Зборник радова Математичког института, Нова серија, књ. 3 (11), 1979.
Recueil des travaux de l'Institut Mathématique,, Nouvelle serie, tome 3 (11), 1979.

ЛАМИНАРНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ В ВЫСОКОСКОРОСТНОМ ГАЗОВОМ ПОТОКЕ ПРИ ПЕРЕМЕННОМ ТЕПЛОВОМ УСЛОВИИ НА СТЕНКЕ

В. Сальников и З. Боричич

(Сообщено 26 июня 1974)

I. Универсализация рассматриваемой проблемы

Как уже показано в работе [I], уравнения пограничного слоя для случая ламинарного плоского и стационарного течения сжимаемого газа при больших скоростях, преобразованные посредством трансформаций Дородницына-Стюартсона, могут быть приведены к универсальному виду нечто иным способом нежели это было достигнуто ранее Капустянским [4].

Для этого было необходимо преобразовать, сперва, исходную систему уравнений рассматриваемой проблемы, посредством перенятых из работы [2] трансформаций:

$$X,\ \eta = g(X)\frac{U_e^{b/2}}{\nu_1\sqrt{2X}}\,Y,\ \psi(X, Y) = \frac{1}{g(X)}\,\nu_1\,U_e^{1-\frac{b}{2}}\sqrt{2X}\,\Phi(X, \eta) \tag{1}$$

также как и тепловой функции

$$S = \frac{h_0}{h_1} - 1, \tag{2}$$

со следующими обозначениями:

X, Y	— переменные Дородницына-Стюартсона
U	— скорость в пограничном слое
U_e	— скорость внешнего течения
ν_1	— кинематическая вязкость
$g(X)$	— функция подлежащая определению
b	— произвольная постоянная
h_1	— энталпия адиабатически заторможенного газа во внешнем течении
h_0	— энталпия в пограничном слое
ψ	— функция тока

При этом использовано уравнение импульсов

$$\frac{df}{dX}=\frac{U_e'}{U_e}F+\frac{U_e''}{U_e'}f \quad \text{или} \quad \frac{dZ^{**}}{dX}=\frac{F}{U_e}, \tag{3}$$

где

$$Z^{**}=\frac{\Delta^{**2}}{\nu_1},$$

со следующими в теории пограничного слоя привычными величинами

$$\Delta^*=\int_0^\infty\left(1+S-\frac{U}{U_e}\right)dY, \quad \Delta^{**}=\int_0^\infty\frac{U}{U_e}\left(1-\frac{U}{U_e}\right)dY, \quad F=2[\zeta-(2+H)f]$$

$$\zeta=\left[\frac{\partial(U/U_e)}{\partial(Y/\Delta^{**})}\right]_{Y=0}, \quad H=\Delta^*/\Delta^{**}, \quad f=\frac{U_e'\Delta^{**2}}{\nu_1} \tag{4}$$

приведенными посредством выражений (I), (3) к виду

$$\Delta^*=\frac{\nu_1\sqrt{2X}\,A(X)}{U_e^{b/2}\,g(X)}, \quad \text{где} \quad A(X)=\int_0^\infty(1-\Phi_\eta+S)\,d\eta;$$

$$\Delta^{**}=\frac{\nu_1\sqrt{2X}\,B(X)}{U_e^{b/2}\,g(X)}, \quad \text{где} \quad B(X)=\int_0^\infty\Phi_\eta(1-\Phi_\eta)\,d\eta; \tag{5}$$

$$F=\frac{aB^2-bf}{1-\dfrac{2}{B}f\dfrac{dB}{df}};\ \zeta=B(\Phi_{\eta\eta})_{\eta=0};\quad H=A/B.$$

$$f=\frac{2\nu_1XU_e'\,B^2(X)}{U_e^b\,g^2(X)}. \tag{6}$$

Дифференциальные уравнения, преобразованные указаным способом, могут быт, для случая особого теплового условия на стенке ($\eta=0$: $S=S_w=$ $=\text{const.}$), как уже показано в работе [1], посредством известной, Л.Г. Лойцянским [3] определенной системы формпараметров

$$f_k=U_e^{k-1}\frac{d^kU_e}{dX^k}(Z^{**})^k, \quad \text{где} \quad f_1=f \quad (k=1,2,\ldots,\infty) \tag{7}$$

перенемающей роль независимой переменной X, вернее при помощи рекуррентного соотношения

$$\frac{U_ef_1}{U_e'}\frac{df_k}{dX}=[(k-1)f_1+kF]f_k+f_{k+1}=\theta_k \quad (k=1,2,\ldots,\infty) \tag{8}$$

и дифференциального преобразования

$$\frac{U_e f_1}{U_e'} \frac{\partial}{\partial X} = \sum_{k=0}^{\infty} \theta_k \frac{\partial}{\partial f_k}, \tag{9}$$

приведены к универсальному виду, причем f_0 обозначает так-называемый „параметр сжимаемости" (т.е. $\varkappa = f_0$), а θ_0 определено выражением $\theta_0 = 2\varkappa(\varkappa - 1) f_1$.

Нужно отметить что эти дифференциальные уравнения представляют в некотором отношении обобщение универсальных уравнений Капустянского [4], поскольку, в особом случае, определенном условием $B=\text{const.}$, они приводятся к его системе.

В более общем случае переменного распределения тепловой функции на стенке $S_w(X)$, рассматриваемом в этой работе, необходимо сперва, посредством соотношения

$$S(X, \eta) = S_w(X) H(X, \eta) + S_1(X, \eta) \tag{10}$$

произвести разложение энергетического уравнения на два дифференциальных уравнения, определяющих введенные функции $H(X, \eta)$ и $S_1(X, \eta)$.

Для универсализации полученых таким образом трех преобразованных дифференциальных уравнений и соответствующих граничных условий необходимо, кроме ранее использованной системы формпараметров (7), ввести в рассмотрение еще одну систему следующего вида

$$\alpha_k = U_e^{k-1} \frac{d^{k-1}\alpha}{dX^{k-1}} (Z^{**})^{k-1}; \quad (k = 1, 2, \dots, \infty), \tag{11}$$

где

$$\alpha_1 = \alpha(X) = S_w(X),$$

удовлетворяющую рекуррентное соотношение

$$\frac{U_e f_1}{U_e'} \frac{d\alpha_k}{dX} = (k-1)(f_1 + F)\alpha_k + \alpha_{k+1} = G_k \tag{12}$$

Таким образом, при помощи соответствующего дифференциального преобразования

$$\frac{U_e f_1}{U_e'} \frac{\partial}{\partial X} = \sum_{k=0}^{\infty} \theta_k \frac{\partial}{\partial f_k} + \sum_{k=1}^{\infty} G_k \frac{\partial}{\partial \alpha_k}, \tag{13}$$

уравнения рассматриваемой проблемы и граничные условия приводятся окончательно к универсальному виду.

Определение функции $g(X)$ перенятое из работы [1] имеет форму

$$g(X) = \sqrt{\frac{2\nu_1 X}{a \int_0^X U_e^{b-1}\, dX}}, \qquad \text{где } a = \text{const.} \tag{14}$$

Подстановка соотношения (14) в формулу (6) приводит формпараметр f к следующему виду

$$f(X)=\frac{a B^2 U_e'}{U_e^b} \int_0^X U_e^{b-1}\, dX, \tag{15}$$

представляющий, по существу, интеграл уравнения импульсов (3). Благодаря этому обстоятельству, дополнительная интеграция этого уравнения, необходимая при применении первоначального метода Л.Г. Лойцянского [3] на конкретные задачи рассматриваемой проблемы, оказывается излишней.

Таким образом, после подстановки функции $g(X)$ (14), преобразования (1) получают следующий окончательный вид

$$X,\ \eta=\frac{U_e^{b/2}\, Y}{\sqrt{a \nu_1 \int_0^X U_e^{b-1}\, dX}}, \qquad \psi=\sqrt{a \nu_1 \int_0^X U_e^{b-1}\, dX}\ U_e^{1-\frac{b}{2}}\, \Phi(X, \eta). \tag{16}$$

Нужно отметить что выражения (16), при особых значениях коэффициентов $a=b=2$ приводятся к известной поперечной переменной η и соответствующей функции тока ψ Гёртлера.

Посредством преобразований (16), универсальные уравнения рассматриваемой проблемы принимают следующую окончательную форму:

$$\begin{aligned}
&\Phi_{\eta\eta\eta}+\frac{1}{2 B^2}[a B^2+f_1(2-b)]\, \Phi \Phi_{\eta\eta}+\frac{f_1}{B^2}(1+S_1+\alpha_1 H-\Phi_\eta^2)=\\
&\qquad =\frac{1}{B^2}\sum_{k=0}^{\infty} \theta_k (\Phi_\eta \Phi_{\eta f_k}-\Phi_{f_k} \Phi_{\eta\eta})+\\
&\qquad +\frac{1}{B^2}\sum_{k=1}^{\infty} G_k (\Phi_\eta \Phi_{\eta \alpha_k}-\Phi_{\alpha_k}\cdot \Phi_{\eta\eta});\\
&S_{1\eta\eta}+P_r \frac{1}{2 B^2}[a B^2+f_1(2-b)]\, \Phi S_{1\eta}+2(P_r-1) f_0 (\Phi_\eta \Phi_{\eta\eta})_\eta=\\
&\qquad = P_r \frac{1}{B^2}\sum_{k=0}^{\infty} \theta_k (\Phi_\eta S_{1 f_k}-\Phi_{f_k} S_{1\eta})+\\
&\qquad + P_r \frac{1}{B^2}\sum_{k=1}^{\infty} G_k (\Phi_\eta S_{1\alpha_k}-\Phi_{\alpha_k} S_{1\eta});\\
&H_{\eta\eta}+P_r \frac{1}{2B^2}[a B^2+f_1(2-b)]\, \Phi H_\eta-P_r \frac{1}{B^2}\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\Phi_\eta H=\\
&\qquad = P_r \frac{1}{B^2}\sum_{k=0}^{\infty} \theta_k (\Phi_\eta H_{f_k}-\Phi_{f_k} H_\eta)+\\
&\qquad + P_r \frac{1}{B^2}\sum_{k=1}^{\infty} G_k (\Phi_\eta H_{\alpha_k}-\Phi_{\alpha_k} H_\eta),
\end{aligned} \tag{17}$$

причем граничные условия имеют следующий вид:

$$
\begin{aligned}
&\eta=0\ :\Phi=\Phi_\eta=S_1=0;\quad H=1,\\
(18)\qquad &\eta=\infty:\Phi_\eta=1;\quad S_1=H=0,\\
&f_1=f_{10}:\Phi=\Phi_0;\quad S_1=S_{10};\quad H=H_0.
\end{aligned}
$$

2. Решение преобразоbанной системы уравнений

Поскольку решение системы уравнений (17), (18) в общем случае зависимости от всех введеных параметров (7), (11) практически неосуществимо, в дальнейшем исследовании необходимо ограничится на их конечное число. Однако, имея в виду существование различных причин воздействия на развитие пограничног слоя, влияющих на систему (17), (18) посредством трех видов параметров (f_0, f_k, α_k), целесообразно решать рассматриваемую проблему наименьше в трехпараметрическом приближении, т.е.: $f_0\neq 0, f_1\neq 0, \alpha_1\neq 0$; $f_k=0$; $\alpha_k=0$ ($k=2, 3,\dots\infty$).

При этом из-за затруднений связанных с применением электронно-вычислительной машины (ЭВМ), которые бы возникли при решении полного трехпараметрического приближения (надобность большей действующей и внешней памяти машины, а также и более продолжительного времени для самого расчета), необходимо было произвести так называемую локализацию по некоторым из оставшихся параметров. Имея в виду выводы о интенсивности влияния отдельных параметров, сделанных при исследовании подобной проблемы [5], интегрирование системы (17), (18) проводилось в трехпараметрическом приближении, для двух различных случаев локализации:

1. дважды локализованном ($\partial/\partial f_0=0$; $\partial/\partial\alpha_1=0$), на рисунках обозназначенном с „lokal“,
2. трижды локализованном, т. наз. автомодельном ($\partial/\partial f_0=0$; $\partial/\partial f_1=0$; $\partial/\partial\alpha_1=0$), на рисунках обозначенном с „autom“.

В первом случае система (17), (18) приводится к следующим уравнениям

$$
\begin{aligned}
&\Phi_{\eta\eta\eta}+\frac{1}{2B^2}\left[aB^2+f_1(2-b)\right]\Phi\Phi_{\eta\eta}+\frac{f_1}{B^2}(1+S_1+\alpha_1 H-\Phi_\eta^2)=\\
&\qquad=\frac{Ff_1}{B^2}(\Phi_\eta\Phi_{\eta f_1}-\Phi_{f_1}\Phi_{\eta\eta});\\
(19)\qquad &S_{1\eta\eta}+\frac{P_r}{2B^2}\left[aB^2+f_1(2-b)\right]\Phi S_{1\eta}+2(P_r-1)f_0(\Phi_\eta\Phi_{\eta\eta})_\eta=\\
&\qquad=P_r\frac{Ff_1}{B^2}(\Phi_\eta S_{1f_1}-\Phi_{f_1}S_{1\eta});\\
&H_{\eta\eta}+\frac{P_r}{2B^2}\left[aB^2+f_1(2-b)\right]\Phi H_\eta=P_r\frac{Ff_1}{B^2}(\Phi_\eta H_{f_1}-\Phi_{f_1}H_\eta),
\end{aligned}
$$

и соответствующим граничным условиям:

$$
(20)\qquad
\begin{aligned}
&\eta = 0 : \Phi = \Phi_\eta = S_1 = 0; \quad H = 1,\\
&\eta = \infty : \Phi_\eta = 1; \quad S_1 = H = 0,\\
&f_1 = f_{10} : \Phi = \Phi_0; \quad S = S_{10}; \quad H = H_0.
\end{aligned}
$$

В другом случае получаются обыкновенные дифференциальные уравнения

$$
(21)\qquad
\begin{aligned}
&\Phi_{\eta\eta\eta} + \frac{1}{2B^2}\,[aB^2 + f_1(2-b)]\,\Phi\Phi_{\eta\eta} + \frac{f_1}{B^2}\,(1 + S_1 + \alpha_1 H - \Phi_\eta^2) = 0;\\
&S_{1\eta\eta} + \frac{P_r}{2B^2}\,[aB + f_1(2-b)]\,\Phi\, S_{1\eta} + 2(P_r - 1) f_0\, (\Phi_\eta \Phi_{\eta\eta})_\eta = 0;\\
&H_{\eta\eta} + \frac{P_r}{2B^2}\,[aB^2 + f_1(2-b)]\,\Phi\, H_\eta = 0,
\end{aligned}
$$

с граничными условиями

$$
(22)\qquad
\begin{aligned}
&\eta = 0 : \Phi = \Phi_\eta = S_1 = 0; \quad H = 1,\\
&\eta = \infty : \Phi_\eta = 1; \quad S_1 = H = 0.
\end{aligned}
$$

При этом нужно отметить что последнее граничное условие (20) получено в результате решения подобной задачи на пластинке, определенного, для случая соответствующего значения формпараметра $f_{10}=0$, следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$
(23)\qquad
\begin{aligned}
&\Phi_{0\eta\eta\eta} + \frac{a}{2}\,\Phi_0\,\Phi_{0\eta\eta} = 0;\\
&S_{10\eta\eta} + P_r\,\frac{a}{2}\,\Phi_0\, S_{10\eta} + 2(P_r - 1) f_0\, (\Phi_{0\eta}\,\Phi_{0\eta\eta})_\eta = 0;\\
&H_{0\eta\eta} + P_r\,\frac{a}{2}\,\Phi_0\, H_{0\eta} = 0,
\end{aligned}
$$

и граничным условиями

$$
(24)\qquad
\begin{aligned}
&\eta = 0 : \Phi_0 = \Phi_{0\eta} = S_{10} = 0; \quad H_0 = 1,\\
&\eta = \infty : \Phi_{0\eta} = 1; \quad S_{10} = H_0 = 0.
\end{aligned}
$$

Системи (19), (20), (21), (22); (23), (24) решались численно, методом конечных разностей на ЭВМ IBM360, причем соответствующие конечно-разностные уравнения интегрировались известным методом „прогонки“ [6] по специально составленной стандартной программе. Расчет происходил для двух пар коэффициентов a и b ($a=2$, $b=2$; $a=0.4408$, $b=5.7140$), причем рассматривалось течение воздуха ($P_r=0{,}72$) в случае тепловой функции на стенке $\alpha_1=S_w=0.4$ и двух значений параметра сжимаемости ($f_0=\varkappa=0.5$ и $f_0=0.95$).

В результате численного интегрирования получены кроме универсальных распределений характерных для пограничного слоя величин $A(f_1)$, $B(f_1)$, $F(f_1)$, $\zeta(f_1)$, $H(f_1)$, определенных ранее формулами (5), (6), также и универсальные, характерные для сжимаемого пограничного слоя, величины ζ^*, ζ_s, H_s, F_s, f_{s1}, необходимые для практического расчета, причем их определение дано следующими выражениями:

$$\zeta^* = [\partial S/\partial(Y/\Delta^{**})]_{Y=0} = B(S_\eta)_{\eta=0};\quad \zeta_s = [\partial S/\partial(Y/\Delta_s^{**})]_{Y=0} = \zeta^* H_s;$$

$$(25)\qquad H_s = \Delta_s^{**}/\Delta^{**} = \frac{1}{B}\int_0^\infty S\,\Phi_\eta\, d\eta,\quad \text{где}\quad \Delta_s^{**} = \int_0^\infty \frac{U}{U_e} S\, dY;$$

$$F_s = -2\left(\frac{\zeta_s}{P_r} + f_{s1}\right);\quad f_{s1} = f_1 H_s^2 = U'_e \frac{\Delta_s^{**2}}{\nu_1}.$$

Так нпр. на Рис. 1 представлено полученное универсальное распределение $B(f_1)$ необходимое для расчета толщины потери импульса (5).

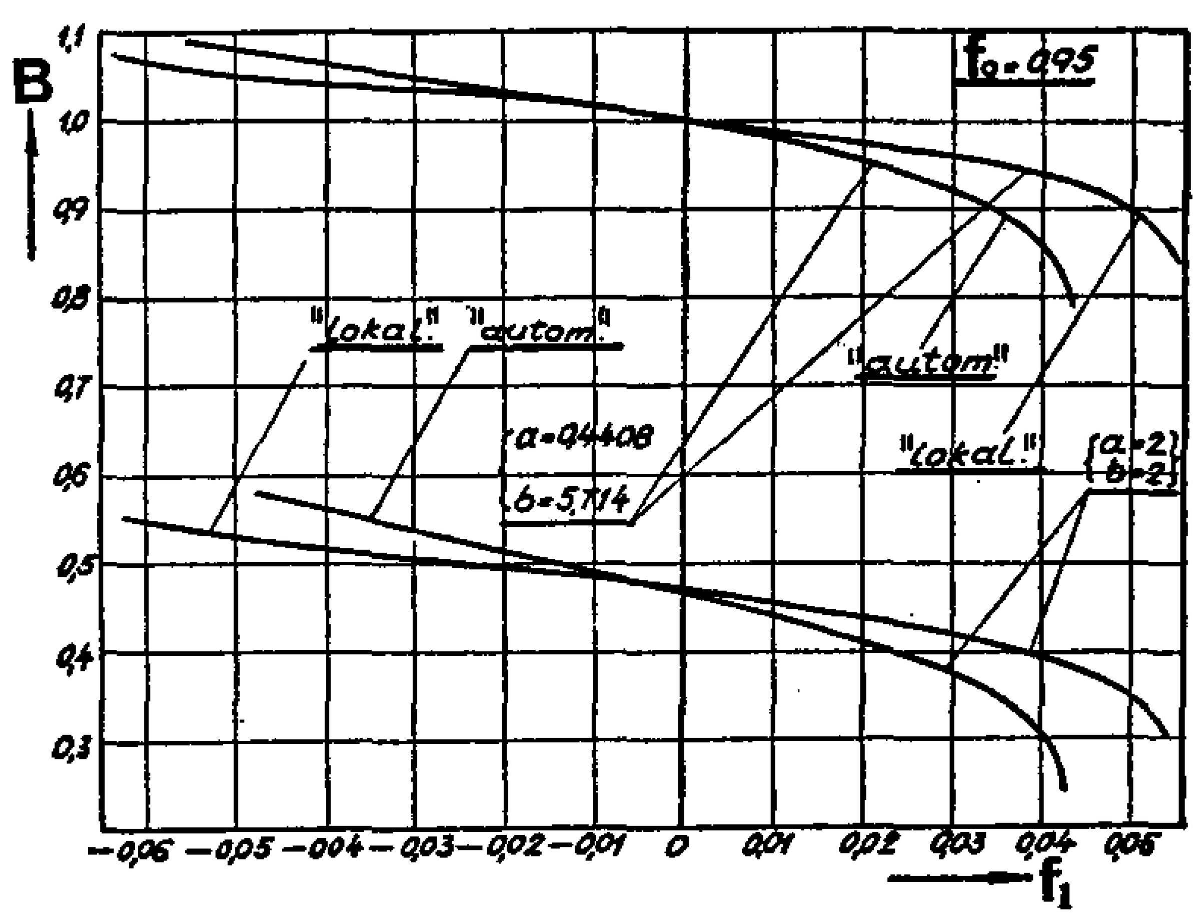

Рис. 1

В особых таблицах помещенные значения этой и остальных характерных величин (5), (6), (25) дают возможность произвести полный расчет пограничного слоя для конкретных примеров рассматриваемой проблеммы при помощи интегрального, также в универсальном виде рассчитанного, соотношения

$$(26)\qquad \frac{f_1(X)}{B^2(X)} = \frac{a\,U_e'(X)\int_0^X U_e^{b-1}(X)\,dX}{U_e(X)^b} = \beta(X),$$

произшедшего из выражения (15) и осуществляющего непосредственный переход от формпараметра f_1 к переменной Дородницына-Стюартсона X.

Сам способ определения характерных величин необходимых для расчета показан схематически на последнем, в виде номограммы, представленном Рис. 7.

3. Примеры

Полученные универсальные таблицы использованы для исследования двух примеров.

В первом случае, решалась задача при задании внешней скорости „фиктивного" потока несжимаемой жидкости в безразмерном синусоидальном виде: $U_e(X)=\sin X$. Исходя от этого распределения, численно рассчитана правая сторона интегрального соотношения (26) $\beta(X)$ и таким образом восстановлена связь с соответствующими, посредством интерполяции определенными табличным значениями f_1/B^2. Учитывая что для течений у которых $U_e(0)=0$ $(U_e'(0)\neq 0)$ начальное значение $\beta(0)=a/b$, при помощи универсальных таблиц определена связь $f_1=f_1(X)$, дающая возможность расчета, после известных трансформаций исходных формул, искомых характерных величин пограничного слоя рассматриваемой задачи.

Так нпр. напряжение трения на стенке, рассчитано при помощи выражения

$$\tau_w^* = \left(\frac{\partial U}{\partial Y}\right)_{Y=0} = U_e \sqrt{U_e'/f_1}\,\zeta. \tag{27}$$

Из расположения соответствующих кривых, представленных на Рис. 2. можно придти, что касается выбора значений коэффициентов a и b и последовательности в отношении точности получаемой в результате различных локализаций, к заключениям, выведеным уже ранее в аналогичном случае несжимаемой жидкости (7).

А именно, во-первых следует, что автомодельные решения (обозначенные на Рис. 2 с „autom". (приводят в оба случая ($a=2$, $b=2$ и $a=0.4408$, $b=5.7140$) к преждевременному отрыву пограничного слоя по отношению к результатам полученным посредством „дважды локализованных" уравнений (19), (20) (обозначенным на Рис. 2 с „lokal.").

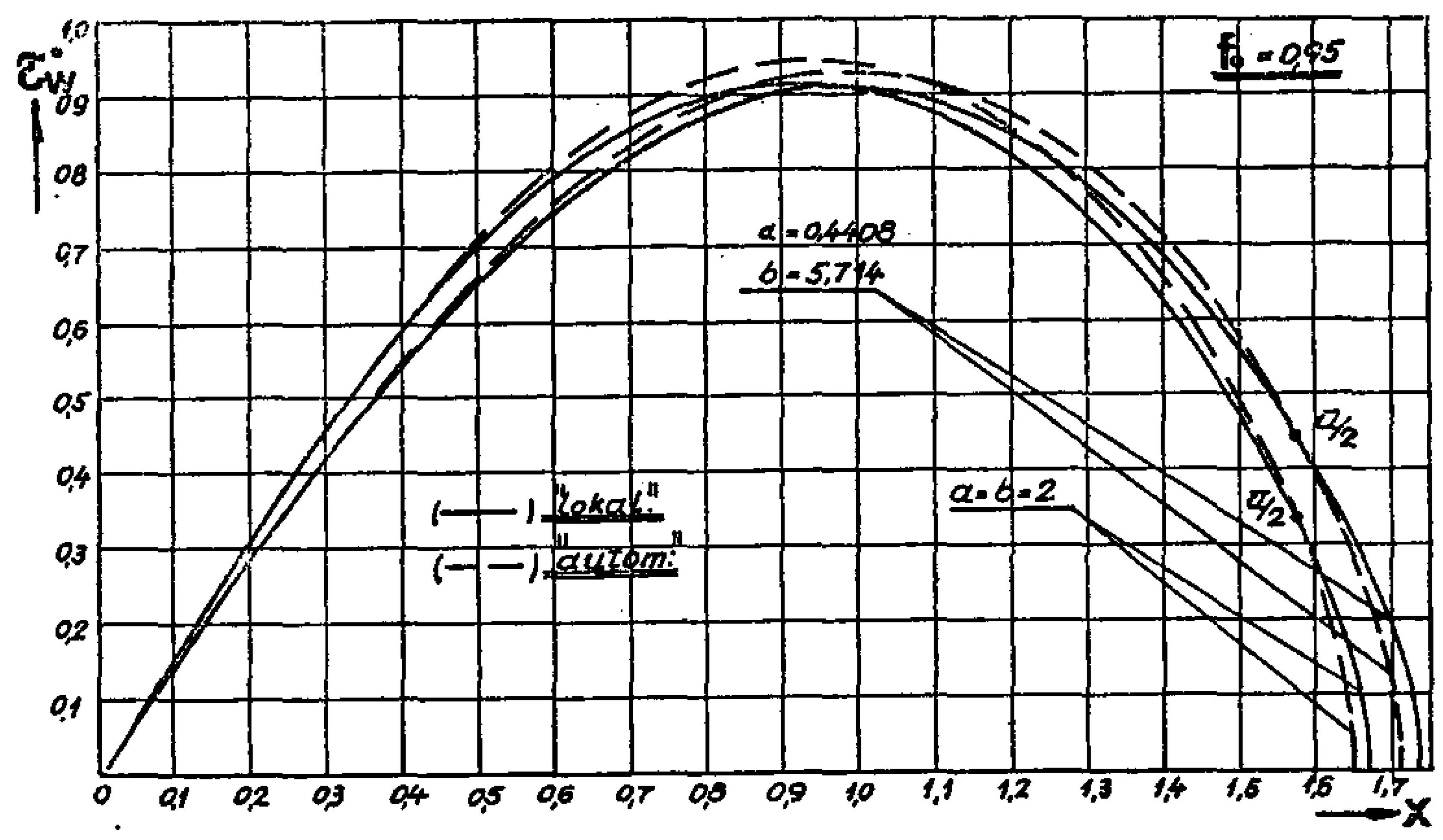

Рис. 2

Во-вторых, автомодельное решение, рассчитаное при значениях $a=0.4408$; $b=5.5140$ представляет апроксимацию более блискую к точному решению, по сравнению с обоими приближениями полученными при помощи коэффициентов $a=2$; $b=2$.

Во втором примере проводилось исследование пограничного слоя при дозвуковом обтекании воздухом круглого цилиндра, причем распределение действительной внешней скорости принято в безразмерном синусоидальном виде $u_e(x)=\sin x$.

Рассматриваемая задача решалась при нескольких значениях числа Маха M_∞ (0.2; 0.4; 0.6; 0,8; 1.0). При этом посредством интеграла

$$(28) \qquad X(x) = \int_0^x \left[1 - \frac{u_e(x)^2}{C}\right]^{\frac{3k-1}{2(k-1)}}$$

$$\text{где } C = 1 + \frac{2}{(k-1)M_\infty^2} = \text{const.}; \qquad (k = 1.4),$$

восстановлена сперва, между переменной Дороднишына-Стюартсона X и физической координатой x соотношение $X(x)$, при помощи которого, затем, рассчитана скорость фиктивного потока несжимаемой жидкости

$$(29) \qquad U_e(x) = u_e\left(1 - \frac{u_e^2}{C}\right)^{-1/2}.$$

Из расположения соответствующих графиков представленных на Рис.3 и Рис. 4 нетрудно подметить что при $M_\infty \to 0$, $X \to x$ и $U_e \to u_e$, что и следовало ожидать.

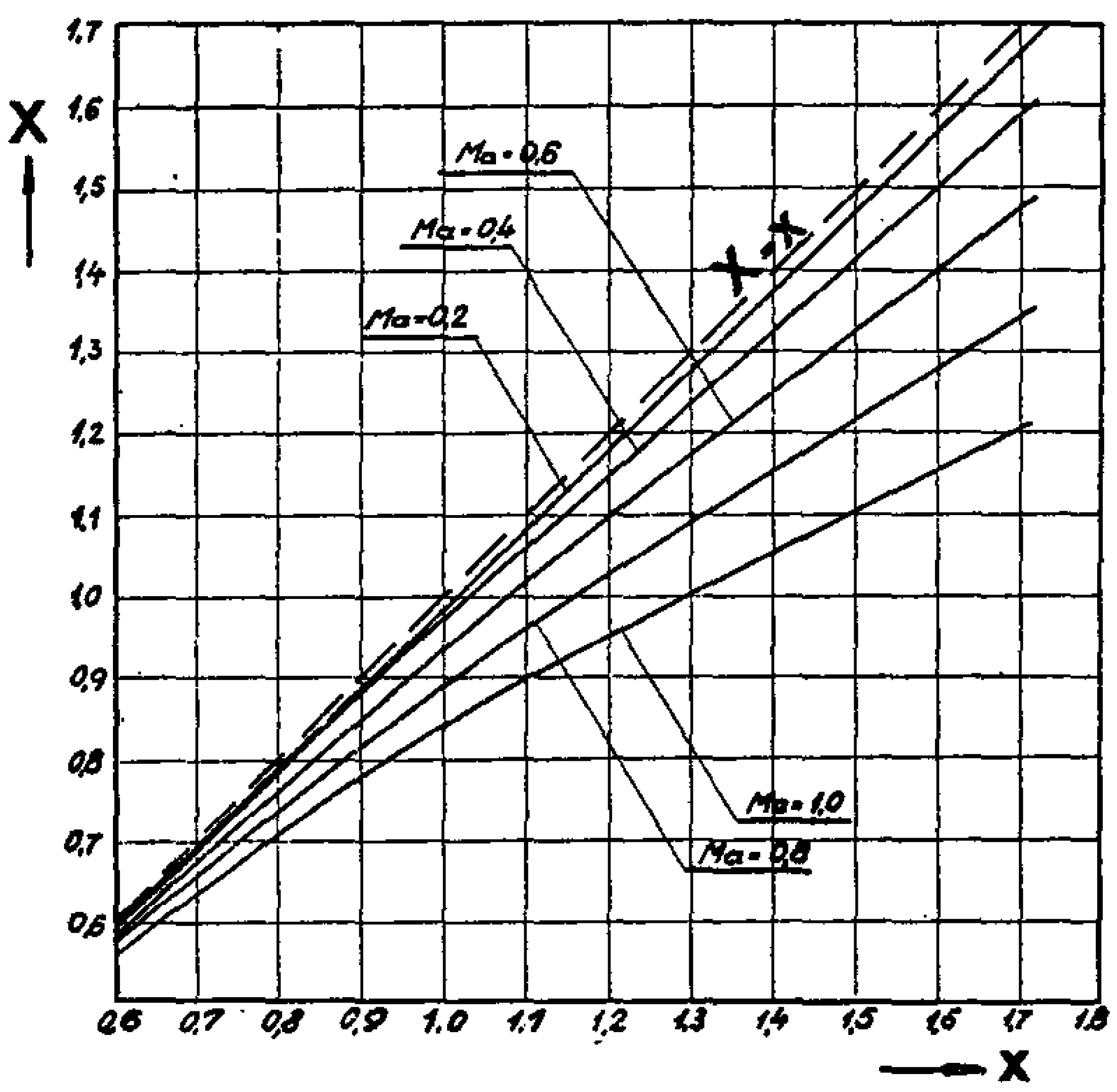

Рис. 3

Однако нужно отметить, что из-за возможной многозначности соотношения (28) и определения самой фиктивной скорости (29), применение преобразования Дородницына-Стюартсона к расчету конкретниых задач при заданному распределению u_e ограничено следующим условием:

$$1-\frac{u_e^2}{C}>0, \quad \text{т.е.} \quad u_e^2<C. \tag{30}$$

Это обстоятельство необходимо учитывать при исследовании надзвуковых течений, поскольку с $M_\infty \to \infty$ постоянная C стремится к своему наименьшему значению $(C \to 1)$.

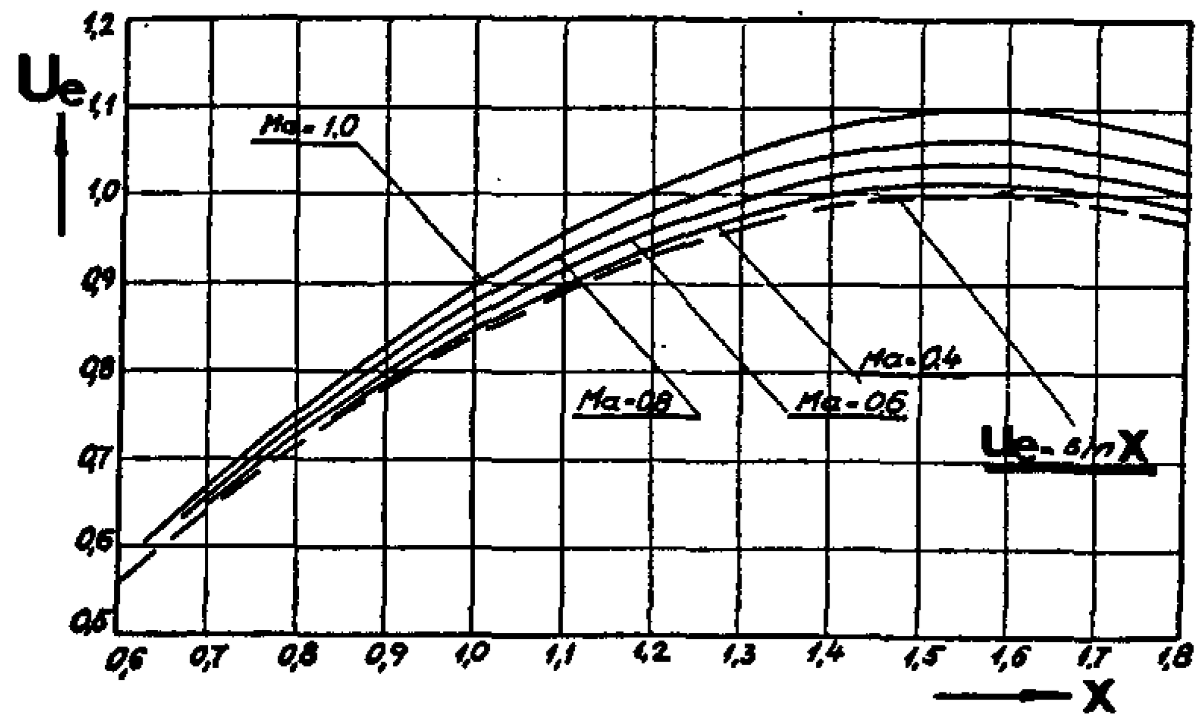

Рис 4

Подстановка полученных распределений (28), (29) в интегральное выражение (26) и численный расчет его правой стороны $\beta(X)$ приводит, посредством соотношения $\beta(X)=f_1/B^2$, учитывая что $\beta(0)=a/b$, к искомой связи между формпараметром f_1 и физической координатой $f_1=f_1(x)$ для любого числа Маха M_∞.

Полученное соотношение $f_1=f_1(x)$ дает возможность определить сперва универсальные характеристики в рассматриваемой точке контура, а затем и рассчитать соответствующие величины пограничного слоя исследуемой задачи.

На Рис.5 и Рис.6 представлены распределения безразмерного напряжения трения на стенке τ_w^* и локального числа Нуссельта Nu_x, рассчитанные посредством следующих формул:

$$\tau_w^*=PF_\tau \frac{\zeta}{B}, \quad \text{где} \quad PF_\tau=\chi_e^{\frac{2k-1}{k-1}}\, U_e\sqrt{U_e'/\beta}$$

$$Nu_x=PF_T\frac{\zeta^*}{B}, \quad \text{где} \quad PF_T=\frac{x\,\chi_e^{\frac{3k-1}{2(k-1)}}}{(T_w-T_\infty)\,(S_w+1)^2}\,T_w\sqrt{U_e'/\beta} \tag{31}$$

для различных вышеприведенных значений числа Маха M_∞.

Из расположения кривых на Рис. 5 следует что увеличение числа Маха M_∞ в области дозвуковых течений, оказывает неблагоприятное влияние на развитие пограничного слоя, содейству смещению точки отрыва вверх по потоку.

На это явление, а также и на обстоятельство что одновремено уменьшается и максимальное значение напряжения трения на стенке указал и Ферри [8] на основании экспериментальных наблюдений над обтеканием шара.

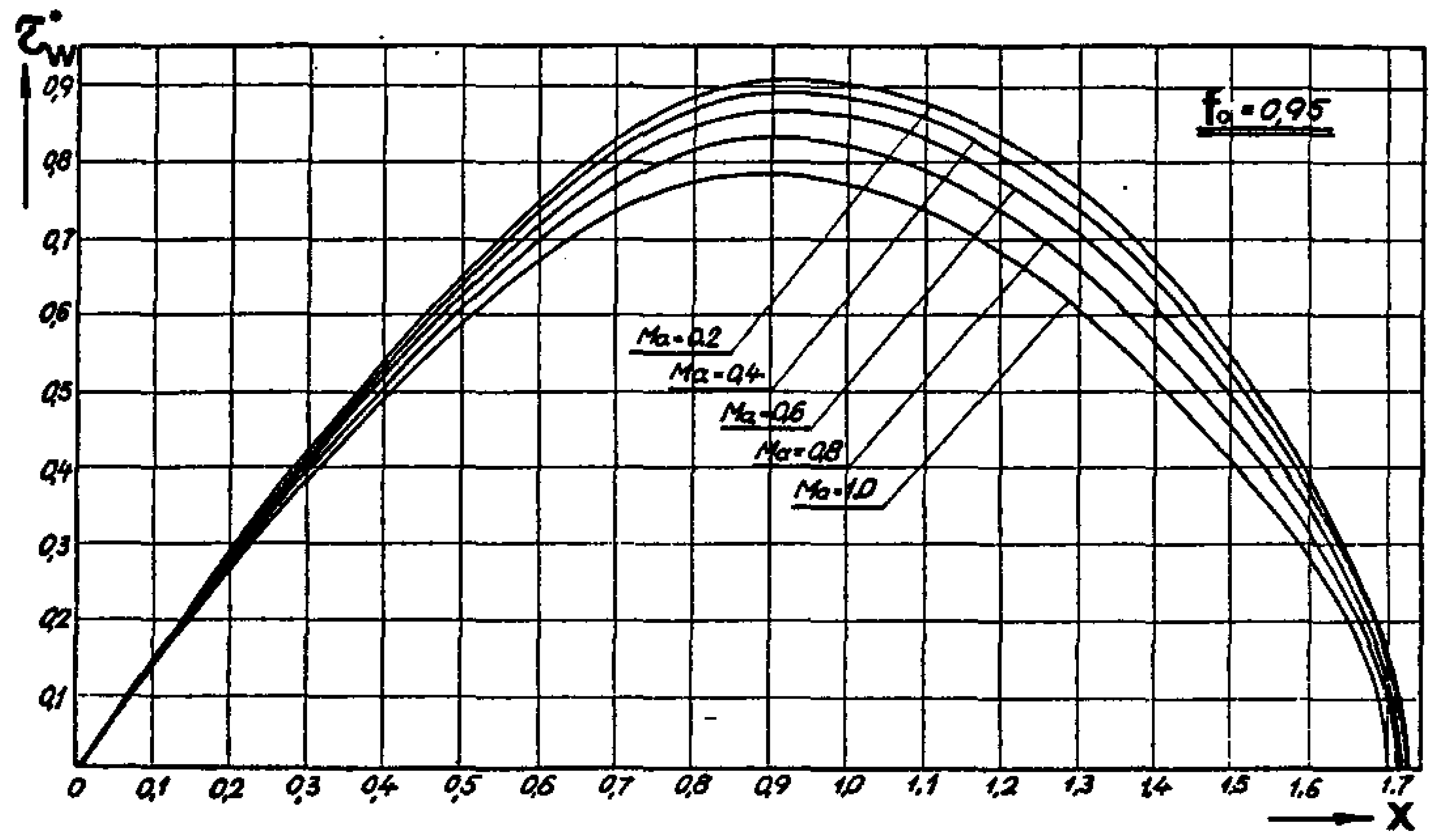

Рис. 5

Распределения локального числа Нусельта Nu_x, показанные на Рис. 6 дают возможность обнаружать, кроме перемен вызванных изменением значений числа Маха M_∞, также и существенное влияние параметра сжимаемости f_0 на развитие тепловых характеристик пограничного слоя. Одновременно нужно отметить что противоположно этому, перемена параметра несжимаемости f_0 влияет на изменение динамических характеристик очень мало.

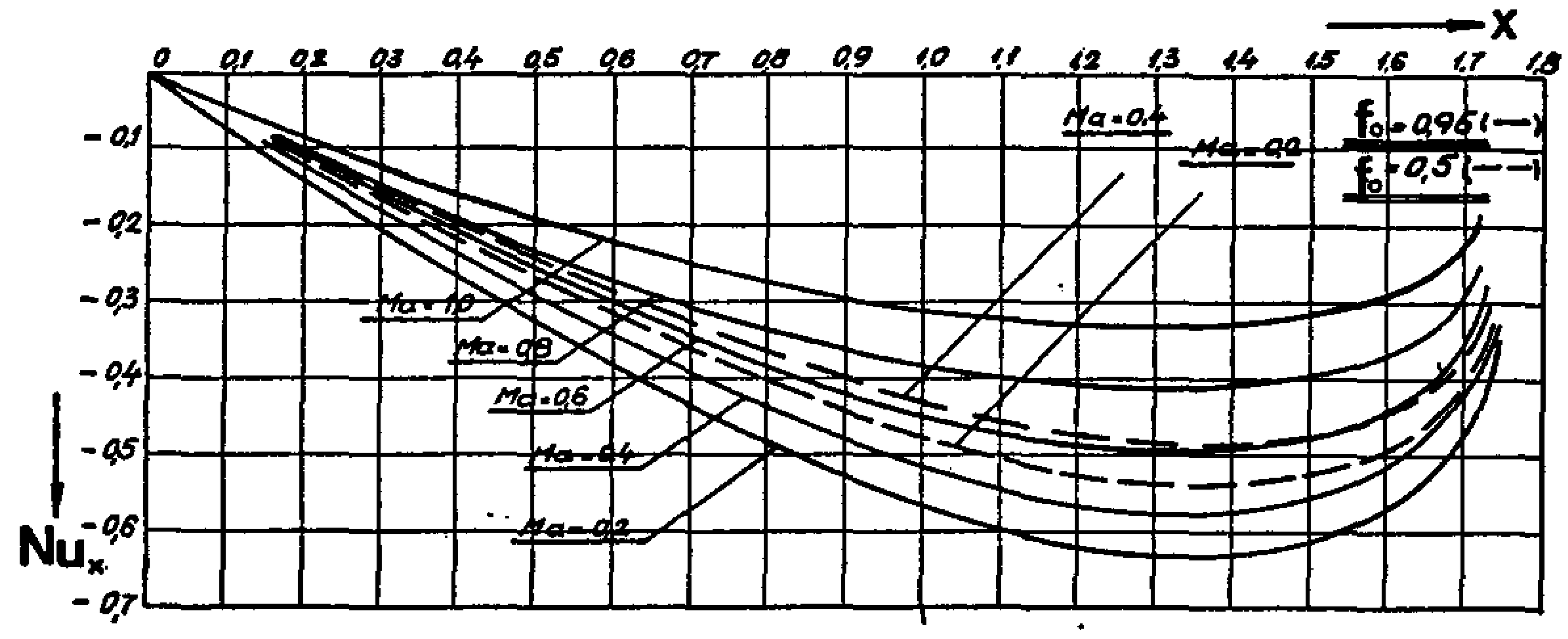

Рис. 6

На Рис. 7 схематически показан при помощи стрелок графический способ определения формпараметра f_1 посредством кривых $\beta(x)$ и f_1/B^2 для некоторого произвольно принятаго значения физической координаты x. Одновременно эта номограмма указывает на удовлетворение условия единости решения, необходимого для применения предложенного универсального метода на расчет конкретных примеров рассматриваемой проблемы. На Рис. 7 изображены также и кривые представляющие распределения универсальных характеристик ζ/B и ζ^*/B, и вспомогательных функций PF_τ и PF_T.

Умножением соответствующих, на Рис. 7 графическим способом, для некоторой физической координаты x_0, определенных значений $(PF_\tau)_0$ и $(\zeta/B)_0$, получается, имея в виду формулу (31), безразмерное напряжение трения на стенке $(\tau_w^*)_0$. Умножение соответствующих, графически определенных значений $(PF_T)_0$ и $(\zeta^*/B)_0$ приводит аналогичным способом к искомому локальному числу Нусельта $(Nu_x)_0$.

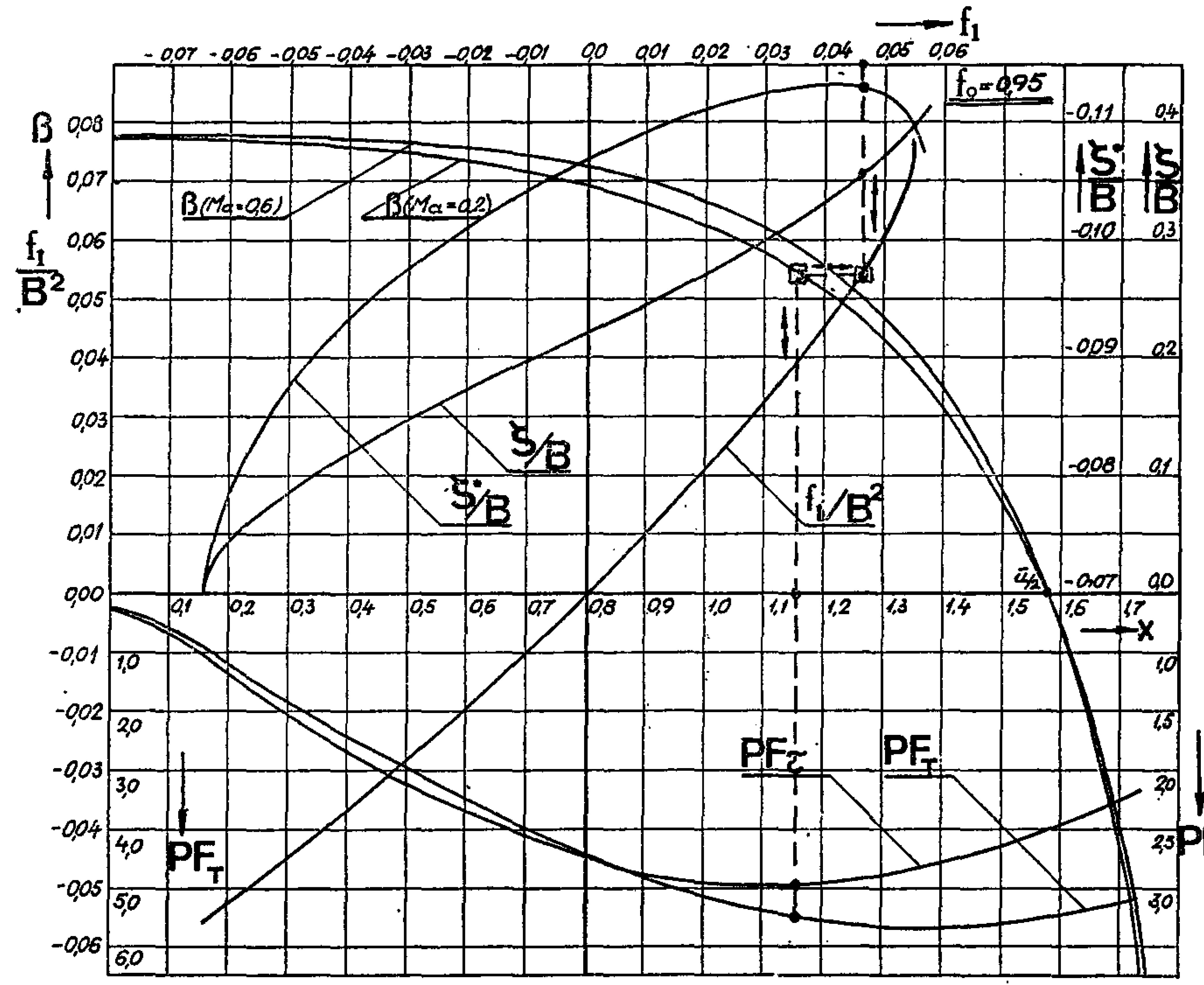

Рис. 7

ЛИТЕРАТУРА

[1] Saljnikov, V. und Boričić, Z., *Die universellen Grenzschichtgleichungen für den Fall der kompressiblen laminaren Strömung*, ZAMM 54, T 146—T 148 (1974).

[2] Сальников, В. Н. *Обобщение универсального уравнения теории пограничного слоя Л. Г. Лойцянского*, Publ. de l' Inst. Math. T. 13 стр. 105—116 (1972).

[3] Лойцянский, Л. Г., *Универсальные уравнения и параметрические приближения в теории ламинарного пограничного слоя*, ПММ, Т. 29, стр. 70—87 (1965)

[4] Капустянский, С. М., *Ламинарый пограничный слой в газовом потоке больших скоростей*, Труды ЛПИ, № 248, стр. 59—64 (1965).

[5] Любенов, В. Й., *Двухпараметрическое решение уравнений ламинарного пограного слоя в газе*, Труды ЛПИ, № 313, стр. 28—35 (1970).

[6] Симуни, Л. М. и Тереньев, Н. М., *Численное решение уравнений „однопараметрической" теории пограничного слоя*, Труды ЛПИ, № 248, стр. 56—58 (1965).

[7] Saljnikov., *A contribution to Universal Solutions of the Boundary layer Theory*, Teorijska i primenjena Mehanika, Vol. 4, pp. 139—163, 1978).

[8] Ферри, А., *Аэродинамика сверхзвуковых течений*, Гостехиздат, Москва, (1953)

Д. Виктор Сальников, Невесиньска 17, 11000 Београд, Югославия

Др. Зоран Боричич, Станка Пауновича 43, 18000 Ниш, Югославия