Др Владимир Мићић, Љубомир Вуковић

ЈЕДАН НАЧИН УВОЂЕЊА РАЗЛОМАКА У НАСТАВУ МАТЕМАТИКЕ*

1. Увођење ненегативних рационалних бројева у наставу математике несумњиво је значајан корак и мора му се, приликом конципирања наставних планова и програма и одговарајућих дидактичко-методичких упутстава, посветити пуна пажња. Наш је циљ да укажемо на неке, по нашем мишљењу значајне, проблеме који прате овај корак и које би требало уважити приликом избора одговарајуће дидактичке пројекције за његово остваривање. При томе је, несумњиво, неопходно одговорити на бројна питања, увек везана уз проблем увођења нових објеката у наставу математике (зашто, када, како, ... ?)

Приоритетно је питање мотивације и, у овом случају, оно није сложено. Већ акумулирано искуство детета од 10 до 12 година изградило је у његовој свести потребу за дељењем целине и означавањем делова те целине, а стечене навике да се са објектима оперише лако је артикулисати у потребу да се оперише и са ознакама за делове целина, а пре свега да се врши њихово упоређивање.

Јасно је да од начина на који се нови математички објекти уводе, односа према реалности и стеченом искуству и захтеваног степена формализације зависи какво ће се решење прихватити у погледу постављања и начина обраде одговарајуће материје, прилагођавајући то узрасту ученика. Приступ који ми предлажемо захтева само одређена искуства у вези са конкретним садржајима и оспособљеност за извођење конкретних операција. Имајући у виду да такве способности имају деца узраста 10 или 11 година и позитивна искуства са увођењем структуре $\mathbf{N}_0$ (природних бројева са нулом) у прва три разреда основне школе, можемо закључити да се у четвртом или петом разреду основне школе ови садржаји могу успешно реализовати на предложени начин.

У даљем ћемо покушати да дамо наш одговор на питање како увести структуру $\mathbf{Q}_0^+$ у почетну наставу математике. Учинићемо то предлажући једну од таквих могућности.

2. 1° Сматрамо да је у оквиру наставе математике, у периоду који претходи увођењу структуре $\mathbf{Q}_0^+$, упозаната структура $\mathbf{N}_0$ и њена основна својства, те да је стечено одређено искуство у извођењу операција са природним бројевима и упоређивању таквих бројева.

2° Претпостављамо да је у свести ученика оформљен појам јединице као мере за количину и да је он у стању представљати је помоћу неке слике, схеме

* Предавање одржано на Колоквијуму о настави математике

која помаже при даљем раду. При томе настојимо да ученици сами предложе разноврсне једноставне слике (квадрате, правоугаонике, кругове, ...) и инсистирамо на томе да се у једном контексту (у једном задатку, у једном тврђењу или једном низу тврђења) јединица не мења (тј. да се оне не мешају). Такође је добро такву јединицу „материјализовати“, пратећи све то паралелном описном причом о табли чоколаде, погачи и сл.

3° Важан корак је указивање на чињеницу да се количина, дакле и јединица одржава (инваријантна је) приликом њеног дељења на делове. У вези са овим треба увежбавати уочавање делова и увести појам једнакости делова независно од њиховог положаја.

а) б) в)

Основа тог једначења била би интуитивна представа о подударности, формирана спонтано.

4° Означавамо јединицу и њене делове записујући поред одговарајуће слике раломак који означава однос шрафираног дела према тој јединици.

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$

При томе претпостављамо да ученик већ зна да означава део (са $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ...) и зна да му тај део служи као јединица за пребројавање. Примери који служе означавању били би, рецимо, овакви:

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{9}$

Овде је подесно да се уведу термини: разломак, бројилац, именилац и да се са неколико примера увежба њихово коришћење.

Да бисмо се припремили за даље кораке можемо сада, користећи се сликама, увежбавати записивање разломака уз приложену слику наглашавајући да се оно састоји у уочавању градуиране (издељене на делове) јединице и укупног броја делова — тај број је именилац и пребројавања истакнутих (шрафираних) делова — број таквих делова је бројилац разломка. Наша слика приказује један пример; она служи и стицању сигурности у писању разломка и увежбавању поступка описаног под 3°.

$\frac{4}{9}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{4}{9}$

5° Наш наредни циљ је интуитивно тумачење једнакости

$$\frac{m}{n} = \frac{m \cdot k}{n \cdot k},$$

што обично зовемо правилом о проширивању односно правилом о скраћивању разломака.

Приметимо прво да исту количину, зависно од сагледавања делова, дакле зависно од градуирања јединице, можемо означавати различитим разломцима. С обзиром на чињеницу да се количина одржава, значи да ћемо имати разломке са различитим бројиоцима и различитим имениоцима који имају исту вредност — једнаки су. Рецимо

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} \qquad \frac{2}{3} = \frac{6}{9}$$

Узмимо и овај пример:

На слици је два пута приказана иста чоколада. Милан је добио две „штангле“ а Драган осам „коцкица“. Јесу ли добили исто?

$$\frac{2}{6} \qquad \frac{8}{24}$$

$$\frac{2}{6} = \frac{8}{24} = \frac{2 \cdot 4}{6 \cdot 4}.$$

Уз овај пример може се од ученика захтевати да уоче део који представља једну трећину чоколаде и дођу до једнакости

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2}.$$

Оваквим примерима, који се формирају по општем моделу

$$\frac{m}{n} = \frac{m \cdot k}{n \cdot k}$$

(в. слику на следећој страни) ученици ће спонтано прихватити поменута правила о проширивању и скраћивању разломака.

6° Интуитивно ће ученици без тешкоћа прихватити да при једном градуирању јединице количина која се састоји од више (ово је упоређивање природних бројева!) јединица пребројавања него нека друга количина представља већу количину и број којим је она означена је већи. Користећи се тиме и прихваћеним правилима можемо вршити упоређивање разломака. На пример, упоредимо разломке:

(I) $$\frac{2}{5},\quad \frac{4}{15};\qquad \frac{2}{5}=\frac{2\cdot 3}{5\cdot 3}=\frac{6}{15},\quad \frac{6}{15}>\frac{4}{15}.$$

Дакле, $\frac{2}{5}>\frac{4}{15}$.

(II) $$\frac{7}{15},\quad \frac{14}{30};\qquad \frac{7}{15}=\frac{7\cdot 2}{15\cdot 2}=\frac{14}{30}.$$

Дакле, $\frac{7}{15}=\frac{14}{30}$.

(III) $$\frac{2}{7},\quad \frac{4}{11};\qquad \frac{2}{7}=\frac{2\cdot 11}{7\cdot 11}=\frac{22}{77},$$
$$\frac{4}{11}=\frac{4\cdot 7}{11\cdot 7}=\frac{28}{77},\qquad \frac{22}{77}<\frac{28}{77}.$$

Дакле, $\frac{2}{7}<\frac{4}{11}$.

На тај начин индуктивно идемо према правилу упоређивања разломака у општем случају. Нека су дати разломци $\frac{m}{n}$ и $\frac{p}{q}$. Онда је

$$\frac{m}{n}=\frac{m\cdot q}{n\cdot q},\quad \frac{p}{q}=\frac{p\cdot n}{q\cdot n}$$

и закључујемо

$$\frac{m}{n}=\frac{p}{q},\quad \text{ако је } mq=np;$$
$$\frac{m}{n}>\frac{p}{q},\quad \text{ако је } mq>np;$$
$$\frac{m}{n}<\frac{p}{q},\quad \text{ако је } mq<np.$$

7° Поред принципа одржања количине ми се приликом увођења нових структура бројева руководимо и тзв. *принципом перманенције* — одржања важних својстава структуре коју проширујемо. У скупу $\mathbf{N}_0$ смо упознали операције сабирања и множења и нека њихова својства. Наш циљ је да се ове две операције и њихова важна својства одрже и у структури $\mathbf{Q}_0^+$. Ово ће бити предмет нашег даљег интересовања и садржај чланка који припремамо за један од наредних бројева „Наставе математике“.