения эффективности процедуры опровержения в [10] предложены первые стратегии поиска (search principles).

Логическая простота и открытые перспективы привлекли большое число исследователей по фундаментальным и прикладным вопросам. Выработаны различные рестриктивные формы резолюции и особые техники для повышения эффективности процедур поиска, такие как: семантическая резолюция, гиперрезолюция, упорядоченная резолюция, линейная резолюция, OL-резолюция с маркированными литерами и другие. Кроме синтаксических стратегий поиска (в ширину либо в глубину) развиты различные эвристические стратегии. С целью повышения их эффективности добавлены особые правила которые учитывают особенности отдельных проблемных областей (коммутативность, ассоциативность и т.п.)

Кроме рестриктивных форм исследованы и расширения метода резолюции на случай когда исходное множество не является конечным и содержит схемы аксиом, такие как подстановочность равенства либо математической индукции. Метод резолюции дополнен правилом параметризации для теорий с равенством и правилом индукции для теорий с математической индукцией. Эти правила позволяют элиминировать схемы аксиом из исходного множества дизъюнктов. Сведения об этом этапе развития можно найти в [18], где приведен список превышающий 300 библиографических единиц.

В рамках эвристического программирования осуществлены различные программные системы которые ориентированы на различные теоретические или практические приложения. Из сферы чистой математики, т.е. доказательства теорем в различных математических теориях, открыты приложения этого метода в других областях, вне математики.

Оказалось что метод резолюции применим к широкому спектру проблем которые выразимы на языке исчисления предикатов, такие как: вопросно-ответные системы, ситуационное управление и принятие решений, порождение комбинаторных расположений, автоматическое генерирование программ и определение их корректности, логическое программирование и непроцедурные языки, базы данных и т.д. Одна из модификаций резолюционной процедуры опровержения встроена в темель языка программирования Пролог. Этим, а также и другими полезными практическими приложениями, уменьшено разочарение которое произошло в последствии сверхмерного начального оптимизма с начала 70-тых, с одной стороны и скромного эффекта построенных программных систем, с другой стороны.

Полученные теоретические результаты и практические эксперименты создали возможность с больше реализма оценивать положение и роль метода резолюции в усилиях автоматизации логического умозаключения и рассуждения, особенно в областях математической деятельности. Ожидаемая автономность и мощьность программных систем с резолюцией уступает место новой роли консультанта-асистента человеку исследователю в процессе решения сложных проблем. При этом резолюционный подход вкладывается в другие нерезолюционные, интерактивные системы вывода.

### 3. Обзор наших результатов

Обзор наших усилий начнем с очерком об первой более комплексной системе доказательства теорем которая построена в рамках экспертной системы GRAPH, [30] на Электротехническом факультете в Белграде 1980-1985. года.

Модуль THEOR в составе системы GRAPH содержит эвристический доказатель теорем с естественным выводом [29] и доказатель с резолюцией и индукцией [14]. Первый из их включает интерактивный режим работы, а другой является вполне самостоятельной автоматической процедурой поиска доказательства без вмешательства человека. Сопряжение этих доказателей осуществленно таким образом что цель малой комплексности отсылается из интерактивной части на доказательство в часть с резолюцией. Система с резолюцией и индукцией обстоит на OL-резолюции с маркированными литерами и на оригинальных результатах в связи расширения метода резолюции на теории первого порядка с математической индукцией, которые описанны в [11], [12], [13].

С 1986. года на Техническом факультете в Зреняине продолжен-

но совершенствование этой системы. Разработана и встроена в систему новая эвристическая техника автоматического упорядочения дизъюнктов в исходном множестве, при помощи вычисления их весов, [7], [8].

Система с резолюцией и индукцией в рамках системы GRAPH обоснована на стратегии поиска в ширину. Повышение эффективности возможно при помощи использования различных стратегий. На этой почве построена система АДТ которая описана в [2], [24], [26]. Первые эксперименты на этой системе описаны в [3]. Система АДТ с вариabильными стратегиями поиска является частью большей системы АДТ которая на факультете в Зреняине разработана с 1990. года. В самом деле, система доказательства дополнена экспертно-обучающей системой, которая развивалась в сотрудничестве с институтом кибернетики из Киева в эдукативном направлении, [19], [20]. Обе части являются независимыми и имеют самостоятельное значение в научно-исследовательском, обучающем и практическом смысле.

Одно из практических приложений системы АДТ осуществлено в области порождения комбинаторных расположений, [21], [22]. Разработана и построена на РС компьютере система DEDUC для автоматического порождения распоряжения уроков, которая использует систему АДТ в качестве дедуктивного механизма [9], [25], [26]. Достоинство системы DEDUC состоит в возможности менять исходные условия без необходимости перемен в процедурной части системы.

Дальнейшие исследования, которые сейчас проводятся, ориентированы на развитие непроцедурных языков программирования, при чем используется АДТ система.

Обзор наших активностей дополним следующими статьями, которые не упомянуты выше, а которые связаны с методом резолюции. Некоторые детали об системе с резолюцией и индукцией обсуждены в трудах [15], [6]. В первом из их описана техника выделения только релевантных шагов опровержения из множества всех шагов которые осуществлены в процессе поиска доказательства. В другом описаны эксперименты показывающие возможность получить различные доказательства одной и той же теоремы.

В [17] представлен короткий обзор развития автоматического доказательства теорем, приведены сведения об системе GRAPH, примеры доказательств и возможности дальнейшего совершенствования системы с резолюцией. Это подстрекнуло дальнейшие исследова-

ния, опубликованные в статье [1]. Осуществленно элиминирование идентичных резольвент которые могут быть порождены на соседних уровнях поиска, а также внесены некоторые перемены в связи с применением правила симметрии.

В [16] описана возможность использования системы с резолюцией для решения задач стабилизации и трансформирования технологических процессов.

В периоде 1983–1988. года проведено несколько обзорных докладов и семинаров посвященных методу резолюции, которые припомогли увеличению числа исследователей .

Теоретические знания и практический опыт отразились и на обучении студентов. Метод фундаментальной резолюции вошел в состав курса "Математическая логика и принципы программирования" (как один из методов исследования тавтологий ) на 1. курсе обучения профессоров информатики, [23]. Дополнительное знание об методе резолюции эти студенты получают на 3. курсе в рамках предмета "Системы искусственного интеллекта", [28]. На упражнениях используются системы АДТ и DEDUC на РС компьютерах (раньше использована система GRAPH на VAX компьютере).

На аспирантном уровне "Информатика в образовании" выработано несколько семинарных работ посвященных приложениям метода резолюции.

Наконец, приведены и некоторые числовые указатели наших усилий по расширению метода резолюции:

- опубликованные труды: 24
- обзорные доклады: 16
- монографии и учебники: 2 + 2
- кандидатские тезисы (магистратура): 3
- диссертации (доктораты): 1 + 1 (в работе).

Почти все из приведенных исследований были осуществлены в рамках проектов, либо отдельных тем (4 проекта, 6 тем) с финансовой поддержкой научных учреждений Республики Сербии или Воеводины.

#### 4. Заключение

Логически полная система, обоснованная на принципе резолюции, интенсивно развивалась в рамках теории и практики автоматического доказательства теорем и приобрела форму метода резолюции — одного из возможных методов автоматического воспроизведения логического вывода на компьютере.

Недостатки этого подхода, такие как:

- непрямое представление в форме дизъюнктов,
- экспоненциальный взрыв пространства поиска,
- невозможность совершить доказательства сложных математических теорем в реальных ресурсах,

в определенной мере обескуражили использовать этот метод в различных проблемных областях. Ослабление этих недостатков осуществлено дальнейшими модификациями исходного метода. Так построена дедуктивная система Пролог-языка которая использует импликативную форму представления и содержит развитые техники сужения пространства поиска, но и некоторые недостатки. Помимо известных недостатков, можно утверждать что именно программирование в Прологе внесло большой вклад в расширение приложений метода резолюции к различным областям.

Наши анализы и опыт использования систем с резолюцией позволяют сделать следующие выводы:

- В тех случаях, когда внутреннее представление скрыто от пользователя, нет необходимости устранять форму дизъюнктов.
- Существует значительное число задач, для решения которых "глубокие" рассуждения можно привести к последовательности простых дедукций, с которыми система АДТ справляется совсем эффективно и практически удовлетворимо.
- Систему АДТ с резолюцией можно использовать в качестве "интеллектуального мотора" в различных проблемных средах с целью решения определенных задач.
- Используя систему АДТ с резолюцией как дедуктивный базис, возможно построить различные непроцедурные языки программирования и преодолеть некоторые недостатки Пролога.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Берковић И., Хотомски П., Радуловић Б., *Имплементација неких побољшања резолуцијског доказивача теорема*, Зборник симпозијума о информатичким технологијама "Сарајево-Јахорина", ЕТФ Сарајево (1991), 227.1-227.8.
- [2] Берковић И., *Варијабилне стратегије претраживања у наставно оријентисаном систему за аутоматско доказивање теорема*, Магистарски рад, Технички факултет "М. Пупин", Зрењанин (1994).
- [3] Berković I., *Some experiments with the system for automatic theorem proving*, Workshop on information technologies. Novi Sad (1994), 1-8 (to appear).

- [4] Wang H., *Toward Mechanical Mathematics*, IBM J. Res.Devel. 1 (1960), 2-22.
- [5] Wang H., *Formalization and Axiomatic Theorem Proving*, Proc. IFIP Congr. 1965 1 (1965), Spartan Books, Washington.
- [6] Кујаџић М., Хотомски П., *Different computer proofs of the same theorem*, Zbornik XI međunarodnog simpozija "Kompjuter na sveučilištu", Cavtat 1989, SRCE Zagreb (1989), 8.14.1-8.14.6.
- [7] Кујаџић М., *Могућности за побољшање доказивача теорема у систему "Граф"*, Зборник симпозијума "Остварења и примене вештачке интелигенције", Дубровник 1989, Технички факултет "М. Пупин" Зрењанин (1990), 67-76.
- [8] Кујаџић М., *Усавршавање тезике резолуцијског доказивања теорема са концепцијом примене у образовању*, Магистарски рад, Технички факултет "М. Пупин" Зрењанин (1991).
- [9] Прохаска Д., *Дедуктивна метода генерисања комбинаторних распореда и њена програмска алгоритмизација*, Магистарски рад, Технички факултет "М. Пупин", Зрењанин (1994).
- [10] Robinson J. A., *A Machine-Oriented Logic Based on the Resolution principle*, J. ACM 12 (1965), no. 1, 23-41.
- [11] Хотомски П., *Правило индукције в доказательстввах опровержением с применением к автоматическому доказательству теорем*, Publication de l'Institut mathematique, Belgrade 31(45) (1982), 51-63.
- [12] Хотомски П., *Способ встроения правила индукции в процедуры автоматического доказательства теорем с резолюцией*, Publication de l'Institut mathematique, Belgrade 33(47) (1983), 89-95.
- [13] Hotomski P.Z., *An induction law in proofs by contradiction with an application to automatic theorem proving (autoreferat)*, Zentralblatt für Mathematik 521.03006 (1984), 19-20.
- [14] Хотомски П., *Система автоматического доказательства теорем с резолюцией, индукцией и симметрией*, Proc. of the conf. algebra and logic, Institute of mathematics, Novi Sad (1985), 55-61.
- [15] Hotomski P., *Determination of the proof tree in an automated theorem proving system*, Zbornik X međunarodnog simpozija "Kompjuter na sveučilištu", Cavtat 1988, SRCE Zagreb (1988), 8.10.1-8.10.8.
- [16] Хотомски П., Кујаџић М., *Логичке методе у аутоматском управљању*, Зборник II симпозијума ИЕС у процесној индустрији, САУМ-ЗЗЕЕ, Београд (1988), 3.1-3.11.
- [17] Хотомски П., *Аутоматско доказивање теорема — резултати и перспективе*, Зборник радова техничког факултета "М. Пупин", Зрењанин (1990), 66-73.
- [18] Хотомски П., Певац И., *Математички и програмски проблеми вештачке интелигенције у области аутоматског доказивања теорема*, Научна књига, Београд, 1988 (друго издање 1991).
- [19] Хотомски П., Кујаџић М., Кудрявцева С., *Експертно—обучавајући систем АДТ за учење о аутоматском доказивању теорема*, Зборник "Информатика у образовању и нове технологије", Нови Сад 1991., Технички факултет "М. Пупин", Зрењанин (1991), 39.1- 39.8.
- [20] Хотомски П., *Учење методе резолуције помоћу аутоматизованог курса*, Зборник "Информатика у образовању", Технички факултет "М. Пупин", Зрењанин (1992), 71.1-71.8.



- [21] Хотомски П., *Дедуктивнији подход к автоматическому порождению комбинаторных расположений*, Proc. of the VI Conf. on Logic and Comp. Science LIRA 92, Novi Sad (1992), 35-42.
- [22] Хотомски П., *Креирање комбинаторних распореда методом аутоматске дедукције*, Зборник радова Техничког факултета "М. Пупин", Зрењанин, 3/92 (1993), 1.1-1.11.
- [23] Хотомски П., Кујачић М., *Математичка логика и принципи програмирања*, Технички факултет "М. Пупин", Зрењанин, 1992.
- [24] Хотомски П., Берковић И., *Имплементација система АДТ за аутоматско доказивање теорема са варијабилним стратегијама*, Зборник "Информатика у образовању", Технички факултет "М. Пупин", Зрењанин (1994), 101-109.
- [25] Хотомски П., Прохаска Д., *Имплементација система DEDUC за аутоматско генерисање комбинаторних распореда*, Зборник "Информатика у образовању", Технички факултет "М. Пупин", Зрењанин (1994), 110-118.
- [26] Хотомски П., *Интелигентни програмски системи у области аутоматског резоновања*, "Информатика и друштвене промене", Технички факултет "М. Пупин", Зрењанин (1994), 1-17 (to appear).
- [27] Hotomski P., *Automated reasoning in Resolution based systems*, Workshop on information technologies, University of Novi Sad and Aristotle University of Thessaloniki (1994), 1-8 (to appear).
- [28] Хотомски П., *Системи вештачке интелигенције*, Технички факултет "М. Пупин", Зрењанин, 1995.
- [29] Svetković D., Pevac I., *Man-machine theorem proving in Graph theory*, Artificial intelligence vol 35 (1988).
- [30] Цветковић Д. и други, *Десет година развоја и примене експертног система "Граф"*, Зборник симпозијума "Остварења и примене вештачке интелигенције", Дубровник 1989 (1990), Технички факултет "М. Пупин", Зрењанин, 25-46.

Технички факултет "М. Пупин", Зрењанин, Б. Баковића б.б. Југославија