

Тони Милун и Марко Стјепан Мирковић

МАТЕМАТИКА МЕСИЈА И РОНАЛДА

Сажетак. У данашње време лако доступних забавних садржаја на друштвеним мрежама, изузетно је тешко мотивисати ученике за математику. Зато може бити корисно повезати математику с подручјима њиховог интереса и тако је учинити занимљивијом. Овај стручни рад настао је на иницијативу студента Марка Стјепана Мирковића са Универзитета Algebra Bernays да употреби математику за анализу онога што га највише занима, а то је фудбал, с посебним нагласком на два најпопуларнија фудбалера Лионела Месија и Кристијана Роналда¹.

Увод

Каријере Лионела Месија и Кристијана Роналда почеле су почетком 2000-их година, а сад се приближавају свом крају. Зато су доступни подаци релевантни за анализу њихових постигнућа од самих почетака, преко успона до заласка каријера. Анализа обухвата податке о броју постигнутих голова од почетака професионалне каријере до сезоне 2022/23. Од 2023. Роналдо је наставио каријеру у Al-Nassr FC у Саудијској Арабији, а Меси у Inter Miami-у у САД. Ради се о клубовима који су по квалитету слабији од европских клубова у којима су играли до тада. Због тога је дошло до промене тренда па су ти подаци изостављени из анализе.

Циљ рада је да се пронађу модели који би описали кретања броја постигнутих голова током сезона. У програму MS Excel за сваку од посматраних величина израчуната су три модела: линеарни, експоненцијални и квадратни и потом је одабран оптималан модел који описује кретање наведене величине.

Као и код већине спортских каријера, развојни пут Месија и Роналда на терену показује типичну динамику – почетни раст, досезање врхунца те поступни пад у каснијим годинама. Када се број постигнутих погодака прикаже графички, видљиво је да се њихов ток може врло добро апроксимирати квадратном функцијом.

Ако се посматрају поједина раздобља, на пример, почетак или завршетак каријере, може се уочити да се промене одређених величина могу описати линеарном или експоненцијалном функцијом. Линеарна функција, на пример, добро

¹Сматрамо да би овај текст могао бити и инспирација за тзв. пројектне задатке који су сада обавезни у нашим школским програмима [прим. ред.]

приказује раст броја постигнутих погодака Месија и Роналда у почетним годинама њихових каријера, док се експоненцијална функција може применити на приказ опадања Роналдових постигнутих голова у каснијем раздобљу.

Голови Лионела Месија

Анализиран је број голова које је Меси постигао за клубове *Barcelona* и *Paris Saint-Germain* за које је играо у раздобљу 2004–2023. године. Подаци су приказани у табели 1.

Сезона	Редни број раздобља	Број голова
2004/05	0	1
2005/06	1	8
2006/07	2	17
2007/08	3	16
2008/09	4	38
2009/10	5	47
2010/11	6	53
2011/12	7	73
2012/13	8	60
2013/14	9	41
2014/15	10	58
2015/16	11	41
2016/17	12	54
2017/18	13	45
2018/19	14	51
2019/20	15	31
2020/21	16	38
2021/22	17	11
2022/23	18	21

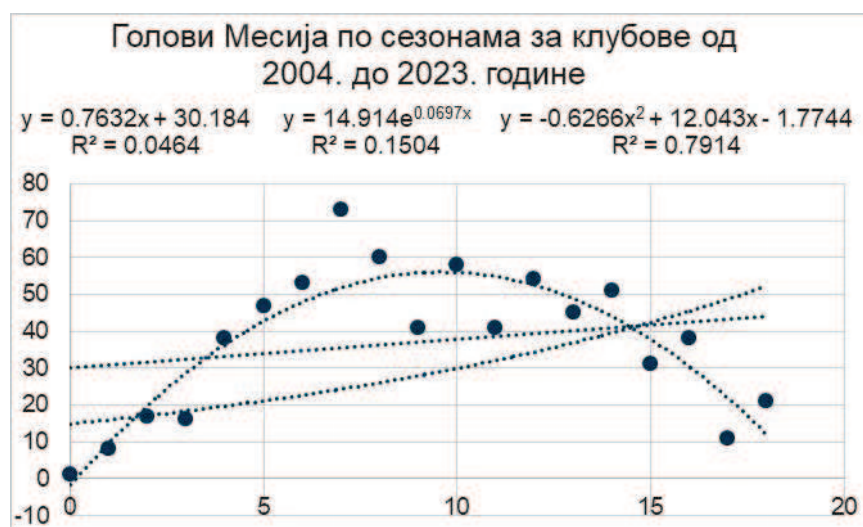
Табела 1. Број голова које је Меси постигао за клуб по сезони

У почетним фазама своје каријере Меси је постигао мањи број голова, потом је досегнуо врхунац, након чега је уследио приметан пад. Из табеле броја голова по сезонама могуће је конструисати моделе тренда који прате кретање његових голова током целе каријере.

Графикон 1 приказује кретање броја постигнутих голова и добијена три тренда модела.

Од три испитана модела полиномски има највећу репрезентативност ($R^2 = 0,79$). Једначина полиномског модела гласи: $y = -0,63x^2 + 12,04x - 1,77$.

Основни статистички подаци приказани су у табели 2.



Графикон 1. Линеарни, експоненцијални и полиномски модели броја голова које је Меси постигао за клубове по сезонама

аритметичка средина	37,05
стандардна девијација	19,93
коэффициент варијације	53,79%
$q3$	52
$q1$	19
интерквантил, I_q	33
коэффициент квантилне девијације, V_q	0,46
медијан	41

Табела 2. Средње вредности и мере дисперзије Месијевих голова

Меси је у просеку постигао 37 голова по сезони. Број голова по сезони одступа од просека за 20 па је варијабилитет његових голова релативно јак. У 25% сезона Меси је постигао 52 гола или више, а у 25% сезона 19 голова или мање. Распон његових средишњих 50% голова је 33 и релативно је јак. Током половине сезона Меси је дао до 41 гол, а у половини више од 41.

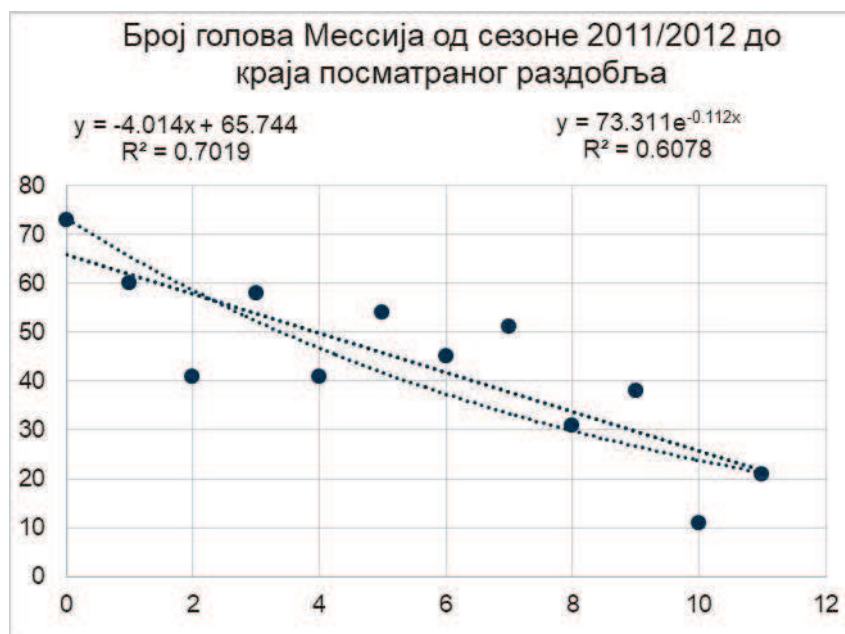
Следи анализа почетног раздобља успона броја постигнутих голова у Месијевој каријери.

Из графикона 2 који представља првих осам Месијевих сезона може се уочити да је линеарни модел репрезентативнији од експоненцијалног ($R^2 = 0,96$). Добијена је једначина $y = 10,012x - 3,417$.

Интерпретација: од сезоне 2004/05. до сезоне 2011/12 број Месијевих голова се просечно повећавао за 10,012 по сезони.



Графикон 2. Линеарни и експоненцијални модели раздобља успона Месијевих голова
 $x = 0$ у сезони 2004/05. Јединица за x је једна сезона. Јединица за y је један гол.



Графикон 3. Линеарни и експоненцијални модели голова од Месијевог врхунца каријере до краја посматраног раздобља
 $x = 0$ у сезони 2011/12. Јединица за x је једна сезона. Јединица за y је један гол.

На графикону 3 приказани су подаци о броју постигнутих голова у последњих 12 посматраних година каријере Лионела Месија, од сезоне 2011/12 до 2022/23.

И овде је линеарни модел репрезентативнији јер је његов ($R^2 = 0,702$). Добијена је једначина $y = -4,014x + 65,744$.

Интерпретација: тренд вредности броја голова за почетну 2011/12 сезону износи 65,744. Од сезоне 2011/12 до сезоне 2022/23 број постигнутих голова се просечно смањивао за 4,014 по сезони.

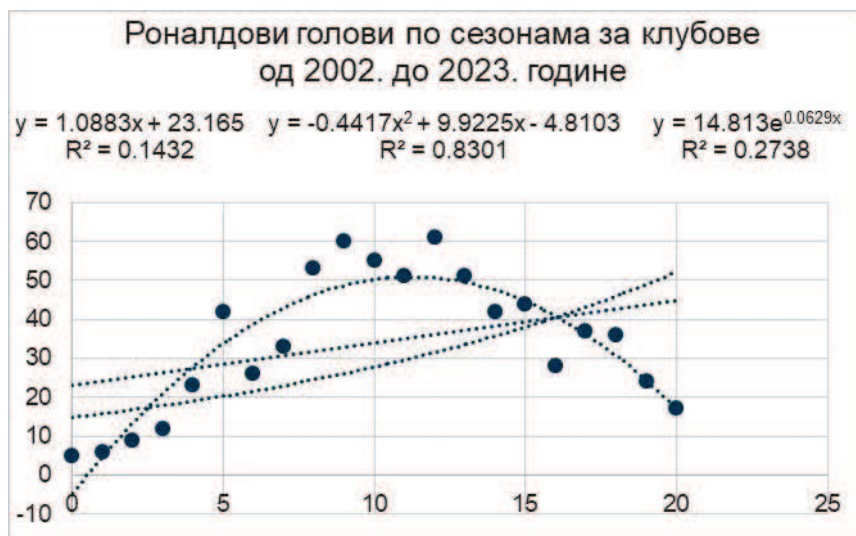
Голови Кристијана Роналда

Анализиран је број голова које је Кристијано Роналдо постигао за клубове за које је играо у раздобљу 2002–2023: Sporting, Manchester United, Real Madrid и Juventus. Подаци су приказани у табели 3.

Сезона	Редни број раздобља	Број голова
2002/03	0	5
2003/04	1	6
2004/05	2	9
2005/06	3	12
2006/07	4	23
2007/08	5	42
2008/09	6	26
2009/10	7	33
2010/11	8	53
2011/12	9	60
2012/13	10	55
2013/14	11	51
2014/15	12	61
2015/16	13	51
2016/17	14	42
2017/18	15	44
2018/19	16	28
2019/20	17	37
2020/21	18	36
2021/22	19	24
2022/23	20	17

Табела 3. Број голова које је Роналдо постигао за клуб по сезони

Уочава се да је Роналдо каријеру започео с мањим бројем постигнутих погодака, но од 2006. тај је број значајно порастао. Од своје друге сезоне у Реал Мадриду (2010/11) број постигнутих погодака редовно је премашивао 50 по сезони. У последње две сезоне у Реал Мадриду, 2016/17 и 2017/18, постигао је више од 40 погодака по сезони, док се након одласка из Реала тај број почео поступно



Графикон 4. Линеарни, експоненцијални и полиномски модели броја голова
које је Роналдо постигао за клубове по сезонама

смањивати. Анализом података о броју погодака по сезони добијен је полиномски модел тренда који приказује кретање Роналдових голова током каријере.

Помоћу графа је добијена квадратна једначина с високом репрезентативношћу ($R^2 = 0,83$). Једначина полиномског модела гласи: $y = -0,44x^2 + 9,92x - 4,81$.

Основни статистички подаци приказани су у табели 4.

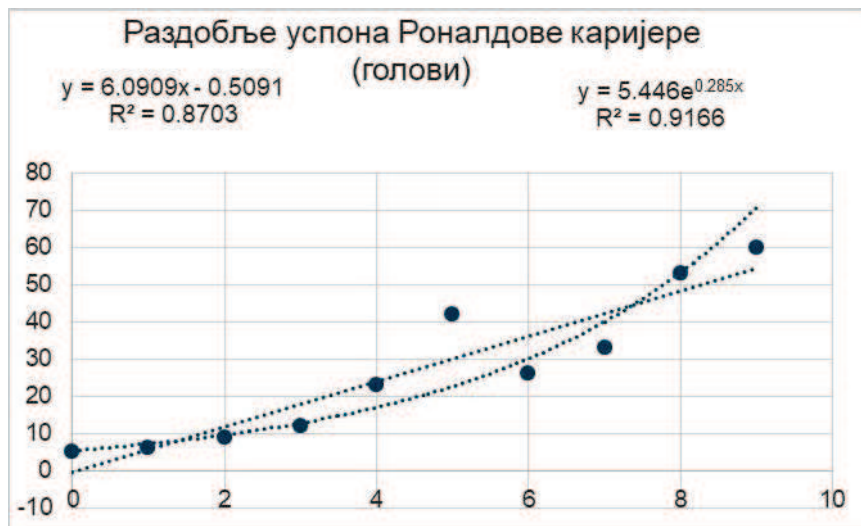
аритметичка средина	34,05
стандардна девијација	17,85
коэффициент варијације	52,42%
q_3	51
q_1	23
интерквантил, I_q	28
коэффициент квантилне девијације, V_q	0,38
медијан	37

Табела 4. Средње вредности и мере дисперзије Роналдових голова

Роналдо је у просеку постигао 34 гола по сезони. Број голова просечно одступа од просека за 18 голова по сезони па је варијабилитет релативно јак. У 25% сезона Роналдо је постигао 51 гол или више, а у 25% сезона 23 или мање голова. Распон његових средњих 50% голова је 28. Варијабилитет средишњих

50% Роналдових голова је релативно јак. У половини сезона Роналдо је дао до 37 голова, а у половини 37 или више.

Посебно ће се посматрати раздобље раста броја постигнутих голова Роналда у првих 10 сезона.



Графикон 5. Линеарни и експоненцијални модели раздобља успона Роналдових голова
 $x = 0$ у сезони 2002/03. Јединица за x је једна сезона. Јединица за y је један гол.

Линеарни модел је репрезентативнији јер је његов $R^2 = 0,87$. Једначина модела гласи $y = 6,0909x - 0,5091$.

Интерпретација: од сезоне 2002/03. до сезоне 2011/12 број Роналдових голова се просечно повећавао за 6,0909 по сезони.

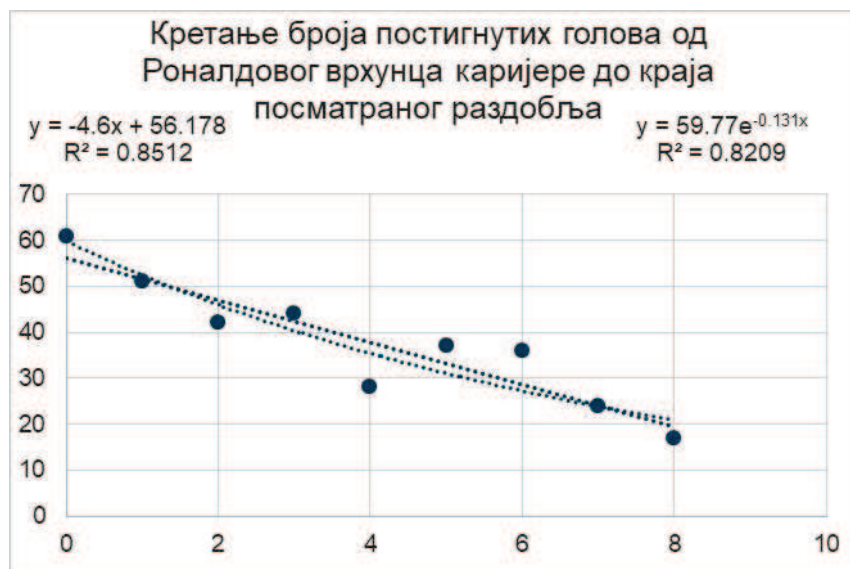
Следи (Графикон 6) анализа кретања голова које је Роналдо постигао по сезони од врхунца своје каријере до сезоне 2022/23.

Експоненцијални модел је репрезентативнији јер је његов $R^2 = 0,86$, што је више од R^2 линеарног модела. Једначина експоненцијалног тренд модела гласи $y = 59,77 \cdot e^{-0,131x} = 59,77 \cdot 0,877^x$.

Интерпретација: тренд вредности броја голова за почетну 2014/15 сезону износи 59,77. Од сезоне 2014/15 до сезоне 2022/23 Роналдо је у просеку постигао по 12,3% погодака мање него у претходној сезони.

Закључак

Будући да се у раду користе линеарна, експоненцијална и квадратна функција, које су садржај наставе математике у основној и средњој школи, верујемо да ће примери бити занимљиви наставницима и ученицима. Додатно се надамо да ће подстаћи ученике на самостално истраживање и примену математичких модела у подручјима која их занимају, попут музике (кретање продаје албума или



Графикон 6. Линеарни и експоненцијални модели постигнутих голова од Роналдовог врхунца каријере до 2022/23

$x = 0$ у сезони 2014/015. Јединица за x је једна сезона. Јединица за y је један гол.

броја стримова омиљених извођача), друштвених мрежа (анализа раста броја пратилаца неког инфлуенсера) или спорта.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Messi vs Ronaldo, Kompletna statistika Messija i Ronalda,
<https://www.messivsronaldo.app> (02.06.2023.)
- [2] Wikipedia: Cristiano Ronaldo,
https://en.wikipedia.org/wiki/Cristiano_Ronaldo (01.04.2024.)
- [3] Wikipedia: Lionel Messi,
https://en.wikipedia.org/wiki/Lionel_Messi (01.04.2024.)

University Algebra Bernays

E-mail: toni@tonimilun.com, mmirkov@algebra.hr