НАСТАВА МАТЕМАТИКЕ У ОСНОВНОЈ ШКОЛИ

Маријана Вуковић

КАКО ОБРАЂУЈЕМО ПРАВИЛА АРИТМЕТИКЕ

У раној настави математике појмови почињу да се граде издвајањем одговарајућих примера, садржаних у природном или „сликаном“ окружењу детета. То је случај и са природним бројевима у оквиру малих блокова.

Од класичног математичара Георга Кантора потиче идеја како формирамо природан број полазећи од конкретног скупа из „природног“ или„сликаног“ окружења путем двеју апстракција:

(I) занемарујемо природу елемената скупа A, а то значи да на „број“ не утиче врста објеката које „пребројавамо“;

(II) занемарујемо распоред елемената скупа A, а то значи да елементе можемо „пребројавати“ произвољним редом.

За увођење првих пет бројева организујемо пет посебних лекција. Сваки појам чине три ствари: примери, назив и ментална слика. Узмимо да анализирамо, на пример, појам броја четири.

Примери којима почињемо су издвојене групе од четири предмета, ствари или лица. То могу бити четири ученика, четири лопте, четири птице, … Описујући издвојене предмете (или лица) користимо реч „четири“ заједно са именом предмета (или лица). Затим пишемо конвенционални знак „4“, без именовања предмета. Објективизирајући менталну слику бирамо пример са што мање шума, па су тада елементи тачке. Схема појма „четири“ је:

Овакво обликовање појма броја називамо принцип инваријантности броја. Овај принцип, нарочито када је у питању распоред елемената, често региструјемо пишући разне математичке кодове.

Овај чланак је извод из дипломског рада брањеног на Учитељском факултету у Београду

Када пишемо израз $3+2$, видимо елементе скупа разбијене на скуп од 3 и скуп од 2 елемента. Пишући $3+2=5$ игноришемо распоред као вид груписања, тј. инваријантност броја на тај начин изражавамо. Важнији случајеви изражавања принципа инваријантности су закони аритметике. Посматрајући слику с десна на лево, реагујемо пишући $2+3$. Значи, $3+2=2+3$. Наведена једнакост изражава правило замене места сабирака. Правило се јавља као посебан вид принципа инваријантности броја, који не зависи од нашег начина посматрања скупа који је унија своја два дисјунктна подскупа и где за његово значење није битно који од тих скупова, у процесу записивања збира, узимамо као први, а који као други.

Правила се формирају у оквиру малих блокова. Тада се изражавају процедурално и реторички.

Дешава се да ученици користе нека правила у раду, а да их не умеју исказати. На пример, ученици рачунају овако: $8+5=10+3=13$, али не виде у томе правило здруживања сабирака. Или, знају за то правило, али не умеју поступак рачунања да рашчлане: $8+5=8+2+3=10+3=13$. Ово последње је пример процедуралног изражавања правила здруживања сабирака. Процедурално знање представља знање појединца о специфичним алгоритамским поступцима и њиховом ефективном коришћењу.

У почетној настави се може издвојити и декларативно знање. Знање чињеница и правила, знање које се налази у нашој меморији, назива се декларативно знање. На пример, можемо добро знати граматику страног језика (декларативно знање), а говорити га с потешкоћом (слабо процедурално знање), док обрнуто, не морамо знати граматику матерњег језика (слабо декларативно знање), а говорити га исправно (добро процедурално знање).

Увођењем термина као што су први, други, трећи сабирак, умањеник, умањилац итд, законе изражавамо реторички.

Значи, правило можемо изражавати процедурално, тј. тако што га примењујемо (нпр. $3+15=15+3=10+5+3=10+8=18$), реторички (нпр. „сабирцима у збиру се могу заменити места“) и симболички (нпр. $m+n=n+m$). У почетној настави математике је најважнији и највише коришћен процедурални вид изражавања правила.

Често се у нашој, па и у страној литератури, срећу негативни примери који показују да аутори не схватају улогу принципа инваријантности броја, да се он манифестује кроз фундаментална својства која прихватамо као законе аритметике.

У оквиру малих блокова, ученик пролази кроз многе процесе који воде формирању појмова, усвајајући значење и симболички (и вербално) га изражавајући. Ширећи блокове, држимо се принципа перманенције закона, тј. менталне слике формиране на примерима малих бројева једнако нам служе и у случају све већих бројева.

На нивоу I и II разреда правила се образују кроз конкретне примере и тада се изражавају процедурално и реторички. На пример, правило множења збира можемо „обрадити“ путем „бројевних слика“ на следећи начин. У врстама видимо 4 плаве и 3 црвене куглице (на слици означене пуним, односно празним кружићима). Заједно, то је $4+3$ куглице. Имамо 5 врста, а то значи на 5 места по $(4+3)$ куглице. Укупно, то је $5 \cdot (4+3)$ куглица.

С друге стране, у свакој врсти имамо 4 плаве куглице, па у 5 врста укупно имамо $5 \cdot 4$ црвених куглица. Слично, у свакој врсти имамо 3 црвене куглице и укупно $5 \cdot 3$ црвених куглица. Сад је укупан број куглица $5 \cdot 4 + 5 \cdot 3$. Оба израза изражавају исти број елемената, па можемо писати једнакост

$$5 \cdot (4+3) = 5 \cdot 4 + 5 \cdot 3.$$

Ово правило користимо при извођењу множења једноцифреног и двоцифреног броја. На пример:

$$4 \cdot 18 = 4 \cdot (10 + \underline{\qquad}) = 4 \cdot 10 + 4 \cdot \underline{\qquad} = 40 + \underline{\qquad} = \underline{\qquad}$$
$$4 \cdot 27 = 4 \cdot (\underline{\qquad} + \underline{\qquad}) = 4 \cdot \underline{\qquad} + 4 \cdot \underline{\qquad} = \underline{\qquad} + \underline{\qquad} = \underline{\qquad}$$

На нивоу III и IV разреда правила треба и симболички изражавати. Али и тада, ради већег степена очигледности, користимо слике с општим значењем.

Посматрајући шему можемо рећи да видимо „на k места по $m+n$“ елемената. С друге стране, видимо два скупа, један који има „на k места по m“ елемената, тј. $k \cdot m$ елемената, и други који има „на k места по n“ елемената, тј. $k \cdot n$ елемената. Пишемо следећу једнакост

$$k \cdot (m+n) = k \cdot m + k \cdot n,$$

што је симболичко изражавање правила множења збира бројем, тј. дистрибутивног закона.

Циљ наставе је да доведе до нивоа правилне и аутоматизоване манипулације симболима без везивања за значење, тј. без било које могуће интерпретације. Па тако и ова правила, у разним видовима, морамо везивати за серије за то намењених примера.

Не цитирајући извор, наведимо пример поменутог погрешног схватања улоге закона аритметике. То је случај „закључивања“ оваквог вида:

$$5 \cdot (4+3) = 5 \cdot 7 = 7+7+7+7+7 = 35,$$
$$5 \cdot 4 + 5 \cdot 3 = 20 + 15 = 35,$$

значи

$$5 \cdot (4+3) = 5 \cdot 4 + 5 \cdot 3.$$

Овде се примењује метода непотпуне индукције, која у математици може да служи само за извођење хипотезе, али не и закључака. Дистрибутивни закон је принцип, а принципе прихватамо, а не доказујемо. Наш дидактички задатак је нешто друго — да то прихватање прати јасно формиран интуитивни смисао, који проистиче из нашег разумног односа према структурној реалности.

Наведимо један историјски познат пример могућности погрешног закључивања на бази непотпуне индукције. За $n = 0,\ 1,\ \ldots,\ 40$, сви бројеви облика $n^2 - n + 41$ су прости (што би се могло заиста проверити). Али нису за свако n, јер када је $n = 41$, добија се, очигледно, сложен број 41^2.

Сличан однос имамо и у случају других правила аритметике, тј. њих нећемо „изводити“ већ ћемо их прихватати као принципе о чијој дидактичкој интерпретацији нарочито водимо рачуна.

ОБАВЕШТЕЊЕ

10. КОНГРЕС МАТЕМАТИЧАРА ЈУГОСЛАВИЈЕ
Херцег Нови, 25–30. мај 1999.

На основу одлуке Извршног одбора Савеза друштава математичара Југославије, 10. конгрес математичара Југославије одржаће се у хотелу „Плажа“ у Херцег Новом, од 25–30.05.1999. године. Сем научних секција, на конгресу ће, као и на досадашњим конгресима, бити заступљена секција за наставу и популаризацију математике. Очекује се да ће њој присуствовати и у раду учествовати велики број наставника и професора математике основних и средњих школа из целе Југославије.

Конгрес ће имати и јубиларни карактер — осим што се ради о десетом конгресу југословенских математичара (Први конгрес математичара и физичара Југославије одржан је на Бледу 1949. године), на њему ће бити обележена и 50. годишњица оснивања Савеза друштава математичара и физичара Југославије.

Организатори конгреса су: Институт за математику ПМФ у Новом Саду, Одсјек за математику и рачунарске науке ПМФ у Подгорици, Савез друштава математичара Југославије, Друштво математичара Србије и Друштво математичара и физичара Црне Горе. Детаљнија обавештења биће достављена свим школама.